



INTERNATIONAL TRAINING GROUP
TECHNICAL ASSISTANCES

ESP OIL INTERNATIONAL TRAINING GROUP
PRESENTA EL

WorkShop International

Análisis de Pruebas de Presión

Dictado por:
PhD. Douglas Alvarado

Del 06 al 10 de Septiembre de 2004
Instalaciones del Hotel Maruma
Maracaibo – Venezuela.

Calle 65 con Av. 4 Bella Vista. Edif. Sigma, Piso 5, Ofic. 5A.
TelFax: 58 261 - 7920515 / 7920516 / 7932447. Maracaibo - Venezuela
www.espoil.net

ANÁLISIS MODERNO DE PRUEBA DE POZOS

CONTENIDO

CAPÍTULO 1: Introducción Reseña Histórica. Métodos Convencionales. Método de Curva Tipo. Aplicación del Método de Curva Tipo. Análisis de Pruebas de Buildup. Ecuación de Flujo. Yacimientos Fracturados. Nuevos Avances. Análisis Computarizado. Análisis Actual. Conclusiones.

CAPÍTULO 2: Análisis de Pruebas de Pozos. Objetivos. Aplicación del Análisis de Presiones. Bases Matemáticas para el Análisis de Pruebas de Presión. Solución de la Línea Fuente en su forma adimensional. Análisis semilog de una prueba de flujo (Drawdrown). Solución a la ecuación de flujo radial para fluidos de compresibilidad constante.

***CAPÍTULO* 3:** Prueba de Interferencia. Curva tipo de la solución de la Línea Fuente. Bases teóricas. Solución gráfica. Curva tipo doble presión y derivada. Método de El-Khatib. Caso de prueba de interferencia cuando se cierra el pozo activo luego de haber producido a tasa de flujo constante. Tratamiento de Ramey.

***CAPÍTULO* 4:** Bases teóricas de las prueba de pozos. Principios de Superposición en espacio. Problema transformado. Superposición en Tiempo. Justificación del procedimiento empleado para aplicar el principio de superposición en tiempo. Prueba de doble tasa. Caso especial de la prueba de doble tasa. Método MDH. Método de Horner. Efecto de Llene. Efecto de Daño. Modelos para interpretar el Skin. Prueba de flujo para un pozo localizado cerca de una falla. Caso de Restauración de Presión de un pozo cerca de una falla. Aplicación del Principio de Superposición para modelar límites de área de drenaje cuadradas.

Calle 65 con Av. 4 Bella Vista. Edif. Sigma, Piso 5, Ofic. 5A.
TelFax: 58 261 - 7920515 / 7920516 / 7932447. Maracaibo - Venezuela
www.espoil.net

CAPÍTULO 5: Análisis de Drawdown en forma convencional. Prueba de restauración de presión en su forma convencional. Derterminación de presión promedio del yacimiento al momento del cierre, usando pruebas del Buildup en yacimientos volumétricos. Método MBH. Método de Dietz. Método de Ramey y Cobb. Método de Muskat. Método de Arp y Smith.

CAPÍTULO 6: Generalización de Análisis de Pruebas de Pozos. Ecuación básica de pruebas de restauración de presión. Método de Muskat extendido. Método de Miller-Dyes-Hutchinson. Método de Horner.

CAPÍTULO 7: Revisión crítica de pruebas de presión para pozo en yacimientos de gas. Principios físicos. Prueba tipo convencional. Prueba isocronal. Pruebas transitorias.

CAPÍTULO 8: Método de curva tipo. Aproximaciones de la solución de Agarwal et al. Aplicación práctica del método del Curva Tipo. Curva tipo de Mc Kinley. Curva tipo de Earlougher y Kersch. Curva tipo de Gringarten et al. Tiempo de Agarwal. Método de la curva tipo doble de presión y derivada: Método de Bourdet et al. Procedimiento de aplicación de la Curva Tipo por el método de Gringarten y Bourdet.

CAPÍTULO 9: Análisis de pruebas de pozos. Comportamiento de yacimientos fracturados hidráulicamente. Teória de flujo Transient. Curvas Tipo para fracturas sin efecto de daño y de llene. Métodos convencionales. Comienzo y final de Flujo Bilineal. Período de flujo lineal. Método modificado de Milheim-Cichowicz. Factor de daño y efecto de llene.

CAPÍTULO 10: Yacimiento naturalmente fracturados. Modelos convencionales. Modelo de Warren y Root. Método de análisis convencional para Buildup. Método

de solución usando Curvas Tipo. Modelo de flujo interporoso Transient. Procedimientos. Deducción de la ecuación de difusividad para yacimientos naturalmente fracturados.

Calle 65 con Av. 4 Bella Vista. Edif. Sigma, Piso 5, Ofic. 5A.
TelFax: 58 261 - 7920515 / 7920516 / 7932447. Maracaibo - Venezuela
www.espoil.net

Modelo de Bourdet y Gringarten. Modelo Transient . Tratamiento de la derivada. Derivada del modelo de Bourdet y Gringarten.

CAPÍTULO 11: Principio de Superposición en tiempo. Tasa de Flujo medida en la superficie. Analisis de tasa múltiple. Deconvolución. Métodos aplicados. Teória de Convolución. Antecedente a la Teoría MLT. Características de la Prueba MLT. Pruebas de pozos para yacimientos multiestratos.

CAPÍTULO 12: Pozos horizontales. Modelos matemáticos. Modelo de Clonts y Ramey. Definición de variables adimensionales. Análisis de Curva Tipo. Extensión para pozos con múltiples hoyos de drenaje. Uso de las funciones Fuente y de Green para resolver problemas de flujo no continuo en yacimiento. Funciones instantáneas de Green y de Fuente. Método de Neumann. Método de Odeh y Babu. Modelo de Daviau, Mounronval, Bourdarot y Curutchet. Pozo horizontal en un yacimiento homogéneo con límites a presión constante. Modelo de Goode y Thambynayagam. Prueba de restauración de presión en yacimiento infinitos. Efecto Skin. Prueba de restauración en yacimientos finitos. Método de Ozkan y Raghavan. Método de Chow. Factor pseudo-skin. Teoría de Kuchuk, Goode, Brice, Sherrard y Thambynayagam.

CAPÍTULO 13: Consideraciones teóricas. Preparación de la data. Análisis de las pruebas. Metodología de análisis e interpretación. Carga de datos. Gráfico de diagnóstico. Regresión Lineal. Análisis de Curva Tipo. Regresión no- lineal. Validación de la prueba. Modelo de producción a tasa de flujo constante en

un yacimiento circular finito. Yacimiento multicapa. Commingled Nuevos Avances.

CAPÍTULO 1
INTRODUCCIÓN Y RESEÑA HISTÓRICA

Los primeros elementos de medición de presiones registraban un solo punto de presión. Los instrumentos de medición continua de presión fueron introducidos en 1930.

El método de Recobro en Hidrología (análogo al método de Horner) fue introducido por Theis[3] en 1935.

En 1937, Muskat [4] presentó un método para determinar presión estática $\overline{P}$ del área de drenaje en pozos petroleros, es un método semilog de ensayo y error.

En 1949, Van Everdingen y Hurst[5], presentaron un estudio clásico de análisis de pruebas de pozos, y desarrollaron una solución al problema pozo-yacimiento con efecto de llene, e introdujeron la primera Curva Tipo.

Miller, Dyes y Hutchinson[6], (MDH), presentaron en 1950, un método basado en soluciones presentadas por Van Everdingen y Hurst[5], donde establecen que (p_{ws}) debía ser una función lineal del tiempo de cierre, log Δt. Presentaron gráficos para determinar presión estática del yacimiento bajo condiciones de límite exterior cerrado y a presión constante e investigaron y propusieron un método para analizar presiones para flujo multifásico.

Horner[7] , en 1951 presentó un método para analizar pruebas de restauración de presión y determinó que un gráfico de la presión de fondo de cierre, p_{ws},, debía ser una función lineal del log $(t+\Delta t)/\Delta t$. Horner[7] identifica fallas geológicas y presenta el primer método para determinar presión estática del yacimiento, usando información del "transient".

En 1953 Van Everdingen y Hurst[8,9], introducen el efecto de daño (S).

En 1955 Perrine[10], presentó una revisión de los trabajos de Horner y MDH, y propuso un nuevo método para análisis de pruebas de presión para flujo multifásico. Más tarde Martin[11] estableció las bases teóricas para este método.

Matthews, Brons y Hazebroek[12] (MBH) presentaron en 1954 un estudio donde utilizaron el principio de superposición en espacio, para determinar el

comportamiento de presión de pozos localizados dentro de áreas de drenaje rectangular. Desarrollaron además un método para determinar presiones promedio de área de drenaje $(\overline{p})$ el cual hace uso de información Transient de presión y de la presión extrapolada, (p*) de Horner. Este método es uno de los más utilizados actualmente para determinar

presión promedia del yacimiento.

Al-Hussainy, Ramey y Crawford[13] introdujeron en 1966 el concepto de la función pseudo presión, m(p), para gases la introducción de esta función removió la suposición de que los gradientes de presión tenían que ser pequeños para obtener una ecuación de flujo de gas en yacimientos, definió condiciones de aplicabilidad de estudios presentados anteriormente y extendió la teoría de análisis de pruebas de presión de líquidos a gases utilizando la función m(p).

En 1968, Earlongler, Ramey, Miller y Mueller, aplicaron el principio de Superposición en espacio para obtener la solución del problema de un pozo produciendo a tasa de flujo constante, localizado en diferentes posiciones dentro de un área de drenaje rectangular.

Mostraron como usar el problema de un pozo en el centro de un cuadrado para general soluciones para áreas de drenaje rectangular.

En 1970 Agarwal, Al-Hussainy y Ramey[14] introdujeron el análisis de los períodos iniciales de flujo o restauración de presión mediante el Método de la Curva Tipo, para un pozo localizado en un yacimiento infinito con efecto de llene y efecto de daño. En el método de Curva Tipo, el problema pozo-yacimiento se formula matemáticamente de acuerdo a las leyes físicas del flujo de fluido en medios porosos y aplicando determinadas condiciones iniciales y de contorno. Las ecuaciones resultantes se resuelven mediante métodos del análisis clásico matemático (transformación de Laplace, funciones de Green, etc.) o mediante técnicas del análisis numérico (diferencias finitas, elementos finitos); luego, la solución se dibuja en un papel (Curva Tipo) y se trata de ajustar los datos reales dibujados en un papel semi-transparente (Gráfico de Campo) a la solución teórica.

McKinley[15] en 1971 y Earlougher y Kersch[16] en 1974 también han presentado modelos de Curva Tipo para el problema del pozo con efecto de llene y de daño.

El modelo de Mc Kinley[15] fue desarrollado para pruebas de restauración de presión y es un modelo que utiliza diferencias finitas. Fue desarrollado para un valor determinado de la constante de difusividad y para condiciones de contorno de presión constante en el límite exterior. Tal como fue formulado originalmente, no permite un análisis cuantitativo del efecto de daño. La idea de que todas las curvas convergen a tiempos muy pequeños a una sola curva va a usarse posteriormente en Curvas Tipos más modernas (Gringarten, et al .[17], Bourdet, et al .[18]). Una de las principales ventajas de la Curva Tipo de Earlougher y Kersch[16] es haber reducido los parámetros de las curvas a uno solo: C_De^{2S}, este tratamiento va a ser usado posteriormente en las Curvas Tipo más modernas.

En 1979 Gringarten et al.[17] introducen una Curva Tipo para yacimientos homogéneos con condición de contorno interior en el pozo de efecto de llene y efecto de daño y para yacimientos de fractura inducida. Matemáticamente Gringarten et al. [17] modificaron la solución de Agarwal et al. en el campo de Laplace e invirtieron esta solución usando el algoritmo de Sthefest. Tradicionalmente se utilizaban métodos clásicos del análisis matemático para determinar la transformada inversa (formula de Mellin). La solución de Gringarten et al. [17], es una solución mas completa y elaborada. Algunos puntos resaltantes de esta solución son los siguientes:

La solución, p_{wfD}, es una función de $\frac{t_D}{C_D}$ y del parámetro C_De^{2S}.

1. En la Curva Tipo se indican límites de duración del efecto de llene para cada valor de C_De^{2S}
2. Se determinan formas cualitativas y valores cuantitativos típicos de las curvas de presión adimensional, p_{wfD}, contra tiempo adimensional, t_D/C_D , y de acuerdo al valor del parámetro C_De^{2S} (gráfico log-log) para pozos dañados, no dañados, estimulados y fracturados.
3. Determina sobre la Curva Tipo, el lugar geométrico del comienzo de la línea recta semilog, e incluyen una escala para cerciorarse de que el tiempo de flujo

4. antes de una prueba de “Buildup” es correcto para analizar las presiones a determinados tiempos de cierre, con la curva Tipo de flujo.

Bourdet et al. [18] en 1982, introducen el método de la derivada para análisis de presiones. El problema de las Curvas Tipo, anteriormente mencionadas, consistía en respuesta no única Bourdet et al. [18], aun cuando presentan una Curva Tipo de flujo, compuesta de dos familias de curvas de parámetros C_De^{25}, esto es: la Curva Tipo log-log de Gringarten et al. y la derivada de la Curva de Tipo de Gringarten et al. multiplicada por (t_D/C_D), presentan técnicas computacionales para tratar las pruebas de flujo y las pruebas de restauración de presión en forma separada; de tal forma que la derivada en el “drawdown” y en pruebas de restauración de presión representan derivadas con respecto al ln t_D y al $\ln(t_D+\Delta t_D)/\Delta tp_D$, respectivamente. Este método conjuntamente con la información geológica, geofísica, de registros, etc., constituye la técnica más importante de diagnóstico en el análisis de interpretación de pruebas de pozos. Se han presentado bibliotecas de respuestas típicas basadas en presiones y fundamentalmente en la derivada de presión que permiten identificar el sistema pozo-yacimiento bajo análisis y en base a ciertos comportamientos

típicos registrados por la derivada de presión.

Las técnicas de medición de presión se mejoraron notablemente con la introducción del medidor electrónico de presión en 1970[19]. El medidor electrónico es de mejor precisión y resolución que los medidores mecánicos tipo Amerada que utilizan el tubo Bourdon; de tal forma, que las mediciones se pueden efectuar a intervalos de pocos segundos, permitiendo tomar hasta decenas de miles de puntos que van a contribuir a identificar el sistema pozo-yacimiento durante el proceso de análisis e interpretación de la prueba.

Nuevas técnicas del análisis matemático y nuevas aplicaciones numéricas (funciones de Green, Algoritmos de Sthefest, diferencias finitas, elementos finitos) han permitido obtener soluciones particulares del problema general, con valor en el contorno del sistema pozo-yacimiento, entre ellos citaremos: solución al problema de fractura de conductividad infinita[20], problema del pozo de

conductividad finita[21], modelo de pozo multiestrato[22], solución al problema de pozos horizontales[23,24].

Los avances en “Hardware” para instrumentos de medición y registro de presiones in situ junto al pozo, la introducción de las computadoras personales de gran capacidad de memoria y velocidad de procesamiento de datos y de cálculos, hizo accesible al ingeniero programas y métodos de análisis reservados solamente para grandes computadoras y que podían aplicarse durante el desarrollo de las pruebas en sitio.

A partir de inicios de la década pasada (1983)[25,26] se comienza a efectuar mediciones simultáneas de presión y tasa de flujo durante la etapa “transient”. Esto promete ser un campo de intensa investigación tecnológica en cuanto al desarrollo de instrumentos de medición y técnicas de análisis, mediante el uso de Convolución y Deconvolución. De un análisis independiente en los años 50 cuando solo se aplicaban los métodos convencionales de análisis, se ha pasado progresivamente a un análisis integrado sinérgico, en donde la información geológica, geofísica, petrofísica, de registros de pozos, de datos de completación, tipos de pozos, datos de PVT, etc. aportan su cuota de descripción y de información para obtener el modelo final que caracteriza al sistema pozo-yacimiento.

MÉTODOS CONVENCIONALES

Los métodos convencionales se refieren aquellos métodos descritos en la literatura en los años 50 esto es: Los métodos de Horner[7], MDH[6], Muskat[4] y MBH[12]. Estos métodos

utilizan en general los tiempos de cierre “transient” (Horner, MDH, MBH) o los tiempos de cierre afectados por los límites, como el método de Muskat[4] de ensayo y error, para determinar presión estática del área de drenaje, $\overline{p}$. Los métodos de Horner[7] y MDH[6], no toman en cuenta en el análisis las primeras presiones recogidas en el pozo y solo son válidos para analizar una prueba si se puede obtener la línea recta semilog apropiada en un gráfico de p_{ws} contra $(t+\Delta t)/\Delta t$. Muchas veces es difícil obtener la línea recta

correcta. Un gráfico semilog puede mostrar varias líneas rectas, a diferentes tiempos de la prueba, y el problema seria determinar la recta semilog apropiada. Por ejemplo, un pozo dañado con efecto de llene alto puede hacer desaparecer por largo tiempo de cierre la línea recta semilog. Así mismo, un pozo fracturado, se comporta en una forma característica (pendiente ½ en papel log-log) pero no sigue a cortos tiempos la línea recta semilog. No fue sino hasta 1970 cuando se introdujo la Curva Tipo de Agarwal et al. [14], que tomaba en cuenta y utilizaba los primeros tiempos de flujo o de cierre, y de cuyo análisis podría inferirse la naturaleza del sistema pozo-yacimiento y los valores numéricos de las variables desconocidas o parámetros. Esto lo discutiremos en la próxima sección.

MÉTODOS DE CURVA TIPO

En general, una Curva Tipo es una solución a un problema con valor en el contorno relacionando, generalmente variables en forma adimensional, graficadas en un papel de características determinadas, normalmente log-log.

En 1970 Agarwal et al. [14] introducen una Curva Tipo para el modelo de pozo produciendo a tasa de flujo constante, con efecto de llene, C_D, y efecto de daño, S. Casi al mismo tiempo se presentaron las Curvas Tipos de McKinley[15] y de Earlougher y Kersch[16]. Durante la mayor parte de la década del 70 se usaron estas Curvas obteniéndose normalmente respuestas diferentes para un determinado problema. Sin embargo, se sugería el uso el método semilogarítmico para pruebas de flujo, y del método de Horner para pruebas de restauración de presión con el objeto de comparar y verificar respuestas numéricas[2]. En esa década no se había generalizado el uso de computadora para hacer el análisis, no se hacía un análisis integrado con información proveniente de diversas fuentes de información y de ingeniería, y normalmente se utilizaba medidores de presión mecánicos. Las Curvas Tipo de Agarwal et al. [14], desarrolladas para pruebas de flujo, se utilizaban también para analizar pruebas de restauración de presión usando una

justificación dada por Agarwal et al.[14]. Sin embargo, no se verificaba durante la prueba la influencia del tiempo de producción, especialmente cuando este es pequeño durante el análisis de la prueba.

La Curva tipo de Gringarten et al.[17] introducida en 1979, representa un paso muy importante dentro del análisis de pruebas de pozos. Por primera vez se presentaba una Curva tipo con indicación del final del efecto de llene, el comienzo de la línea recta semilog y cualitativamente, y cuantitativamente se podía obtener indicación sobre la condición del pozo. El problema de unicidad en la solución seguía presente y los mismos autores recomendaban efectuar el análisis conjuntamente con el método semilog o el método de Horner[7].

Una de las técnicas más importantes del análisis de las pruebas de presiones fue introducida por Bourdet et al.[18], el método de la derivada, (1983). Este método toma particularmente ventaja de la gran sensibilidad de la derivada para detectar características y comportamiento característico del sistema pozo-yacimiento, la obtención de la derivada con respecto al $\ln t_D$ o $\ln(t_D + \Delta t_D)/ \Delta t_D$ representa la pendiente del método semilog. La mayoría de las técnicas de diagnóstico actuales están basadas en el método de la derivada. Esto permite hacer un ajuste de presión más preciso y efectuar con más confiabilidad el análisis y la interpretación de la prueba de presión.

Una de las debilidades del Método de la Curva Tipo que incluyen al efecto de llene, es que consideran a este constante. Mediciones experimentales[25,26] soportan la conclusión de que el coeficiente de efecto de llene no es constante en general. Sin embargo, no ha aparecido en la literatura una forma directa para reconocer cuando una prueba en un sistema pozo-yacimiento específico produce a efecto de llene constante o no. Muchas soluciones para problemas con valor en el contorno (“boundary value problem”) diferentes al problema clásico de pozo con efecto de daño y llene han aparecido en la literatura.

Durante la década pasada se desarrollaron los modelos de doble porosidad[27,28], doble permeabilidad[27,28], yacimiento de fractura de conductividad infinita[20], fracturas de conductividad finita[21], penetración parcial[27,28], pozos horizontales[23,24]. Además, se introdujeron las mediciones simultáneas de tasa de flujo y presión que permitió el uso de los métodos de Convolución y de Deconvolución. Este tratamiento permite hacer el análisis de pruebas de pozos afectados con efecto de llene, removiendo la suposición de efecto de llene constante. En la actualidad el analista dispone de una biblioteca de Curvas Tipos con características específicas para numerosos problemas con valor en el Contorno.

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE CURVA TIPO.

Ecuación de Flujo

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2}\frac{1}{r_D}\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (1\text{-}1)$$

Condiciones de Contorno Internas

$$C_D \frac{dp_{wfD}}{dt_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = 1 \quad (1\text{-}2)$$

$$\frac{2\pi kh}{q\mu}\left(p_i - p_{wf}\right) = \left[p_D - Sr_D\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)\right]_{r_D=1} \quad (1\text{-}3)$$

Condición de Contorno Exterior

$$p_D\ \left(r_D, t_D\right) = 0$$
$$\lim\ r_D \rightarrow \infty \quad (1\text{-}4)$$

Condición Inicial

$$p\ \left(r_D, t_D\right) = 0 \qquad \text{para} \quad t_D = 0 \quad (1\text{-}5)$$

Análisis de pruebas de “buildup” con la Curva Tipo:

Para “Drawdown”:

$$\frac{kh}{1412qB\mu}\left(p_i - p_{wf}\right) = p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \quad (1\text{-}6)$$

graficamos : (p_i - p_{wf} vs t)

Para “Buildup”:

$$\frac{kh}{1412qB\mu}\left(p_i - p_{ws}\right) = p_D\left(\frac{tp_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \quad (1\text{-}7)$$

ecuación para una prueba de restauración (Buildup) en el momento de cerrar el pozo:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{wf}\right) = p_D\left(\frac{tp_D}{C_D}\right) \qquad (1\text{-}8)$$

restando miembro a miembro la ecuación (1-8) menos la ecuación (1-7), obtenemos:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_{ws} - p_{wf}\right) = p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) + p_D\left(\frac{tp_D}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{tp_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \qquad (1\text{-}9)$$

¿que sucede si?

$$p_D\left(\frac{tp_D}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{t_{pD}}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \approx 0 \qquad (1\text{-}10)$$

Entonces la ecuación (1-9). Puede escribirse en forma análoga a la ecuación (1-6), es decir:

$$p_{DBU} = \frac{kh}{1412qB\mu}\left(p_{ws} - p_{wf}\right) = p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \qquad (1\text{-}11)$$

La prueba de "Buildup" podría analizarse con la curva tipo de "Drawdown" pero debe graficarse:

p_{ws} - p_{wf} vs . Δt

¿Cuándo se cumple la ecuación (1-10)?

1. Cuando $t_p >> t$.
2. Para pozos dañados.
3. Dado u t_p , cuando Δt es relativamente pequeña y hasta un Δt , tal que se cumpla la ecuación (1-10).

p_{wfD} es función de t_D/C_D y el parámetro es C_De^{2S} .

Se indica en la curva tipo límite de duración del efecto de llene puro como función de Curva Tipo de Gringarten et al. del parámetro C_De^{2S}, se establecen formas cualitativas y valores cuantitativos para pozos dañados, no - dañados, estimulados y fracturados del parámetro C_De^{2S}, y se determina el lugar geométrico del comienzo de la línea recta semi-log .

Se incluye una escala de determinación de validez de tiempo de cierre, Δt, para usar la Curva de Tipo de ("Drawdown"), para analizar pruebas de restauración de presión.

El método de la derivada de la Curva Tipo Bourdet et al[18]. (1983), reduce considerablemente el problema de la unicidad de la solución.

Es una curva de doble cotejo del parámetro $C_D e^{2S}$. Para la familia de curvas de presión y derivadas, presenta técnicas de computación diferentes para las pruebas de restauración de presión:

"Drawdown", derivada con respecto a ln t.

"Buildup", derivada con respecto a ln $\left(t+\Delta t\right)/\Delta t$.

Este el método Standard, base del análisis actual de pruebas de presión.

SOLUCIÓN "TRANSIENT".

Kuchuk y Ayestaran [26] (1983) y Meunier, Wittmann y Stewart [25] (1985), introdujeron el análisis y la técnica de medición simultánea de presión y tasa de flujo durante el período "transient" de una prueba de presión.

Los datos de presión y de flujo se analizan usando Convolución y Deconvolución

Esta técnica promete ser un campo intenso de investigación durante los próximos años.

OTRAS SOLUCIONES:

Muchas soluciones diferentes al problema clásico del pozo con efecto de llene y "Skin" han aparecido en la literatura; por ejemplo:

Para Yacimiento Naturalmente Fracturados.

Warren y Root[34] (1963).

Mavor y Cinco[42] (1979).

Bourdet y Gringarten[35] (1980)

De Swaan[33] (1976).

Bourdet et al[30]. (Mayo 1983)

Bourdet et al[30]. (Octubre 1983).

Para Yacimientos Hidráulicamente Fracturados.

Russell y Truit [43] (1964).

Gringarten, Ramey y Raghavan[20] (1975).

Cinco, Samaniego y Dominguez[32] (1978).

Agarwal, Carter y Poolen [36] (1979).

Cinco y Samaniego[37] (1981).

Para Pozos Horizontales

Clonts y Ramey [38] (1986).

Ozkan, Raghavan y Joshi [39] (1989).

Goode y Thambynayagam [40] (1987).

Odeh y Babu [41] (1990).

NUEVOS AVANCES:

Equipos y Herramientas de Medición

* Medidor electrónico de presión (1970).
* Registro de presión en la superficie.
* Medición simultánea de presión y tasa de flujo (1983).
* Mediciones de nivel de líquido mediante onda de sonido.

Computadoras

* "Hardware". Computadoras personales PC Notebook, Handbook.
* "Software". Programas computacionales para análisis e interpretación de pruebas de pozo.

Matemáticas y Análisis Numérico

Transformación de Laplace.

Funciones fuentes y funciones de Green (Gringarten[48] , 1973).

Series de Fourier.

Diferencias finitas.

Algoritmo de Sthefest [45] (1970).

Azari - Wooden - Gaver (algoritmo AWG, Wooden, Azari y Soliman, OGJ 1992).

Programa de regresión no - lineal, mínimos cuadrados:

Levenberg (1944), Marquard (1963).

Rosa y Horner [44] (1983).

Vieira y Rosa [57] (1993).

Inteligencia Artificial, Mcvay et al. [58] (1988).

Aplicación de Redes Neuronales , Al - Kaabi y Lee [49] (1990).

Análisis Computarizado

Un programa de análisis e intepretación de pruebas de pozo debe tener los siguientes modelos integrados:

1. Un acceso de lectura, análisis, muestreo y ayuda visuales para representar los datos.
2. Un modelo de regresión lineal , para determinar k , m , ω , λ , C , p* , S de los métodos semilog (pruebas de flujo y de restauración de presión) y del análisis log - log , análisis cartesiano , gráfico de p_{ws} vs $\sqrt{t}$, etc. (análisis especializado).
3. Un modelo de solución por Curva Tipo, debe disponer de una biblioteca o archivos de modelos. El modelo trabaja en la forma tradicional de ajuste por Curva Tipo, u opcionalmente, basado en el modelo seleccionado para generar curvas de respuestas de presión, usando las Curvas Tipo (solución al problema) y tomando como valores de los parámetros incógnitas aquellos obtenidos de 2. Debe tener la opción para modificar los valores de los parámetros y de una representación gráfica de comparación con la prueba de campo.

4. Un modelo de regresión no - lineal que incluya un análisis estadístico de la bondad de ajuste (intervalos de Confianza).
5. Un modelo de verificación y simulación de la prueba.
6. Un modelo de salida o reporte de resultados en forma gráfica y tabulada.

Entre los percusores de estos nuevos avances, se mencionan:

Pioneros:

Jargon y van Poolen [52] (1965).

Jahns [51] (1966).

Coats et al.[50] (1970).

Earlougher y Kersch [46](1972).

Modernos **:**

Padmanabhan [47] (1976).

Rosa y Horner [44] (1983).

Horner, Perrine y Barua [53] (1986).

ANÁLISIS ACTUAL

El método de la Curva Tipo en forma manual ya casi no se usa, ante el advenimiento del computador, como instrumento de rutina en el análisis de pruebas de pozos. Las variedades limitantes del cálculo manual, incluyen cálculo lento y poco preciso durante el procesamiento de las varias etapas de análisis, especialmente durante la verificación y simulación de la prueba, hacen que el método manual tienda a desaparecer. Las mismas operaciones y cálculos pueden ser efectuadas por el programa de análisis, a mucha mejor precisión y en un tiempo relativo mínimo.

Método análisis actual incluye:

1. Uso de programa comercial de análisis de presiones.

2. El uso de regresión lineal manual y la aplicación del método de Curva Tipo tradicional manual pueden introducir errores apreciables en el análisis e interpretación de pruebas de presión.

3. Desde el punto de vista matemático el objetivo sigue siendo resolver un problema con valor frontera ("Boundary Value Problem"). Una vez obtenida la solución, analizarla, determinar períodos de flujo (análisis específico). Estudiarla (problema de unicidad de la solución) y en la práctica resolver el problema inverso.

4. La aplicación del cálculo manual, esta en desuso. Cálculo lento y poco preciso y la introducción del computador, PC han hecho casi desaparecer el análisis manual. En especial durante la simulación y verificación de la prueba. El método manual consume mucho tiempo.

5. Sin embargo, debido a las limitaciones en cuanto a número de soluciones (modelos matemáticos) de los programas comerciales, siempre es necesario una buena preparación ("background"), para poder efectuar el análisis e interpretación de la pruebas de pozos.

6. Se debe utilizar toda la información del sistema pozo - yacimiento disponible :
   - Historia de producción y de pruebas.
   - Datos de completación del pozo.

- Datos de PVT.
- Datos e información de geología.
- Datos de geofísica.
- Información de registro de formación.
- Datos petrofísicos.

7. Es recomendable el uso de Convolución y Deconvolución, cuando el efecto de llene no sea constante. Esta es la principal limitación de las curvas tipos desarrolladas hasta ahora (C_D =constante).

8. Muchas veces, aun con información del sistema conocido y la aplicación de programas comerciales, se presentan resultados ambiguos en el análisis e interpretación de la prueba, y sólo la aplicación de un análisis integrado, podría reducir o eliminar el problema de unicidad de la solución e identificar aproximadamente el modelo pozo-yacimiento, conocida la solución al problema, $p = p(t)$ (problema inverso).

9. El uso de herramientas de cierre en el fondo del pozo ha permitido usar el modelo de Curva Tipo, de coeficiente de llene constante, en forma bastante aceptable.

10. Los sistemas expertos y las redes neurales, es unos de los campos de investigación más recientes en el análisis e interpretación de pruebas de pozos.

Algunos métodos:

- Método estadístico de Watson et al.[60] (1988)
- Método basado en reglas de Allain y Horne [59] (1990)
- Redes neuronales de Al - Kaabi y Lee, [49] (1990)

La primera aplicación de estos métodos es la identificación del sistema pozo-yacimiento (solución del problema inverso).

CONCLUSIONES

1. El uso de la computadora y de programas especializados es indispensable y necesario en el análisis e interpretación de pruebas de presión.

2. Es muy importante la preparación técnica y académica del usuario, durante la toma de decisiones en el análisis e interpretación de pruebas de presión.

3. Para la determinación del modelo matemático se hace necesario un análisis integrado

de diversas áreas de ingeniería: geología, geofísica, registros de formación, propiedades PVT, etc.

4. Análisis log - log y análisis de diagnóstico, se puede determinar k , m , C , ω , λ etc., mediante análisis especializado de regresión lineal, identificando condiciones de contorno , tanto en el pozo como en los límites del yacimiento. Los métodos de análisis rutinarios consisten en:

* Análisis semi - log: Regresión lineal para determinar k, m, S, ω , λ del gráfico de Horner[7], gráfico de la aproximación logarítmica de la Línea Fuente, gráfico de Warren y Root [34], etc.

- Análisis de Curva Tipo Bourdet et al[18].
- Análisis de límites
- Prueba límite
- Regresión no - lineal
- Validación, verificación y comparación del modelo identificado con otros modelos (modelo geológico, petrofísico, etc.).

5. Nuevos avances en modelaje del sistema pozo - yacimiento, en técnicas de análisis y en desarrollo de instrumentos de mediciones de presiones y tasa de flujo, se esperan en un futuro cercano.

REFERENCIAS

CAPÍTULO 1

1. Carter, D.V.: History of Petroleum Engineering, A.P, Dallas (1961).

2. Ramey H. J., Jr.: Pressure Transient Testing, Distinguished Author Series, J. P. T. (Julio, 1982) 1407 - 1413.

3. Theis, C.V.: "The relation ship Between the Lowering of the Piezometric Surface and the rate and Duration of Discharge Using Ground-Water Storage", Trans. AIME (Aug. 1935) 519.

4. Muskat, M.: "Use of Data on the Buildup of Bottom-Hole Pressures," Trans., AIME (1947) 123, 44-48.

5. Van Everdingen, A.F., y Hurst, W.: "The application of the Laplace Transformation to Flow Problems Reservoirs", Trans. AIME (1949) 186,305.

6. Miller, C.C., Dyes, A.B. y Hutchinson, C.A., Jr.: "The Estimation of Permeability and Reservoirs Pressure from Bottom-Hole Pressure Build-up Characteristics", Trans AIME (1950)189,91.

7. Horner, D.R.: "Pressure Build-up in Wells", Pro.Tercer Congreso Mundial de Petróleo, E.J. Brill, Leiden (1951) 11,503.

8. Van Everdingen, A.F.: "The Skin Effect and its Influence on the Productive Capacity of a Well," Trans. AIME (1953) 198,171.

9. Hurst, W.: "Establishment of the Skin Effect and its Impediment to Fluid Flow into a Wellbore," Pet. Eng. (Oct., 1953) 25.

10. Perrine, R.L.: "Analysis of Pressure Buildup Curves, Drill. and Prod. Prac., API (1956)482-509.

11. Martin, J.C.: "Simplified Equations of Flow in Gas Drive Reservoirs and the Theoretical Foundation of Multiphase Pressure Buildup Analysis, "Trans. AIME (1959) Vol. 216, 309-311.

12. Matthews, C.S., Brons, F., y Hazebroek, P.: "A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir", Trans. AIME (1954) 201, 182.

13. Al-Hussainy, R., Ramey, H.J., Jr. y Crawford, P.B.: "The Flow of Real gases Trough Porous Media," J. P.T. (Mayo, 1966) 624.

14. Agarwal, R.G., Al-Hussainy, R. y Ramey, H.J., Jr.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow. I: Analytical Treatment," Soc. Pet. Eng. J. (Sept., 1970) 279.

15. McKinley, R.M.: "Wellbore Transmissibility from After flow-Dominated Pressure Buildup Data," J. P.T. (Julio, 1971) 863.

16. Earlougher, R.C., Jr. y Kersch, K.M.: "Analysis of Short - Time Transient Test Data by Type-Curve Matching," J.P.T. (Julio, 1974) 793-800.

17. Gringarten, A.C., Bourdet, D., Landel, P.A. y Kniazeff, V.: "A Comparison between different skin and wellbore storage type-curves for early-time transient analysis", Trabajo SPE No. 8205, presentado en la 54ava reunión de SPE AIME, celebrada en las Vegas, Nevada, (Sept,23-26, 1979).

18. Bourdet, D., Whittle, T.M., Douglas, A.A. y Pirard, M.: "A new Set of Type Curves Simplifies Well Test Analysis," World Oil, (Mayo, 1983).

19. Gringarten, A.C.: "New Developments in Well Test Analysis," Charla Técnica, Stanford University, (Abril, 1991).

20. Gringarten, A.C., Ramey, H.J., Jr. y Raghavan, R.: "Pressure Analysis for Fractured Wells," J.P.T. (Julio, 1975) 887-892.

21. Cinco-Ley, H.: "Evaluation of Hydraulic Fracturing by Transient Pressure Analysis Methods," Trabajo SPE No. 110043 presentado en la Reunión de Ing. de Pet. en Beijing, China, (Marzo, 1982), 19-22,.

22. Kuhcuk, F., Karakas, M., y Ayestaran, L.: "Well Testing and Analysis Techniques for Layered Reservoirs," SPEFE (Agosto, 1986) 342-54.

23. Daviau, F. et al.: "Pressure Analysis for Horizontal Wells," Trabajo SPE No. 14251 presentado en la Reunión Anual Técnica de CPE Formation Evaluation 716-724 (Dic, 1988).

24. Kuchuk, F.J., Goode, P. A., Brice, B. W., Sherrard, D. W., y Thambynayagam, M.: "Pressure Transient Analysis For Horizontal Wells", J. Pet. Tech., (Agosto, 1990) , 974-984., Trans., AIME, 298.

25. Meunier, D., Wittman, M. J. y Staewart, G.: "Interpretation of Pressure build-up test using in-situ measurement of after flow. Trabajo SPE No. 11463. Middle East Technical Conference, Mahama Bahrain, (Marzo, 1983). J. Pet. Tech. (Enero, 1985), 143-152.

26. Kuchuk, F. y Ayestaran, L.: "Analysis of simultaneously measured pressure and sand-face flow rates in transient well testing; Trabajo SPE No. 12177, 58th. Anual Technical Conference, San Francisco, California, (Octubre 1983).

27. Bourdet, D., Ayoub, J.A., Whittle, T. M., Pirard, Y. M. y Kniazeff, V:" Interpreting well test in fractured reservoirs", World Oil, (Otubre, 1983).

28. Bourdet, D., Alagoa, A., Ayoub, J. A. y Pirard, Y. M.: "New Type curves aid analysis of fissured zone well test", World Old (April, 1984).

29. Alvarado, D. A. "Pressure Transient Test Using Mathematical Properties of type Curve Models. Trabajo SPE No. 26960. Presentado en III Latin American / Caribbean Petroleum Engineering Conference. Buenos Aires, Argentine 27-29 (Abril, 1994).

30. Bourdet, D.:"Pressure Behavior of Layered Reservoirs with Cross Flow, "Trabajo SPE No. 13628. California Regional Meeting, Bakers Field, (Marzo, 1985), 27-29.

31. Kuchuk, F. J., y Kirwan, P. A.: "New Skin and Wellbore Storage Type Curves For Partially Penetrating Wells", SPE Formation Evaluation, (Dec ,1987) , 546-554.

32. Cinco, L.H., Samaniego, V.F., and Domoninguez, A.N.: "Transient Pressure Behavior for a Well with a finite conductivity Vertical Fractured". SPEJ (Aug 1978) 253-264.

33. De Swaan, O.A.: "Analytic Solution for Determining Naturally Fractured Reservoir Properties by Well Testing" SPEJ (June 1976) 117-122, Trans., AIME, 261.

34. Warren, J.E. and Root, P.J.: "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs", SPEJ (Sept - 1963) 245-255.

35. Bourdet, D. and Gringarten, A.C.: "Determination of Fissured Volume and Block Size in Fractured Reservoir by Type Curve Analysis", paper SPE 9293 presented at the SPE Ann. Tech. Conf. And Exp., Dallas, TX, (Sept. 1980) 21-24.

36. Agarwal, R.G., Carter, R.D., and pollock, C.B.: "Evaluation and Prediction of Performance of Low Permeability Gas Wells stimulated by Massive hydraulic Fracturing", JPT, (March, 1.979) 362-372; Trans., AIME, Vol. 267.

37. Cinco L., H., and Samaniego V., F.: "Transient Pressure Analysis for Fractured Wells", paper SPE 7490, presented al the SPE-AIME 53rd Annual Fall Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, Oct 1-3, 1978.

38. Clonts, M.D., and Ramey, H.J.: "Pressure Transient Analysis for Well with Horizontal Drain holes", SPE 15116 at the 1986 SPE California Regional Meeting; Oakland, April 2 to 4, 1986.

39. Ozkan, E., Raghavan and Joshi, S.D.: "Horizontal Well Pressure Analysis", SPEFE (Dec. 1989) 567; Trans., AIME, 287.

40. Good, D.A. and Thambynayagan, R.K.M.: "Pressure Drawdown and Buildup Analysis of Horizontal Wells in Anisotropic Media Formation Evaluation" SPE (Dec. 1987).

41. Odeh, A.S and Babu, D.K.: "Transient Flow Behavior of Horizontal Wells; Pressure Drawdown and Buildup Analysis", SPEFE (March-1990); Trans, AIME, 289.

42. Mavor, M.J. and Cinco, H.: "Transient Pressure behavior of naturally fractured reservoir" SPE paper 7977, April 18 to 20, 1974.

43. Russell, D.G. and Truit, N.E.: "Transient Pressure Behavior in Vertically Fractured reservoir", JPT (Oct. 1964) 1159-1170; Trans., AIME, 231.

44. Rosa, A.J. and Horner, R.N.: "Automated Curve Matching in Well Test Analysis Using Laplace Spence Determination of Parameter Gradients" paper SPE 12131 al the 1983 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Francisco, Oct-5-8.

45. Stehfest, H.: "Algorithm 386 - Numerical Inversion of the Laplace Transforms [D 5]", Communications of the ACM, Jan 1970, Vol. 13, No. 1,47-49.

46. Earlougher, R.C. and Keserch, M.K.: "Field Examples of Automatic Transient Test Analysis", J.P.T. (Oct. 1972) 1271.

47. Padmanabha, L.: "Well Test. A program for computer. Aided Analysis of Pressure Transient Data From Well Test". Paper SPE 8391. Presented at the 1979 Annual Technical Conferences. Las Vegas Sep. 23-26.

48. Gringarten, A.C. and Ramey, H.J.: "The use of Souse and Green's Function in Solving Unsteady-Flow Problems in Reservoir", SPE Journal (Oct-1973) 285-296.

49. Al-Kaabi, A.V., D.A. Mc Vay and W.J. Lee: "Using an Expert System to Identify the Well Test Interpretation Model", paper SPE 18158 presented at the Ann. Tecn. Conf. And Exh., Houston, Texas, October 2-5, 1988.

50. Coats et al.: “A new Technique for Determining Reservoir Description from Field Performance Data” SPEJ (Mav-1.970) 66-74 Trans., AIME, 249.

51. Jhans, H.O.: “A Rapid Method for obtaining a two Dimensional reservoir Description From Well Pressure Response Data”, SPEJ (Dec. 1.966) 315-327.

52. Jargon, J.R. and van Poolen, H.K.: “Unit Response Function From Varying-Rate Data”, JPT. (Aug-1.965) 965-69. Trans., AIME, 234.

53. Horner, Perrine y Barua. “Improved Estimation Algorithm for Automated Type Curve Analysis of Wells Test” SPEFE (Mar-88) 186; Trans., AIME, 285.

54. Wooden, Azari y Soliman (1.992)

55. Levenberg, K.: “A Method for the Solution of Certain Problems in Least. Squares”, Quart. Appl. Math., 2 (1.944), 164-168.

56. Marquardt, D.W.: “An Algothm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters”, J. Soc. Indust. Appl. Math. (Jun.1.963), 11, No.2.

57. Vieira, P.M.F. : “Analises Automatzada de Testes de Pressao”, Disertation UNICAMP, Brazil. (Dic.-1992).

58. Mc Vay, D.A., et al.: “Interactive Well-Test Analysis Using Microcomputers”, J.P.T. (Sep. 1.988) 1227-31.

59. Allain, Q.F. and Horner, R. N.: “Use of Artificial Intelligence in Well Test Analysis,” JPT. (Mar-1.990), 342.

60. Watson, A.T., Gatens, J.M. III, and Lane, H.S.: “Model selection of Well Test and Production Data Analysis”, SPEFE (March-1.988) 215-21; Trans., AIME, 285.

CAPÍTULO 2
ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN

OBJETIVOS

1. Proporcionar al Ingeniero las bases teóricas que permitan el entendimiento de las relaciones matemáticas a utilizar. Esto implica conocer las ecuaciones de flujo la formulación del problema con valor de frontera.
2. Escribir las ecuaciones apropiadas para describir un sistema pozo – yacimiento particular.
3. Análisis, interpretación y validación de las pruebas de pozos usando las técnicas más modernas de análisis. Esto incluye análisis simplificado log – log, análisis semi – log, métodos de Curva Tipo, análisis específicos, Métodos de la Derivada, Convolución, Deconvolución.
4. Uso y aplicación de programas comerciales de diseño, en análisis e interpretación de pruebas de pozos.

APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE PRESIONES

Pueden ser usadas para obtener:

1. La presión promedio del yacimiento del área de drenaje.
2. Permeabilidad de la formación.
3. Determinar el grado de daño a la formación durante la perforación y completación del pozo.
4. Cuan efectivo o eficiente ha sido una estimulación o tratamiento del pozo.
5. El grado de conectividad entre pozos.
6. Estructura geológicas.

Los datos de presión, cuando se combinan con datos de producción de petróleo y agua con datos de laboratorio, de propiedades de las rocas y de los fluidos, constituyen un medio para estimar el petróleo original in situ y el petróleo que puede ser esperado del yacimiento bajo diversas formas de producción.

BASES MATEMÁTICAS PARA EL ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIONES

Ecuaciones Básicas o Leyes Físicas:

1. Conservación de la Masa
2. Conservación de la Energía
3. Conservación del Momento
4. Ecuaciones de Transporte. Ley de Darcy.
5. Condiciones de Equilibrio.
6. Ecuaciones de Estado y propiedades de los fluidos y de las rocas.

Al aplicar un balance de masa sobre un elemento finito de geometría determinada se obtiene la ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v_r) = -\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \qquad (2\text{-}1)$$

La Ley de Darcy es:

$$V_r = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r} \qquad (2\text{-}2)$$

sustituyendo la ecuación (2-2) en ecuación (2-1):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\rho\frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \qquad (2\text{-}3)$$

Consideremos fluido de compresibilidad constante en la ecuación de estado:

$$c = -\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \qquad (2\text{-}4)$$

si c es una constante, entonces:

$$c(p - p_{sc}) = \ln\frac{\rho}{\rho_{sc}} \qquad (2\text{-}5)$$

Pongamos la ecuación (2-3) en función de ρ. Para esto, sustituimos $\frac{\partial p}{\partial r}$ y operando en el 2do miembro de la ecuación (2-3) obtenemos:

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} = \frac{\phi\partial\rho}{c\partial t}\left(\underbrace{c + c_r}_{c_D}\right) \qquad (2\text{-}6)$$

PhD. Douglas Alvarado

y si k y μ son constantes:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)+c\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2=\frac{\phi\mu c_t}{k}\left(\frac{\partial \rho}{\partial t}\right) \tag{2-7}$$

Consideremos de nuevo la ecuación (2-3), pero expresaremos ρ en función de p. Mediante un procedimiento análogo al utilizado para obtener la ecuación (2-7) puede escribirse la ecuación de flujo de la presión p.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)+c\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)^2=\frac{\phi\mu c_t}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{2-8}$$

ecuación en derivadas parciales de 2do orden no lineal.

Si suponemos que los gradientes de presión son pequeños, es decir, si $\frac{\partial p}{\partial r}\approx 0$ obtenemos:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{\phi\mu c_t}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) \tag{2-9}$$

que es la ecuación de difusividad en términos de presión.

Consideremos ahora como fase fluyente de gas, la ecuación de estado correspondiente es:

$$pv = nRTz \tag{2-10}$$

Siendo, $n=\frac{m}{M}$ (2-11)

entonces:

$$\rho=\frac{m}{v}=\frac{Mp}{zRT} \tag{2-12}$$

y por definición:

$$c_p = \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_T \tag{2-13}$$

determinemos una expresión para c_T:

$$c_g = \frac{1}{\frac{Mp}{zRT}}\left[\frac{\partial\left(\frac{Mp}{zRT}\right)}{\partial p}\right]_T \text{ ; donde T es una constante} \tag{2-14}$$

$$c_g = \frac{zRT}{Mp}\frac{M}{RT}\left[\frac{z-\left(\frac{dz}{dp}\right)}{z^2}\right] \tag{2-15}$$

$$c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{z}\left(\frac{dz}{dp}\right) \tag{2-16}$$

Si T. la temperatura es constante es constante para un gas ideal; z = 1 y además μ = μ(T) = constante, entonces la ecuación (2-16) se reduce a:

$$c_g = \frac{1}{p} \tag{2-17}$$

si consideramos la ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v_r) = -\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} \tag{2-1}$$

sustituyendo $\mathbf{v_r}$ dada por la Ley de Darcy, y ρ dada por la ecuación (2-12) obtenemos después de derivar, simplificar y considerar como variable dependiente el factor p^2.

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial p^2}{\partial r}\right) - \frac{d[\ln(\mu z)]}{dp^2}\left(\frac{\partial p^2}{\partial r}\right) = \frac{\phi\mu c_t}{k}\left(\frac{\partial p^2}{\partial t}\right) \tag{2-18}$$

ecuación en derivadas parciales de 2do orden, ecuación no lineal. Si los gradientes son pequeños la ecuación (2-18) puede escribirse:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial p^2}{\partial r}\right) = \frac{\phi\mu c_t}{k}\left(\frac{\partial p^2}{\partial t}\right) \tag{2-19}$$

ecuación que aun es no lineal por que, $c_t = c_t(p)$

En el caso del gas ideal:

z = 1. μ = μ(T) y ambas propiedades son constantes.

luego:

$$\frac{d\ln(\mu z)}{dp^2} = 0 \qquad (2\text{-}4)$$

y la ecuación (2-18) se reduce a la ecuación (2-19) sin necesidad de hacer la suposición de que los gradientes son pequeños. Sin embargo, aún la ecuación (2-19) es no lineal debido a que:

$c_t \approx c_g \approx \frac{1}{p}$ (función de p)

Uso de la función m(p):

$$m(p) = \int_{pb}^{p} \frac{2p}{\mu z} dp \qquad (2\text{-}20)$$

Donde:

$$\frac{\partial m(p)}{\partial r} = \frac{\partial m(p)}{\partial p}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\partial p}{\mu z}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\partial p^2}{\partial r}\left(\frac{1}{\mu z}\right) \qquad (2\text{-}21)$$

$$\frac{\partial m(p)}{\partial t} = \frac{\partial m(p)}{\partial p}\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = \frac{\partial p}{\mu z}\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) = \frac{\partial p^2}{\partial t}\left(\frac{1}{\mu z}\right) \qquad (2\text{-}22)$$

operando en la ecuación (2-1), podemos obtener:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{\mu z} p \frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{1}{k}\frac{\phi}{z} p \frac{\partial p}{\partial t} c_t \qquad (2\text{-}23)$$

$$\frac{\partial m(p)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial m(p)}{\partial r}\right] = \frac{\phi \mu c_t}{k}\left[\frac{\partial m(p)}{\partial t}\right] \qquad (2\text{-}24)$$

Esta es una ecuación cuasi lineal y es la base para el análisis de presiones para un pozo de gas. Los métodos de análisis desarrollados para líquidos, pueden ser extendidos para gases pero, usando la función de m(p).

La ecuación (2-24) es similar a la ecuación (2-9). Pero tiene la particularidad, que en los términos de segundo grado desaparecen.

En resumen, un balance de materiales sobre un elemento diferencial de medio poroso conduce a la ecuación de continuidad.

La ecuación de estado es sustituida, para producir una ecuación diferencial en derivadas parciales para flujo isotérmico la cual especifica la relación entre la densidad (o presión), espacio y tiempo. Excepto para líquidos de compresibilidad constante, es de uso práctico la ecuación de difusividad en términos de presión, bajo la suposición de que los gradientes son pequeños en cualquier sistema de flujo. Esta suposición es usualmente razonable para el flujo de líquidos.

Es notable el hecho de que para gases ideales en términos de p^2, no se obtienen términos de presión de segundo grado, mientras que en términos de presión p, aparece de un término de segundo grado. Esto no fue demostrado anteriormente pero puede ser verificado fácilmente. Para flujo de gases reales un término de segundo grado aparece a menos que una sustitución tal como la pseudo-presión para gases reales, m(p), sea usada.

ECUACIÖN DE DIFUSIVIDAD

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\phi \mu c_t}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \tag{2-9}$$

Características

1. La ecuación (2-9) es lineal solo cuando esta expresada en función de la densidad, ρ.
2. La ecuación (2-9) es una simplificación que se obtiene al suponer los gradientes de presión de pequeños.
3. Para formular el problema requerimos:
   - ✓ Ecuación de flujo
   - ✓ Condición inicial.
   - ✓ Condición de contorno.

Condiciones de contorno en el pozo (en el límite de contorno)

Las suposiciones hechas en el desarrollo de la ecuación son resumidas a continuación:

1. Flujo radial hacia el pozo abierto sobre el espesor total del yacimiento.
2. Medio poroso isotrópico y homogéneo.
3. Yacimiento de espesor uniforme.
4. Porosidad y permeabilidad.
5. Fluido de compresibilidad pequeña y constante.
6. Fluido de viscosidad constante.
7. Pequeños gradientes de presión.
8. Fuerzas de gravedad despreciables.

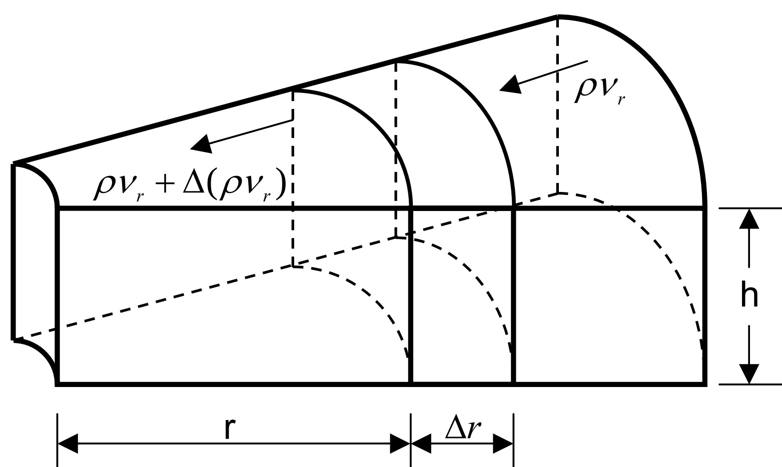


Figura 2.1. Elemento de volumen sobre el cual se aplica el Balance de Masa.

FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA DE FLUJO DE PETRÓLEO (UNA FASE) DE UN POZO PRODUCIENDO A TASA DE FLUJO CONSTANTE EN EL POZO, PARA VARIOS SISTEMAS POZO – YACIMIENTO.
(Ver figura 2.2).

Premisas asumidas:

1. Consideramos skin y efecto de llene, igual a cero.
2. Formulemos ahora el problema de un pozo, produciendo a tasa de flujo

constante en un yacimiento infinito.

3. El yacimiento se supone a una presión, p_i, en un tiempo t = 0.

4. La solución del problema se presenta en la Figura 2.1.

Para Yacimiento infinito.

Ecuación de flujo:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{\phi\mu c_t}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \quad (2\text{-}9)$$

Condición inicial:

Para t = 0 p(r,t) = p_i para cualquier r

Condiciones de contorno:

Condición de contorno interna: q es constante.

Aplicando la Ley de Darcy en el pozo:

$$q=-\frac{k}{\mu}A\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{rw} \quad (2\text{-}25)$$

Donde:

$$A=2\pi r_w h$$

Entonces:

$$q=-\frac{k}{\mu}(2\pi r_w h)\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w} \quad (2\text{-}26)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r_w}=\frac{q\mu}{2\pi k h r_w} \quad (2\text{-}27)$$

ó $$\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{rw}=-\frac{q\mu}{2\pi kh}=\text{Constante} \quad (2\text{-}28)$$

otra forma de condición de contorno interior:

$$\lim\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{rw}=-\frac{q\mu}{2\pi kh}=\text{Constante} \quad (2\text{-}29)$$

$$r_w \to 0$$

Que se aplica al caso de que el pozo fuera una línea fuente.

Condición de contorno externa:

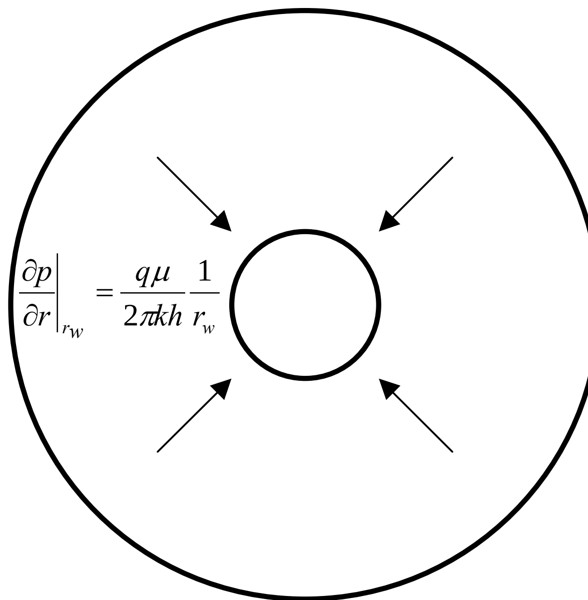
$$\lim(p_{r,t})=p_i$$

$r \to \infty$

La solución de este problema se muestra en las Figuras 2.3 y 2.4.

CASO DE YACIMIENTO INFINITO

$p \to p_i$ **como** $r \to \infty$

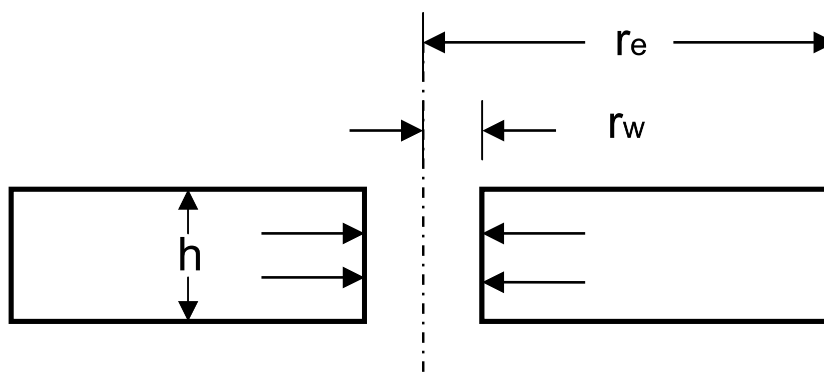


CASO DE YACIMIENTO CIRCULAR LIMITADO

$$\left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_{re} = 0$$

CASO DE YACIMIENTO CON PRESIÓN CONSTANTE EN EL LÍMITE EXTERIOR

$p = p_i$ en $r = r_e$



PhD. Douglas Alvarado

Figura 2.2. Diagrama esquemático de un pozo en un yacimiento radial mostrando los diferentes tipos de condiciones de contorno, para tasa de flujo constante. Adaptada de la referencia.

SOLUCIÓN DE LA LÍNEA FUENTE (S.L.F):

$$p_d = \frac{1}{2}\left[-E_t\left(-\frac{r_d^{\,2}}{4t_D}\right)\right] \tag{2-30}$$

1. Propiedades de la solución con C_D = 0 y S = 0.
2. Para r_D ≥ 25 use la Solución de la Línea Fuente para cualquier valor de r_D (cualquier localización).
3. Empíricamente se ha demostrado que en un pozo de radio finito, r_D = 1, y para C_D = 0 y S = 0 a tiempos de de flujo muy pequeños (a los pocos segundos) se alcanza la condición de t_D/r_D = 25.
4. Para t_D/r_D > 25 la Solución de la Línea Fuente puede ser aproximada por:

$$P_D = \frac{1}{2}\left(\ln\left(\frac{t_D}{r_D^{\,2}}\right) + 0{,}81\right) \tag{2-31}$$

5. Como consecuencia de 3 y 4 un pozo de radio finito, r_D = 1 produciendo a tasa de flujo constante con C_D = 0 y S = 0, puede ser modelado para tiempos prácticos reales de flujo por la aprobación logarítmica de la Solución de la Línea Fuente.

$$P_D = \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0{,}81\right) \tag{2-31}$$

6. Un pozo con C_d = 0 y S ≠ 0 puede ser modelado con una modificación de la aproximación logarítmica.

$$P_D = \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0{,}81 + 2S\right) \tag{2-31}$$

7. Un pozo con C_d ≠ 0 y S ≠ 0, puede ser modelado con la ecuación modificada, que incluye el efecto "skin" S, una vez que desaparezca el efecto de almacenamiento, C_D.

Aproximación logarítmica de la Solución de la Línea Fuente:

$$P_D = \frac{1}{2}\left[-E_i\left(-\frac{r_D^{\,2}}{4t_D}\right)\right] \tag{2-32}$$

Para:

$$x = \frac{r_D^{\ 2}}{4t_D} \quad \text{tenemos que:} \quad -E_i(-x) = \int_x^\infty \frac{e^{-u}}{u} du \tag{2-33}$$

cuando x ≤0.01 (ver Tabla 2.1)

La integral exponencial puede ser sustituida por –ln(γx), esto es:

para x ≤0.01

-Ei(-x) ≅ –ln(γx)

donde γ = 1.781

por lo que exp(0.5772…) = 1.781…

el valor 0.5772 es la constante de Euler

luego tenemos:

$$p_D = -\frac{1}{2}\ln(\gamma x) = -\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\gamma_D^2}{4t_D}\right) \tag{2-34}$$

$$-\frac{1}{2}\left(\ln\frac{r_D^2}{t_D} + \ln\frac{\gamma}{4}\right) = +\frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{r_D^2} + \ln\frac{4}{\gamma}\right)$$

Finalmente:

$$P_D = \frac{1}{2}\left[\ln\left(\frac{t_D}{r_D^{\ 2}}\right) + 0{,}8091\right] \tag{2-35}$$

Cuando se gráfica en papel semilog P_D Vs. $\frac{t_D}{r_D^{\ 2}}$, se obtiene una recta para valores de $\frac{t_D}{r_D^{\ 2}}$ ≥ 25 que corresponden a valores de x ≤ 0.01. (Ver Figura Nro. 2.3A)

$$P_D = \frac{1}{2}(2.303)\log\left(\frac{t_D}{r_D^{\ r}}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)(0{,}8091) \tag{2-36}$$

$$P_D = 11.5131\log\left(\frac{t_D}{r_D^{\ r}}\right) + 0.4045$$

(2-37)

Tabla 2.2. Valores de el exponente integral . $-E_i(-x)$. Fuente Pet. Eng.(1956). (Pág. 171-173)

Tabla 2.1. $-E_i(-x)$ como una función de x

Ei (-X), 0.000 < 0.209, interval - 0.001

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,00		6,332	5,639	5,235	4,948	4,726	4,545	4,392	4,259	4,142
0,01	4,038	3,944	3,858	3,779	3,705	3,637	3,574	3,514	3,458	3,405
0,02	3,355	3,307	3,261	3,218	3,176	3,137	3,098	3,062	3,026	2,992
0,03	2,959	2,927	2,897	2,867	2,838	2,81	2,783	2,756	2,731	2,706
0,04	2,681	2,658	2,634	2,612	2,59	2,568	2,547	2,527	2,507	2,487
0,05	2,468	2,449	2,431	2,413	2,395	2,377	2,36	2,344	2,327	2,311
0,06	2,295	2,279	2,264	2,249	2,235	2,22	2,206	2,192	2,178	2,164
0,07	2,151	2,138	2,125	2,112	2,099	2,087	2,074	2,062	2,05	2,039
0,08	2,027	2,015	2,004	1,993	1,982	1,971	1,96	1,95	1,939	1,929
0,09	1,919	1,909	1,899	1,889	1,879	1,869	1,86	1,85	1,841	1,832
0,10	1,823	1,814	1,805	1,796	1,788	1,779	1,77	1,762	1,754	1,745
0,11	1,737	1,729	1,721	1,713	1,705	1,697	1,689	1,682	1,674	1,667
0,12	1,66	1,652	1,645	1,638	1,631	1,623	1,616	1,609	1,603	1,596
0,13	1,589	1,582	1,576	1,569	1,562	1,556	1,549	1,543	1,537	1,53
0,14	1,524	1,518	1,512	1,506	1,5	1,494	1,488	1,482	1,476	1,47
0,15	1,464	1,459	1,453	1,447	1,442	1,436	1,431	1,425	1,42	1,415
0,16	1,409	1,404	1,399	1,393	1,388	1,383	1,378	1,373	1,368	1,363
0,17	1,358	1,353	1,348	1,343	1,338	1,333	1,329	1,324	1,319	1,314
0,18	1,31	1,305	1,301	1,296	1,291	1,287	1,282	1,278	1,274	1,269
0,19	1,265	1,261	1,256	1,252	1,248	1,243	1,239	1,235	1,231	1,227
0,20	1,223	1,219	1,215	1,21	1,206	1,202	1,198	1,195	1,191	1,187

-Ei (-X), 0.00 < X > 2.09, interval = 0.01

0	+∞	4,038	3,335	2,959	2,681	2,468	2,295	2,151	2,027	1,919
0,1	1,823	1,737	1,660	1,589	1,524	1,464	1,409	1,358	1,309	1,265
0,2	1,223	1,183	1,145	1,110	1,076	1,044	1,014	0,985	0,957	0,931
0,3	0,906	0,882	0,858	0,836	0,815	0,794	0,774	0,755	0,737	0,719
0,4	0,702	0,686	0,67	0,655	0,640	0,625	0,611	0,298	0,585	0,572
0,5	0,560	0,548	0,536	0,525	0,514	0,503	0,493	0,483	0,473	0,464
0,6	0,454	0,445	0,437	0,428	0,420	0,412	0,404	0,396	0,388	0,381
0,7	0,374	0,367	0,360	0,353	0,347	0,340	0,334	0,328	0,322	0,316
0,8	0,311	0,305	0,300	0,295	0,289	0,284	0,279	0,274	0,269	0,265
0,9	0,260	0,256	0,251	0,247	0,243	0,239	0,235	0,231	0,227	0,223
1,0	0,219	0,216	0,212	0,209	0,205	0,202	0,198	0,195	0,192	0,189
1,1	0,186	0,183	0,180	0,177	0,174	0,172	0,169	0,166	0,164	0,161
1,2	0,158	0,156	0,153	0,151	0,149	0,146	0,144	0,142	0,140	0,138
1,3	0,135	0,133	0,131	0,129	0,127	0,125	0,124	0,122	0,120	0,118
1,4	0,116	0,114	0,113	0,111	0,109	0,108	0,106	0,105	0,103	0,102
1,5	0,1000	0,0985	0,0971	0,0957	0,0943	0,0929	0,0915	0,0902	0,0889	0,0876
1,6	0,0863	0,0851	0,0838	0,0826	0,0814	0,0802	0,0791	0,0708	0,0768	0,0757
1,7	0,0747	0,0736	0,0725	0,0715	0,0705	0,0695	0,0685	0,0675	0,0666	0,0656
1,8	0,0647	0,0638	0,0629	0,062	0,0612	0,0603	0,0595	0,0586	0,0578	0,057
1,9	0,0562	0,0554	0,0546	0,0539	0,0531	0,0524	0,0517	0,051	0,0503	0,0496
2,0	0,0489	0,0482	0,0476	0,0469	0,0463	0,0456	0,045	0,0444	0,0438	0,0432

2.0 < X < 10.9, interval = 0.1

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4.89x 10-2	4.26x 10-2	3.72x 10-2	3.25x 10-2	284x 10-2	2.49x 10-2	2.19x 10-2	1.92x 10-2	1.69x 10-2	1.48x 10-2
3	1.30x 10-2	1.15x 10-2	1.01x 10-2	8.94x 10-3	7.89x 10-3	6.87x 10-3	6.16x 10-3	5.45x 10-3	4.82x 10-3	4.27x 10-2
4	3.78x 10-3	3.35x 10-3	2.97x 10-3	2.54x 10-3	2.34x 10-3	2.07x 10-3	1.84x 10-3	1.64x 10-3	1.45x 10-3	1.29x 10-3
5	1.15x 10-3	1.02x 10-3	9.08x 10-4	8.09x 10-4	7.19x 10-4	6.41x 10-4	5.71x 10-4	5.09x 10-4	4.53x 10-4	4.04x 10-4
6	3.60x 10-4	3.21x 10-4	2.86x 10-4	2.55x 10-4	2.28x 10-4	2.03x 10-4	1.82x 10-4	1.62x 10-4	1.45x 10-4	1.29x 10-4
7	1.15x 10-4	1.03x 10-4	9.22x 10-5	8.24x 10-5	7.36x 10-5	6.58x 10-5	5.89x 10-5	5.26x 10-5	4.71x 10-5	4.21x 10-5
8	3.77x 10-5	3.37x 10-5	3.02x 10-5	2.70x 10-5	2.42x 10-5	2.16x 10-5	1.94x 10-5	1.73x 10-5	1.55x 10-5	1.39x 10-5
9	1.24x 10-5	1.11x 10-5	9.99x 10-6	8.95x 10-6	8.02x 10-6	7.18x 10-6	6.44x 10-6	5.77x 10-6	5.17x 10-6	4.64x 10-6
10	4.15x 10-6	3.73x 10-6	3.34x 10-6	3.00x 10-6	2.68x 10-6	2.41x 10-6	2.16x 10-6	1.94x 10-6	1.74x 10-6	1.56x 10-6

SOLUCIÓN DE LA LÍNEA FUENTE EN SU FORMA DIMENSIONAL

1. $$P_D = -\frac{1}{2} E_i\left(-\frac{r_D^{\ 2}}{4t_D}\right) \tag{2-38}$$

2. Aproximación logarítmica de la Solución de la Línea Fuente:

Trabajando con la ecuación (2-9) y sustituyendo las variables adimensionales p_D, t_D, r_D, obtenemos:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{r,t}\right) = -\frac{1}{2}E_i\left[\frac{\frac{r^2}{r_w^{\ 2}}}{4\left(\frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r_w^{\ 2}}\right)}\right] \tag{2-39}$$

y

$$p_{r,t} = p_i - \frac{141.2qB\mu}{2kh}\left[-\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{\phi\mu c_t r^2}{0.00105kt}\right)\right] \tag{2-40}$$

La regla de Leibnitz para derivar una integral es:

$$\frac{d}{dt}\int_{c_{1t}}^{c_{2t}} f(t,x)dx = \int_{c_{1t}}^{c2t} \frac{\partial f(t,x)}{\partial} dx + f(t,c_2)\frac{dc_2}{dt} - f(t,c_1)\frac{dc_1}{dt} \tag{2-41}$$

VARIABLES ADIMENSIONALES EN UNIDADES DE CAMPO

Siendo:

Presión adimensional, p_D:

$$p_D = \frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{r,t}\right) \tag{2-42}$$

Tiempo adimensional

$$t_D = \frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r_w^2} \tag{2-42}$$

Radio adimensional, r_D

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{2-43}$$

Término	**Definición**	**Unidad de campo**
k	permeabilidad	md
h	espesor del estrato	pies
p	presión	$lbs/pulg^2$
q	tasa de flujo	BN/día
B	Factor volumétrico de la formación	BY/BN
μ	viscosidad	cp
Φ	porosidad	fracción adimensional
c_t	compresibilidad de la formación	$(lbs/pulg^2)^{-1}$
r_w	radio del pozo	pies
r	distancia radial	pies

En unidades consistentes o absolutas, las definiciones de variables adimensionales son las siguientes.

$$p_D = \frac{2\pi kh}{qB\mu}\left(p_i - p_{r,t}\right) \tag{2-44}$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi\mu c_t t_w^2} \tag{2-45}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{2-46}$$

Las variables así definidas en unidades consistentes, pueden ser aplicables a cualquier sistema unidades de medidas, c.g.s, M.K.S, S.I., etc. En unidades de campo las ecuaciones vendrán afectadas por cierto valor de las constantes de

proporcionalidad, por ejemplo: 141,2 en la definición de p_D (2-41) y 0.000264 en la definición de t_D (2-42), para ser usadas en la Figura 2.3.

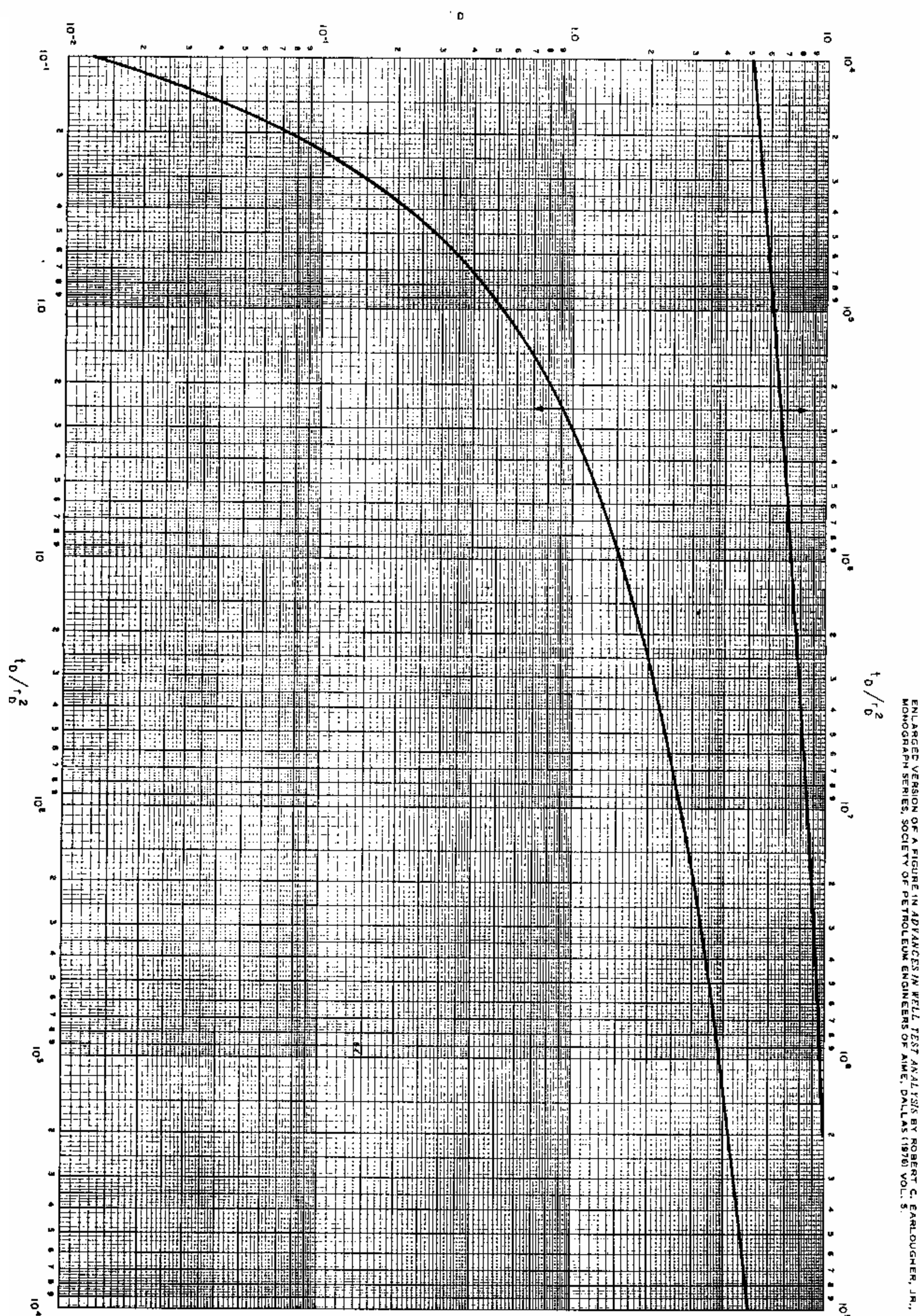


Figura 2.3. Solución de la Línea Fuente en su forma adimensional. (En unidades de campo).

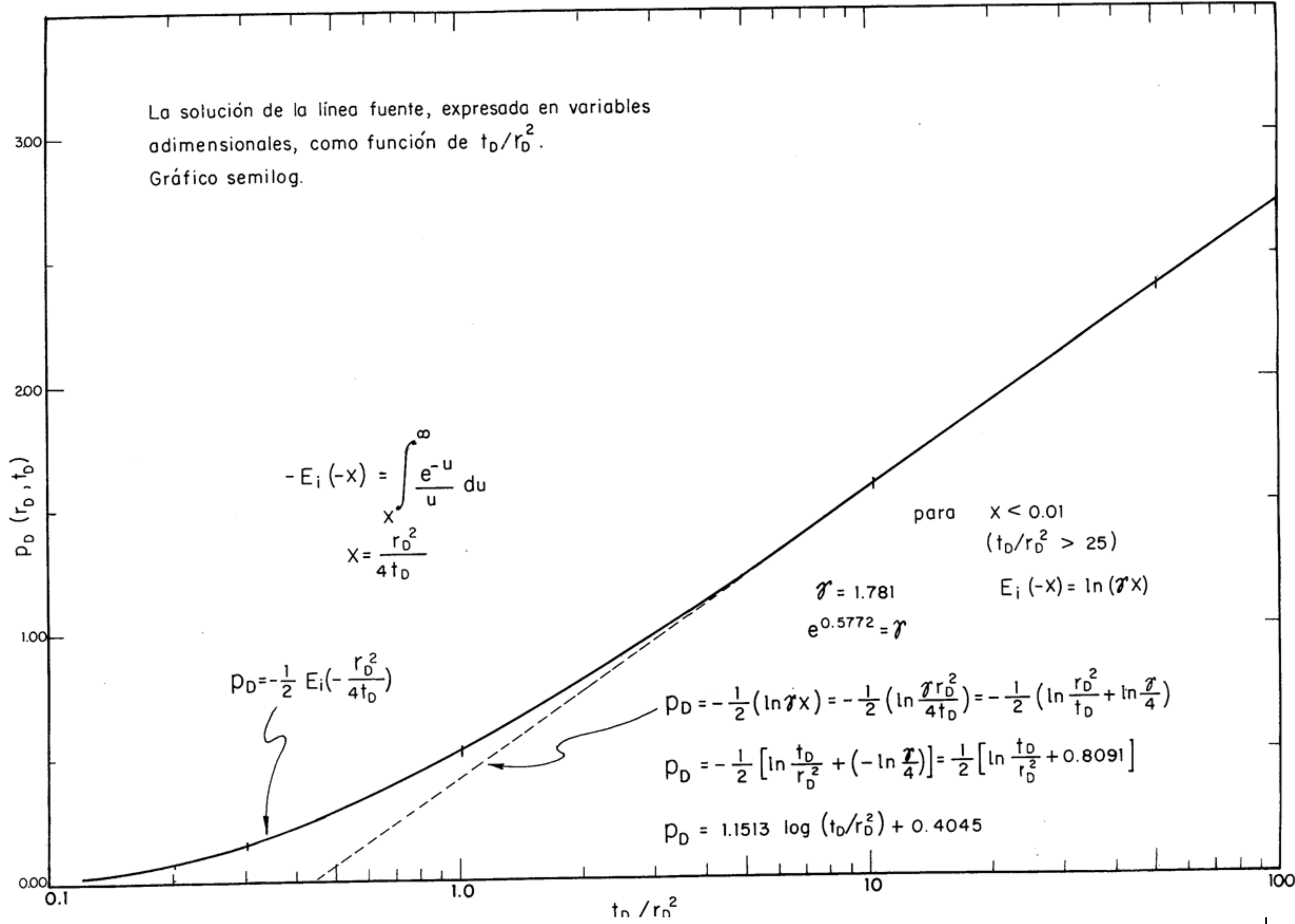


Figura 2.3A. Solución de la Línea Fuente expresada en unidades adimensionales. (Como función de t_D/r_D^2) Gráfico semilog.

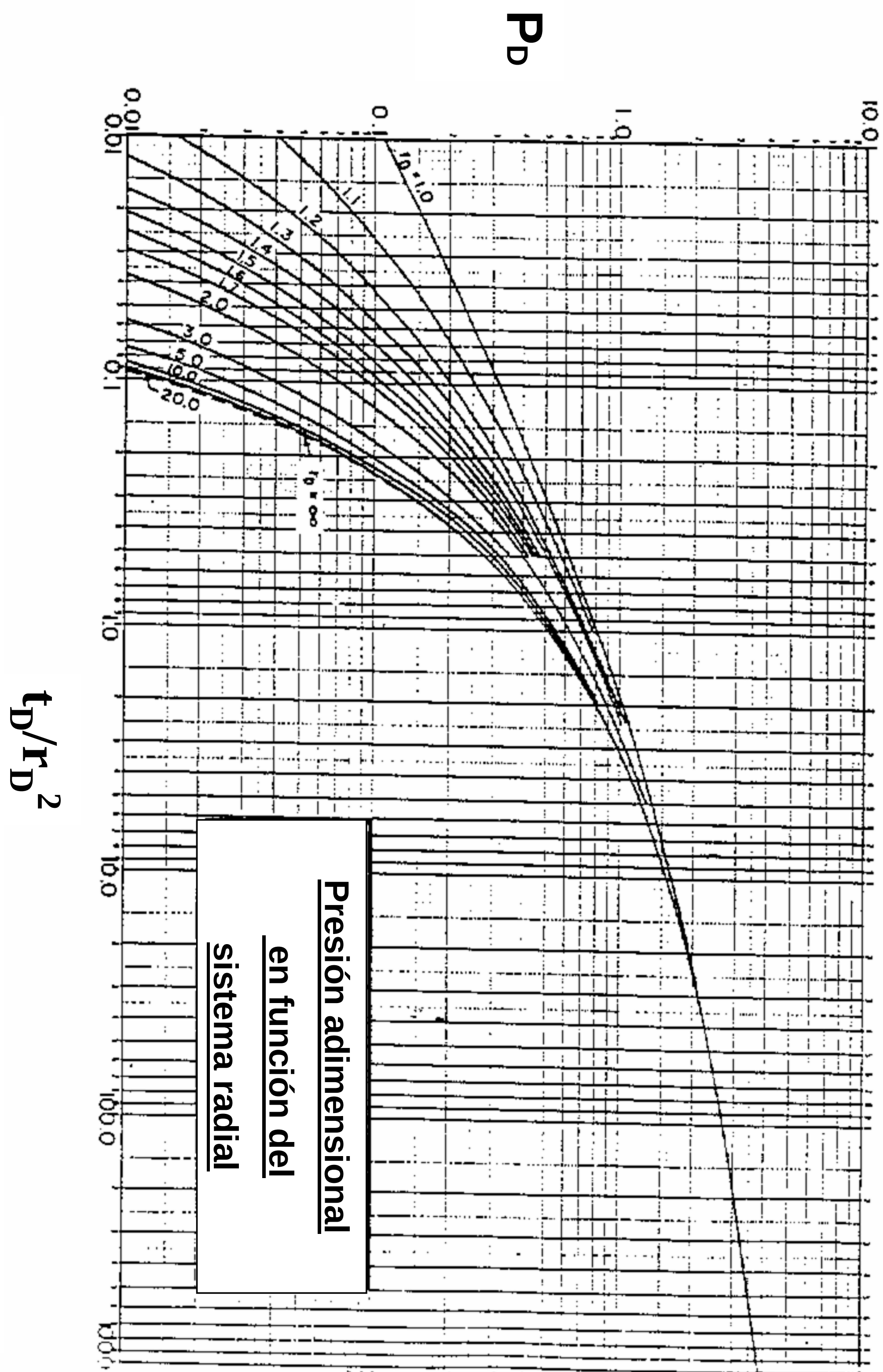


Figura 2.4. soluciones para un yacimiento infinito considerando radio del pozo finito y para $r_w \rightarrow 0$ y flujo constante.

ANÁLISIS SEMILOG DE UNA PRUEBA DE FLUJO ("DRAWDOWN"), USANDO LA APROXIMACIÓN LOGARÍTMICA DE LA SOLUCIÓN DE LA LÍNEA FUENTE (S.L.F.).

Para $\frac{t_D}{r_D^{\;2}}$ ≥25 la solución puede expresarse así:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0.81 + 2S\right) \tag{2-47}$$

Siendo

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{wf}\right) = \frac{1}{2}\left[\ln\left(\frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r_w^{\;2}}\right) + 0.81 + 2S\right] \tag{2-48}$$

$$p_{wf} - p_i = \frac{162.6qB\mu}{kh}\left[\log(t) + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^{\;2}}\right) - 3.23 + 0.87S\right] \tag{2-49}$$

Donde

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh} \tag{2-50}$$

$$S = 1.115\left[\frac{p_i - p_{t,r}}{m} - \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^{\;2}}\right) + 2.33\right] \tag{2-51}$$

SOLUCIÓN DE LA LÍNEA FUENTE (S.L.F.)

$$p(r,t) = p_i - \frac{141.2qB\mu}{kh}\left[-\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{\phi\mu r^2}{0.00105kt}\right)\right] \tag{2-52}$$

usando las variables adimensionales:

$$p_D(r_D,t_D) = \frac{kh(p_i - p)}{141.2qB\mu} \tag{2-53}$$

Donde:

PhD. Douglas Alvarado

$$t_D = \frac{0.000264kt}{\phi\mu c r_w^{\ 2}} \qquad (2\text{-}42)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w} \qquad (2\text{-}43)$$

Entonces:

$$p_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{r_D^{\ 2}}{4t_D}\right) \qquad (2\text{-}54)$$

Si el argumento, $\frac{r_D^{\ 2}}{4t_D}$ es menor que 0.01

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln\left(\frac{t_D}{r_D^{\ 2}}\right) + 0.80907\right) \qquad (2\text{-}55)$$

YACIMIENTO CERRADO (NO FLUJO), EN EL LÍMITE EXTERIOR

Formulación del problema (ver figura 2.5).

1. Ecuación de difusividad.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\phi\mu c_t}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \qquad (2\text{-}9)$$

2. Condición de contorno interior

$$\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{rw} = \frac{q\mu}{2\pi kh} = \cos n \tan te \qquad (2\text{-}56)$$

3. Condición de contorno exterior:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{re} = 0 \text{ para todo (t)} \qquad (2\text{-}57)$$

4. Condición inicial:

$p(r,t) = p_i$; para t = 0.

o también $p(r,0) = p_i$ o también, para todo $r_w \leq r \leq r_e$.

La solución se muestra en la Figura 2.6.

Características de la Solución Figura 2.6:

Comentarios 2.1.

Con referencia a la Figura 2.6 podemos anotar:

Las curvas que están en la parte superior corresponden a la solución de un pozo produciendo a tasa de flujo constante localizado en un yacimiento circular cerrado.

El parámetro es $r_{eD} = \dfrac{r_e}{r_w}$

Períodos de flujo: tomemos una solución para un valor determinado del parámetro, por ejemplo r_{eD} = 1000. Hasta un tiempo adimensional de 2 x 10^5 la solución es una línea recta en papel semilog y corresponde a la aproximación logarítmica de la solución de la línea fuente. Luego existe una transmisión de muy corta duración en este caso y la cual depende de la posición del pozo en el área de drenaje (área de yacimiento). Finalmente la solución se vuelve una curva ascendente que corresponde a un flujo semicontinuo (la presión es una función lineal del tiempo). (Ecuación (2-6)).

(Sabet – Página 404).

Yacimiento cerrado. Solución en el campo de Laplace.

$$\overline{p_D(s)} = \frac{k_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)I_o\left(r_{ed}\sqrt{s}\right) + I_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)k_o\left(r_D\sqrt{s}\right)}{s^{3/2}\left[k_1\left(\sqrt{s}\right)I_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right) - k_1\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)I_1\left(\sqrt{s}\right)\right]} \qquad (2\text{-}58)$$

$$\begin{aligned} p_D &= \frac{2}{r_{eD}^{\,2}-1}\left(\frac{r_D^{\,2}}{4}+t_D\right) - \frac{r_{eD}^{\,2}\ln(r_D)}{r_{eD}^{\,2}-1} - \frac{\left(3r_{ed}^{\,4} - 4r_{eD}^{\,4}\ln(r_{eD}) - 2r_{eD}^{\,2} - 1\right)}{4\left(r_{eD}^{\,2}-1\right)} \\ &+ \pi\sum_{n=1}^{\infty} e^{\alpha^2{}_n t_D}\left(\frac{J_1^{\,2}(\alpha_n r_{rD})\left[J_1^{\,2}(\alpha_n)Y_o(\alpha_n r_D) - Y_1(\alpha_n)J_0(\alpha_n r_D)\right]}{\alpha_n\left[J_1^{\,2}(\alpha_N r_{eD}) - J_1^{\,2}(\alpha_n)\right]}\right) \end{aligned} \qquad (2\text{-}59)$$

α_n son las raíces de

$$J_1(\alpha_n r_{eD})Y_1(\alpha_n) - J_1(\alpha_n)Y_1(\alpha_n r_{eD}) = 0 \qquad (2\text{-}60)$$

$J_o(x)$, $J_1(x)$ raíces de Bessel de 1era clase de orden cero y uno respectivamente.

$Y_o(x)$, $Y_1(x)$ raíces de Bessel de 2da clase de orden cero y uno.

En el pozo:

$r_D = 1 \Rightarrow \ln(r_D) = 0$ y si $r_e >> r_w$

PhD. Douglas Alvarado

$$r_{eD}^{2} - 1 \approx r_{eD}^{2}$$

y $J_1(\alpha_n)Y_0(\alpha_n) - Y_1(\alpha_n)J_0(\alpha_n) = \dfrac{2}{\pi\alpha_n}$ (2-61)

luego $p_D = \dfrac{2t_D}{r_{eD}^{2}} + \ln(r_{eD}) - \dfrac{3}{4} + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\infty_{ntD}} \left(\dfrac{J\,(\alpha_n r_{eD})}{\alpha_n^{2}\left[J_1^{2}(\alpha_n r_{eD}) - J_1^{2}(\alpha_n)\right]} \right)$ (2-62)

para t grande

$$\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < ......$$

y $p_D = \dfrac{2t_D}{r_{eD}^{2}} + \ln(r_{eD}) - \dfrac{3}{4}$ (2-63)

que puede ponerse en forma, considerando S ≠ 0

$$p_D = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2}\ln\left[\frac{4A}{\gamma C_A r_w}\right] + S \quad (2\text{-}64)$$

Forma límite de comportamiento infinito

Hasta t_{DA} = 0.1 Tabla de Dietz ("Shape Factor")

$$t_{DA} = t_D \frac{r_w^{2}}{A} \quad (2\text{-}65)$$

si t_{DA} = 0.1 y A = πr_e^2

$$0.1 = t_D \frac{r_w^{2}}{\dfrac{\pi r_e^{e}}{r_w^{2}}} \qquad r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}$$

Yacimiento a presión constante en límite exterior a una tasa de producción constante (q = constante). Solución en el Campo de Laplace. (Ver Figura 2.8.)

$$\overline{p_D}(s) = \frac{I_0\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)K_0\left(r_D\sqrt{s}\right) - K_0\left(r_D\sqrt{s}\right)I_0\left(r_D\sqrt{s}\right)}{2^{3/2}\left[I_1\left(\sqrt{s}\right)K_0\left(r_{eD}\sqrt{s}\right) + k\left(\sqrt{s}\right)I_0\left(r_{eD}\sqrt{s}\right)\right]} \tag{2-66}$$

Las condiciones de contorno interior e inicial son las mismas que para el caso de yacimiento infinito y yacimiento cerrado en el límite exterior. La condición de contorno exterior es $p(r_e, t) = p_i$ para cualquier tiempo t.

En el pozo y para altos tiempos de flujo, la solución es: $p_D = \ln(r_{eD})$

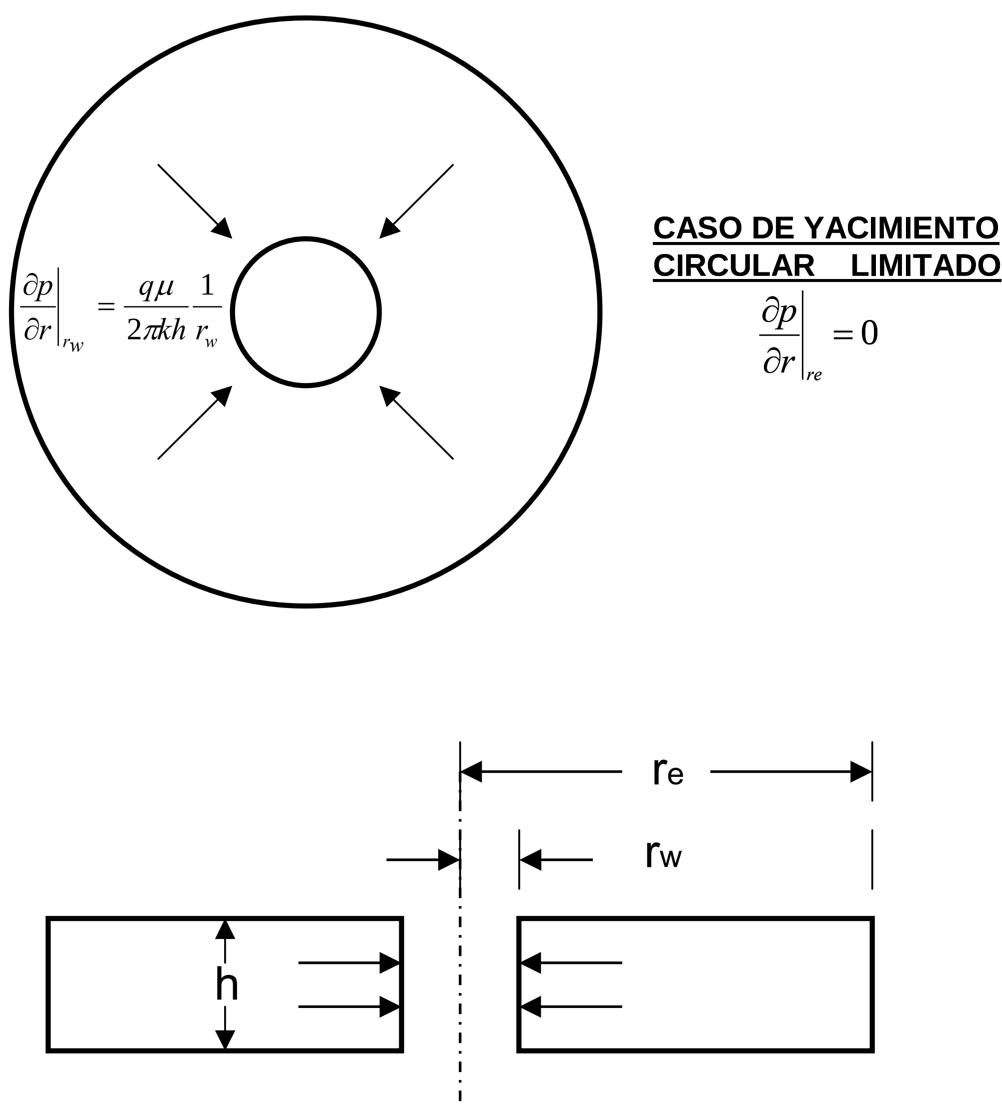
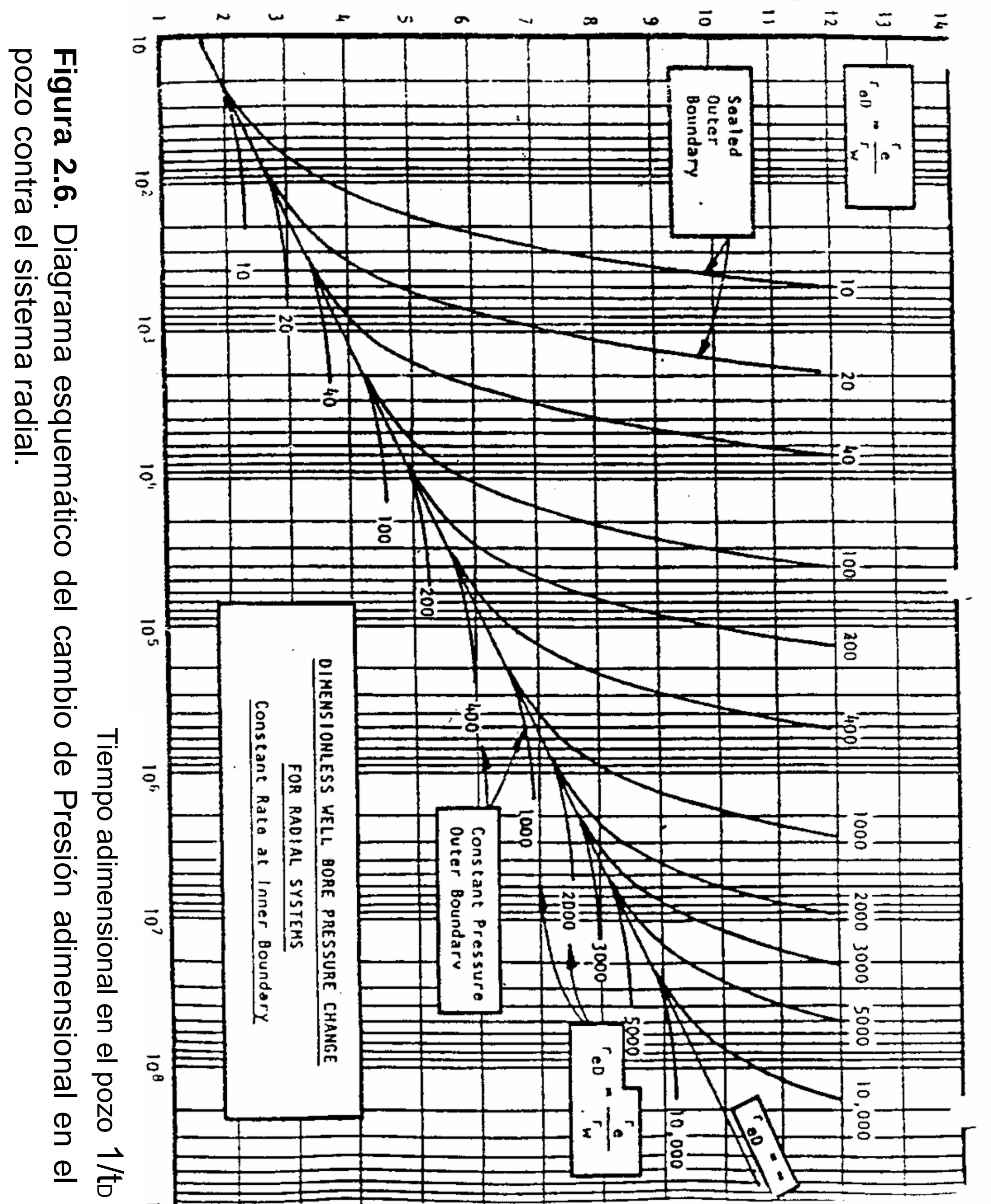


Figura 2.5. Diagrama esquemático de un pozo en un yacimiento radial mostrando

los diferentes tipos de condiciones de contorno, para tasa de flujo constante. Caso Yacimiento Circular Limitado.

Cambio de presión adimensional en el pozo P_D



Tiempo adimensional en el pozo $1/t_D$

Figura 2.6. Diagrama esquemático del cambio de Presión adimensional en el pozo contra el sistema radial.

PhD. Douglas Alvarado

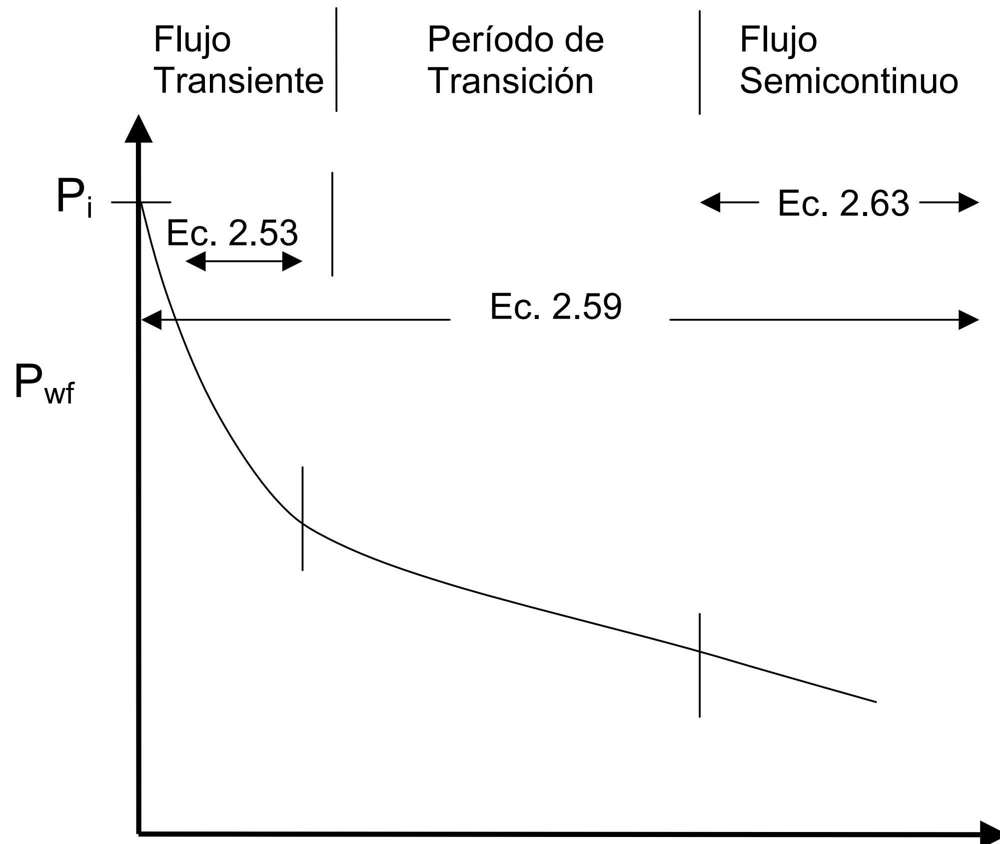


Figura 2.7 Gráfico esquemático de la declinación de presión de un pozo en un Yacimiento Circular Limitado, produciendo a tasa de flujo constante.

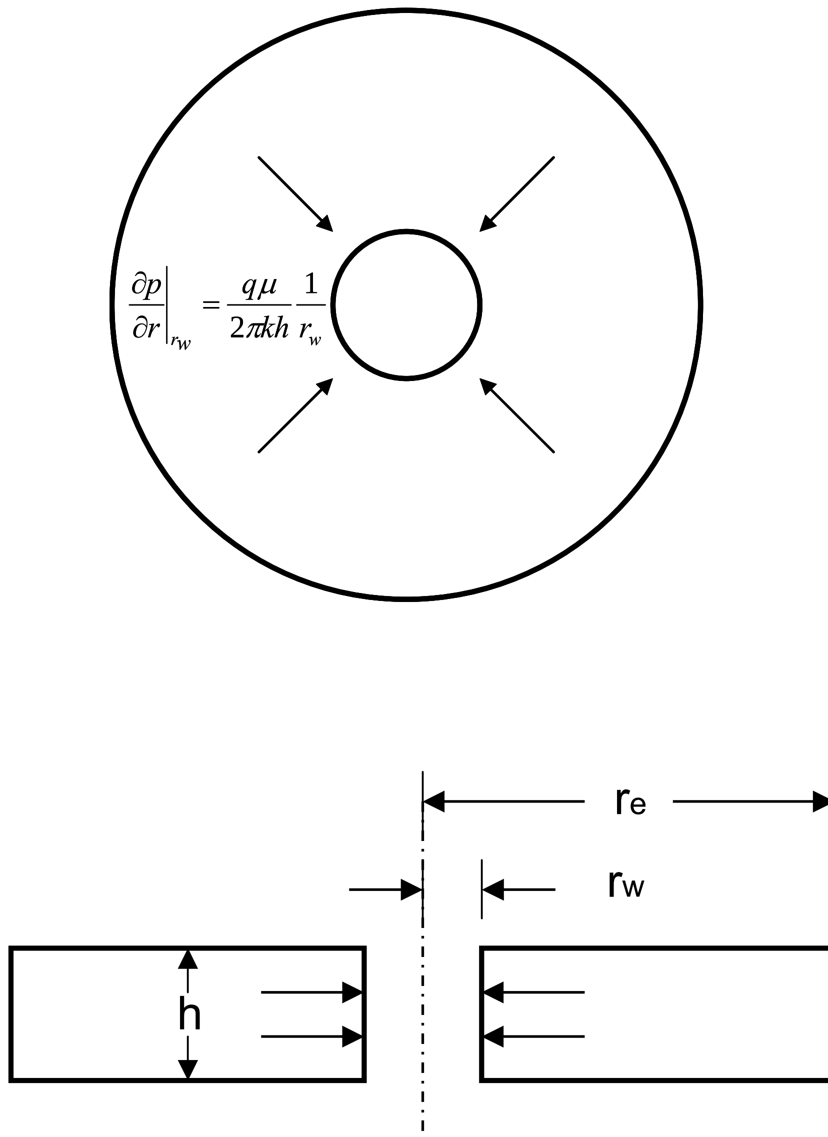


Figura 2.8. Diagrama esquemático de un pozo en un Yacimiento Radial,

PhD. Douglas Alvarado

mostrando los diferentes tipos de Condiciones de Contorno para tasa de flujo constante. Caso de yacimiento con presión constante en el límite exterior.

FLUJO SEMICONTINUO PARA UN POZO EN EL CENTRO DE UN YACIMIENTO CIRCULAR CILÍNDRICO.

En unidades consistentes:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{2\pi kh}\left[\frac{2kt}{\phi\mu c_t r_e^2} + \ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{3}{4}\right] \tag{2-67}$$

Tratando de llevar esta ecuación a la ecuación general para todo tipo de área de drenaje, y para unidades prácticas:

$$p_{wf} = p_i - \frac{(2.3)(141.2)qB\mu}{2kh}\left[\frac{(2)(2)(\pi)(0.000264)kt(2.3)}{(2.3)\phi\mu c_t \pi r_e^2} + 2\log\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{(2)(3)}{(4)(2.3)} + S\right] \tag{2-68}$$

$$p_{wf} = p_i - \frac{(162.6)qB\mu}{kh}\left[\frac{(4\pi)(0.000264)kt}{\phi\mu c_t \pi r_e^2} + 2\log\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{(3)}{(2)(2.3)} + S\right] \tag{2-69}$$

$$p_{wf} = p_i - \frac{(162.6)qB\mu}{kh}\log\left[\frac{4\pi r_e^2}{\frac{4.489}{1.78} r_w^2 (4\pi)(1.78)}\right] - \frac{(162.6)(4\pi)(2.64x10^{-4})qB}{2.3\phi C_1 hA}t \tag{2-70}$$

$$p_{wf} = p_i - \frac{(162.6)qB\mu}{kh}\log\left[\frac{4A}{31.69\gamma r_w^2}\right] - \frac{0.2339qBt}{\phi C_1 hA} \tag{2-71}$$

PhD. Douglas Alvarado

FLUJO SEMICONTINUO PARA UN POZO LOCALIZADO EN EL CENTRO DE UN ÁREA DE DRENAJE CIRCULAR

Ecuación generalizada para cualquier sistema. (S = 0).

$$p_{wf} = p_i - \frac{162.6qB\mu}{kh}\log\left[\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2}\right] - \frac{0.2339qB}{\phi c_1 hA}t \qquad (2\text{-}72)$$

o en unidades adimensionales:

$$p_D = \frac{2t_D}{r_{eD}^2} + \ln(r_{eD}) - \frac{3}{4} = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2}\right) \qquad (2\text{-}73)$$

Para un pozo localizado en el centro de un círculo, y para S = 0, si S ≠ 0 hay que incluirlo en la ecuación explícitamente. C_A es el factor de forma (ver Figura 2.9).

SOLUCIÓN PARA UN POZO PRODUCIENDO A TASA DE FLUJO CONSTANTE PARA C_d = 0, S = 0. CASO YACIMIENTO INFINITO.

Usando la transformada de Laplace[6]. Solución de la Línea Fuente:

Formulación del problema:

Ecuación de Difusividad

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{\phi\mu c_t}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \qquad (2\text{-}9)$$

Condición de Contorno:

$P_D(r_d,,0) = 0$ (2-a)

$P_D(r_D,t_D) = 0$ (2-b)

$$\left(r_D\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right) = -1 \qquad (2\text{-}c)$$

PhD. Douglas Alvarado

Solución en el Campo de Laplace[6]:

$$\lim_{r_D \to 0} \frac{d^2 \overline{p_D}}{d_{r_D}^{\ 2}} + \frac{1}{r_D}\left(\frac{d\overline{p_D}}{dr_D}\right) = s\overline{p_D} - \overline{p_D}(r_D,0) \tag{2-74}$$

luego

$$\frac{d^2 \overline{p_D}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D}\left(\frac{d\overline{p_D}}{dr_D}\right) = s\overline{p_D} \tag{2-75}$$

Solución a la ecuación diferencial (2-75)

$$\overline{p_D}(s) = AI_0\left(r_D\sqrt{s}\right) + Bk_0\left(r_D\sqrt{s}\right) \tag{2-76}$$

Por la condición de contorno (2-b), A debe ser cero, entonces:

$$\overline{p_D}(s) = BK_0\left(r_D\sqrt{s}\right) \tag{2-77}$$

Usando la condición de contorno (2-c); se obtiene:

$$\frac{d\overline{p_D}(s)}{dr_D} = -B\sqrt{s}k_1\left(r_D\sqrt{s}\right) \tag{2-78}$$

Entonces:

$$r_D = \frac{d\overline{p_D}(s)}{dr_D} = -Br_D\sqrt{s}k_1\left(r_D\sqrt{s}\right) \tag{2-79}$$

Luego:

$$\lim_{r_D \to 0}\left[-(B)(r_D)\left(\sqrt{s}\right)(k_1)(r_D)\left(\sqrt{s}\right)\right] = -\frac{1}{s} \tag{2-80}$$

$$\lim_{r_D \to 0} k_1\left(r_D\sqrt{s}\right) \to \frac{1}{r_D\sqrt{s}} \tag{2-81}$$

Siendo: $B = \frac{1}{s}$ (2-82)

$$\overline{p_D}(s) = \frac{1}{s}k_0\left(r_D\sqrt{s}\right) \tag{2-83}$$

Luego:

$$p_D(t_D, r_D) = \frac{1}{2}\int_{\frac{r_D^2}{4t_D}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u}du = -\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) \tag{2-84}$$

La ecuación (2-83) se invirtió, usando los siguientes resultados de Churchill[11]:

Si $f(s) = k_0\left(k\sqrt{s}\right)$ entonces $f(t) = \frac{1}{2t}\exp\left(-\frac{k^2}{4t}\right)$ (2-85)

Pero: $\frac{1}{s}f(s) = L\left[\int_0^t f(t)dt\right]$ (2-86)

Demostración:

Sea, $r_D = k$

$$p_D(t_D, r_D) = \int_0^{t_D} \frac{1}{2t}e^{-\frac{r_D^2}{4t}}dt$$

Si $x = \frac{r_D^2}{4t}$; límites t x
x

$$p_D(r_D, t_D) = \int_{\infty}^{x} \frac{1}{2\frac{r_D^2}{4x}}e^{-x}\left(-\frac{r_D^2}{4}\right)\frac{dx}{x^2}$$

PhD. Douglas Alvarado

$$p_D(r_D,t_D)=\frac{1}{2}\int_{\infty}^{x}\frac{e^{-x}}{2x}dx$$

$$-E_i(-x)=\int_{x}^{\infty}\frac{e^{-x}}{x}dx$$

Entonces:

$$p_D(r_D,t_D)=-\frac{1}{2}E_i(-x)=-\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) \qquad (2\text{-}87)$$

con $x=\dfrac{r_D}{4t_D}$

La función $-E_i(-x)=\int_{x}^{\infty}\frac{e^{-x}}{x}dx$ se llama Solución de Línea Fuente (2-35)

FLUJO MULTIFÁSICO

Tres fases fluyendo en el yacimiento petróleo, gas y agua

Por definición tenemos:

Volúmenes:

$$B_O=\frac{\text{Volumen de petróleo y gas disuelto a C.Y.}}{\text{Volumen de petróleo a C.N.}}$$

$$B_g=\frac{\text{Volumen de gas a C.Y.}}{\text{Volumen de gas a C.N.}}$$

$$B_w=\frac{\text{Volumen de agua y gas disuelto a C.Y.}}{\text{Volumen de agua a C.Y.}}$$

$$R_s=\frac{\text{Volumen de gas de un volumen de petróleo medido a C.N.}}{\text{Volumen de petróleo a C.N.}}$$

Permeabilidades Relativas

$$K_{rw}=\frac{K_w(S_oS_w)}{k} \qquad (2\text{-}88)$$

$$K_{ro}=\frac{k_o(S_oS_w)}{k}$$

(2-89)

$$K_{rq} = \frac{k_g\left(S_g S_w\right)}{k} \qquad (2\text{-}90)$$

$$\mathrm{S_o + S_w + S_g = 1.0} \qquad (2\text{-}91)$$

Considere un volumen unitario de yacimiento:

$$\text{Masa de petróleo} = \frac{\phi S_o}{B_o}\rho_{os} \qquad (2\text{-}92)$$

$$\text{Masa de Agua} = \frac{\phi S_w}{B_w}\rho_{ws} \qquad (2\text{-}93)$$

Donde ρ_{os} y ρ_{ws} son medidos y expresados a C.N. (condiciones normales).

$$\text{Masa de Gas de Libre} = \frac{\phi S_g}{B_g}\rho_{gs} \qquad (2\text{-}94)$$

$$\text{Masa de Gas de Disuelto} = \frac{\phi R_s \rho_{gs} S_0}{B_o} + \frac{\phi R_{sw}\rho_{gs} S_w}{B_o} \qquad (2\text{-}95)$$

$$\text{Masa de Gas por unidad de volumen de yacimiento} = \frac{\phi S_g}{B_g}\rho_{gs} + \frac{\phi R_s \rho_{gs} S_o}{B_o} + \frac{\phi R_{sw}\rho_{gs} S_w}{B_w} \qquad (2\text{-}96)$$

Usando la Ley de Darcy, podemos expresar el flujo de masa radial de petróleo:

$$\rho_o \mu_{ro} = -\frac{k_0}{\mu_0 B_0}\rho_{os}\frac{\partial \rho_0}{\partial r} \qquad (2\text{-}97)$$

Para agua:

$$\rho_w \mu_{rw} = -\frac{k_w}{\mu_w B_w}\rho_{ws}\frac{\partial \rho_w}{\partial r} \qquad (2\text{-}98)$$

Para gas:

$$\rho_g \mu_{rg} = -\frac{k_g}{\mu_g B_g}\rho_{gs}\frac{\partial \rho_g}{\partial r} - \rho_{gs}\frac{R_s}{B_o}\frac{k_o}{\mu_o}\frac{\partial p_o}{\partial r} - \rho_{gs}\frac{R_{sw}}{B_w}\frac{K_w}{\mu_w}\frac{\partial p_w}{\partial r} \qquad (2\text{-}99)$$

Si despreciamos las presiones capilares y las fuerzas de gravedad, se puede escribir una ecuación de continuidad para cada fase:

Para petróleo:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{k_o}{\mu_o B_o}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\partial}{\partial t}\left[\phi\frac{S_o}{B_o}\right] \tag{2-100}$$

Para Gas:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o}+\frac{R_{sw}k_w}{\mu_w B_w}+\frac{k_g}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\partial}{\partial t}\left[\phi\left(\frac{R_s S_o}{B_o}+\frac{R_{sw}S_w}{B_w}+\frac{S_g}{B_g}\right)\right] \tag{2-101}$$

Para agua:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{k_w}{\mu_w B_w}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\phi S_w}{B_w}\right] \tag{2-102}$$

donde:

$$S_o+S_w+S_g=1.0 \tag{2-91}$$

Un sistema de cuatro estaciones simultáneas con cuatro incógnitas: S_o, S_g, S_w y ρ. Solamente puede ser resuelto mediante métodos numéricos.

Martín[14], demostró que cuando los términos de orden mayor pueden ser despreciados en la expansión de las cantidades en las ecuaciones (2-87) a (2-78), estas ecuaciones pueden ser combinadas para obtener:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\phi c_t}{\left(\frac{k}{\mu}\right)_t}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{2-103}$$

Donde c_t es la compresibilidad total,

$$c_t=-\frac{S_o}{B_o}\frac{\partial B_o}{\partial p}+\frac{S_o B_g}{B_o}\frac{\partial R_s}{\partial p}-\frac{S_w}{B_w}\frac{\partial B_w}{\partial p}+\frac{S_w B_g}{B_w}\frac{\partial R_{sw}}{\partial p}-\frac{S_g}{B_g}\frac{\partial B_g}{\partial p}+c_f \tag{2-104}$$

$$\left(\frac{k}{\mu}\right)_t=\frac{k_o}{\mu_o}+\frac{k_g}{\mu_g}+\frac{k_w}{\mu_w} \tag{2-105}$$

La ecuación (2-90) muestra que, bajo ciertas condiciones supuestas, el flujo multifásico puede ser descrito por la ecuación de difusividad, dependiente de la presión. Esto es base para la interpretación de pruebas de presiones para

sistemas multifásicos.

Petróleo:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\frac{k_o}{\mu_o B_o}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{\phi S_o}{B_o}\right] \tag{2-106}$$

Gas:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{R_s k_o}{\mu_o B_o}+\frac{k_g}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\partial}{\partial t}\left[\phi\left(\frac{R_s S_o}{B_o}+\frac{S_g}{B_g}\right)\right] \tag{2-107}$$

y

$$\mathrm{S_o}+\mathrm{S_g}=1.0 \tag{2-108}$$

Este conjunto de ecuaciones ha sido estudiado extensivamente por Perrine, Séller y West et al[12], utilizando métodos numéricos.

SOLUCIÓN A LA ECUACIÓN DE FLUJO RADIAL, PARA FLUIDOS DE COMPRESIBILIDAD CONSTANTE Y PEQUEÑA.

Formulación del problema.

Para tasa de producción constante. Caso Yacimiento Infinito.

Ecuación de Difusividad.

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{\phi\mu c}{k}\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right) \tag{2-9}$$

Condiciones de contorno e iniciales:

1. $p = p_i$ para todo t = 0 para todo r.

2. $\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{rw}=\frac{q\mu}{2\pi kh}$ para t > 0

3. $p \rightarrow p_i$ cuando $r \rightarrow \infty$ para todo t.

PhD. Douglas Alvarado

Solución de Polubarinova – Kochina[15]:

La segunda condición de contorno la reemplazamos por:

$$\lim_{r\to 0} r\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{q\mu}{2\pi kh}$$, para todo t > 0 (aproximación a la línea fuente)

Siendo:

$$y=\frac{\phi\mu c r^2}{4kt}$$ (Transformación de Boltzmann) (2-109)

Sustituyendo (2-96) en la ecuación diferencial (2-9) y en las condiciones de contorno e iniciales el problema se transforma en:

$$\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{dy}{dr}\right) \quad (2\text{-}110)$$

Siendo:

$$\frac{\partial y}{\partial r}=\left(\frac{2\varphi\mu c r}{4kt}\right) \; ; \; \frac{\partial y}{\partial t}=-\frac{\varphi\mu c r^2}{4kt^2} \quad (2\text{-}111)$$

Luego:

$$\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{2\phi\mu c r}{4kt}\right) \; ; \; \frac{1}{\mathrm{r}}\left(\frac{\partial y}{\partial r}\right)=\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{2\phi\mu c}{4kt}\right) \quad (2\text{-}112)$$

Entonces:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}=\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial r}\right)=\frac{\partial^2 p}{\partial r}\left(\frac{dy}{dr}\right)^2+\frac{\partial p}{\partial y}\frac{\partial^2 y}{\partial r^2} \quad (2\text{-}113)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial r^2}=\frac{2\phi\mu c}{4kt} \quad (2\text{-}114)$$

Análogamente:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{\phi\mu c r^2}{4kt^2}\right) \quad (2\text{-}115)$$

PhD. Douglas Alvarado

y la ecuación (2-113) se convierte en:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\left(\frac{2\phi\mu cr}{4kt}\right)^2+\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{2\phi\mu c}{4kt}\right)+\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{2\phi\mu}{4kt}\right)=-\frac{\phi\mu c}{k}\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{\phi\mu cr^2}{4kt^2}\right) \quad (2\text{-}116)$$

$$\frac{d^2 p}{dy^2}\left(\frac{2\phi\mu cr}{4kt}\right)^2+\frac{dp}{dy}\left(\frac{\phi\mu cr}{kt}\right)\left(1+\frac{\phi\mu cr^2}{4kt}\right)=0 \quad (2\text{-}117)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\left(\frac{2\phi\mu cr}{4kt}\right)^2+\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{4\phi\mu cr}{4kt}\right)+\frac{\phi\mu cr^2}{4kh}=0 \quad (2\text{-}118)$$

$$4\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\left(\frac{\phi\mu cr^2}{4kt}\right)+\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{4}{r}+\frac{\phi\mu cr^2}{4kt}\right)\frac{4}{4}=0 \quad (2\text{-}119)$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}\left(\frac{\phi\mu cr^2}{4kt}\right)+\frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{1}{r}+\frac{\phi\mu cr^2}{4kt}\right)=0 \quad (2\text{-}120)$$

Sustituyendo la ecuación (2-109) en la ecuación (2-120):

$$y\frac{d^2 p}{dy^2}+\frac{dp}{dy}(1+y)=0 \quad (2\text{-}121)$$

Con condición de contorno e iniciales

a) $p \to p_i$ cuando $y \to \infty$

b) $\lim_{y\to 0} 2y\frac{dp}{dy}=\frac{q\mu}{2\pi kh}$ para $0 \le y \le \infty$

Solución:

$$p'=\frac{dp}{dy} \quad \text{y} \quad \frac{dp'}{dy}+(1+y)p'=0$$

Luego:

$$\frac{dp'}{p'}=\frac{-(1+y)}{y}dy$$

$$\ln p' = -\ln y - y + C_1$$

Se obtiene:

$$p' y = e^{-y+C_1}$$

$$p' y = e^{-y}.e^{C_1}$$

$$p' = \frac{C_1}{y} e^{-y}$$

de la condición de contorno b), y sustituyendo:

$$\lim_{y \to 0} 2 \frac{dp}{dy} = \frac{q\mu}{2\pi kh}$$

$$\lim_{y \to 0} 2\text{y} \frac{dp}{dy} = y \Rightarrow \lim_{y \to 0} 2\text{C}_1 e^{-y} = 2C_1 = \frac{q\mu}{2\pi kh}$$

Donde:

$$C_1 = \frac{q\mu}{4\pi kh} \qquad \text{(2-122)}$$

luego:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{q\mu}{4\pi kh}\left(\frac{e^{-y}}{y}\right) \qquad \text{(2-123)}$$

y esta ecuación puede ser integrada para obtener:

$$p = \frac{q\mu}{4\pi kh}\int_{\infty}^{y} \frac{e^{-y}}{y} + C_2 \qquad \text{(2-124)}$$

el límite inferior de integración fue tomado arbitrariamente igual a ∞

$$p = \frac{q\mu}{4\pi kh}\int_{y}^{\infty}\frac{e^{-y}}{y} + C_2 \tag{2-125}$$

Aplicando la condición de contorno (a); obtenemos: $C_2 = p_i$ y finalmente:

$$p_i - p(r,t) = \frac{q\mu}{4\pi kh}\int_{y}^{\infty}\frac{e^{-y}}{y}dy \tag{2-126}$$

Luego:

$$p_i - p(r,t) = \frac{q\mu}{4\pi kh}(-E(-y)) = \frac{q\mu}{4\pi kh}\left[-E_i\left(-\frac{\phi\mu c r^2}{4kh}\right)\right] \tag{2-127}$$

FLUJO LINEAL. TASA DE PRODUCCIÓN CONSTANTE, YACIMIENTOS INFINITOS.

Formulación del problema:

La forma adimensional de la ecuación de flujo es:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial x_D^2} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \tag{2-128}$$

Condiciones de Contorno Interna:

$$\left[\frac{\partial p_D}{\partial x_D}\right]_{x_D=0} = -1 \quad (\text{para } x_D = 0)$$

Condiciones de Contorno Externa:

$$\lim_{x_D \to \infty} p_D = 0$$

Condición Inicial:

$$p_D = 0 \quad \text{para } t_D = 0$$

Solución general:

$$\frac{p_D}{x_D} = 2\left(\frac{\pi t_D}{x_D^2}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{x_D^2}{4t_D}\right] - \pi \, erf\left[\frac{x_D^2}{4_D}\right]^{1/2} \qquad (2\text{-}129)$$

En la localización del pozo, nuestro punto de interés, $x_D = 0$; luego la ecuación (2-129) se transforma en:

$$p_D = (\pi t_D)^{1/2} \qquad (2\text{-}130)$$

Cuando se utiliza unidades de campo, la caída de presión real viene dada por:

$$\Delta p = 8.13 \frac{qB}{hx}\sqrt{\frac{\mu t}{k\phi c}} \qquad (2\text{-}131)$$

Un gráfico log-log de p_D vs t_D producirá una línea recta de pendiente $m = \frac{1}{2}$
Para flujo lineal se cumple:

$$x_D = \frac{x}{x_f} \qquad (2\text{-}132)$$

Donde:
x es la posición considerada y x_f es la longitud del sistema considerado.

Stanislov y Kabir[10], definen las presiones y el tiempo adimensionales, en la forma siguiente:
Presión adimensional:

$$p_D = \alpha kh\left(\frac{p_i - p_w}{qB\mu}\right) \qquad (2\text{-}133)$$

Para el caso de la tasa de producción constante

$$p_D = \frac{p_i - p(r,t)}{p_i - p_{wf}} \qquad (2\text{-}134)$$

Tiempo adimensional:

Para cualquier geometría del sistema:

$$t_D = \frac{\beta kt}{\phi\mu c_t l^2} \tag{2-135}$$

Donde:

l, es la longitud características, depende de la geometría del sistema. Así:

l (longitud características)	Tipo de flujo
r_w, radio del pozo	Flujo radial
R_s, radio esférico	Flujo esférico
X_f, mitad de longitud de factura	Flujo lineal

Variables de espacio adimensionales, para distintos tipos de flujo:

Flujo radial:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \tag{2-136}$$

Flujo esférico

$$r_D = \frac{r}{r_s} \tag{2-137}$$

Flujo Lineal:

$$x_D = \frac{x}{x_f} \tag{2-138}$$

Cuando la prueba de flujo se efectúa a presión constante, es la tasa de producción la que declina con el tiempo:

La tasa de tiempo de adimensional se define así:

$$q_D = \frac{qB\mu}{\alpha kh(p_i - p_{wf})} \tag{2-139}$$

Para el radio esférico (“Spherical or pseudo wellbore radius”) r_s, se han propuesto

varias fórmulas basadas en una combinación del radio de pozo y de las propiedades de la formación.

En la página 12 del libro de Stanislav y Kabir[10] se presentan tres fórmulas para r_s basadas en:

I. Aproximación basada en la igualdad del área esférica y cilíndrica abierta al flujo.

II. Aproximación basada en la igualdad de la distribución de presiones debido a fuentes esféricas y cilíndricas de igual fuerza o intensidad.

La siguiente tabla define los valores numéricos de α y β para los diferentes sistemas de unidades a ser usados:

	Unidades de Darcy	Unidades de Campo	Unidades SI
α	2π	7.08×10^{-3}	5.356×10^{-4}
β	l	2.637×10^{-4}	3.557×10^{-6}

Otra definición del tiempo adimensional está basada en el área de drenaje, A:

En este caso $l = \sqrt{A}$ se define como:

$$\mathrm{t_{DA}} = \frac{\beta k t}{\phi \mu c_t A} = t_D \frac{A}{r_w^2} \tag{2-140}$$

FLUJO ESFÉRICO. TASA DE FLUJO CONSTANTE. YACIMIENTO INFINITO.

Formulación del problema:

La Ecuación de Flujo es la siguiente:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{2}{r_D}\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \tag{2-141}$$

Las condiciones de contorno e iniciales de este problema son análogas a los casos de flujo radial y flujo lineal.

Condiciones de contorno:

Interna:

$$\left[r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right]_{rD=1} = -1$$

Externa:

Condición inicial:

$$\lim_{r_D \to \infty} (p_D) = 0$$

$$p_b = 0 \text{ para } t_D = 0$$

Solución:

La solución tiene la siguiente forma:

$$p_D = \frac{1}{r_d}\left[erfc\left(\frac{r_D - 1}{2\sqrt{t_D}}\right) - \exp(t_D + r_D - 1) erf\left(\frac{t_D - 1}{2\sqrt{t_D}}\right)\right] \tag{2-142}$$

Si $r_D = 1$, la ecuación (2-142) se reduce a:

$$p_D = 1 - \exp(t_D) erfc\sqrt{t_D} \tag{2-143}$$

La aproximación para tiempos grandes ($t_D > 50$) reduce la ecuación (2-143) a:

$$p_D = 1 - \frac{1}{\sqrt{pt_D}} \tag{2-144}$$

Supongamos ahora la condición de contorno en el pozo (condición de contorno interna), a presión constante.

Se trata de describir la tasa de producción instantánea como función del tiempo.

Ecuación de flujo:

$$\frac{1}{r_D}\frac{\partial}{\partial r_D}\left(r_D\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)=\frac{\partial p_D}{\partial t_D} \tag{2-145}$$

Condición de contorno interna:

$p_D = 1$ para $r_D = 1$

Condición de contorno externa:

$\lim_{r_D \to \infty} p_D = 0$

Condición inicial:

$p_D = 0$ para $r_D = 0$

Solución:

La solución es presentada en términos de la producción acumulada adimensional, (Q_D) definida así:

$$Q_D = \frac{Q_B}{1.119\phi h c_t r_D^2 (p_i - p_{wf})} = \int_0^{t_D} q_D dt_D \tag{2-146}$$

La solución se obtiene inicialmente en términos de distribución de presión y luego se expresa en función de Q_D, usando la ecuación (2-146).

La relación matemática, tasa de flujo como función de tiempo, es muy compleja. Por esta razón solo se presenta en forma gráfica. (Stanislav y Kabir[11], Figura 2.2)

Pueden escribirse relaciones matemáticas para los casos asintóticos:
Para tiempos pequeños:

$$p_D = 2(\pi t_D)^{1/2} \tag{2-147}$$

Para tiempos grandes:

$t_D \geq 8 \times 10^4$ la tasa de producción adimensional viene dada por o puede ser aproximada por la ecuación:

$$q_D = \frac{2}{\ln(t_D + 0.809)} \qquad (2\text{-}148)$$

que en términos de producción acumulada, para $t_D > 200$, se representa por:

$$Q_D = \frac{-4.299 + 2.0260 t_D}{\ln t_D} \qquad (2\text{-}149)$$

FLUJO RADIAL. PRESIÓN CONSTANTE EN EL LÍMITE INTERIOR. YACIMIENTO VOLUMÉTRICO.

Formulación del problema:

La condición considerada difiere del modelo anterior, sólo en términos de la condición de contorno exterior, que ahora es definida por la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial p_D}{\partial r_D} = 0 \quad \text{para } r_D = r_{eD} \qquad (2\text{-}150)$$

Donde:

$$r_{eD} = \frac{r}{r_e} \qquad (2\text{-}150)$$

r_e: radio del yacimiento volumétrico.

Solución:

Una solución analítica fue desarrollada por Fetkovich[14], para este caso:

$$q_D = \frac{1}{\ln(0.472 r_{eD})} \exp\left[-\frac{2 t_D}{r_{eD}^2 \ln(0.472 r_{eD})} \right] \qquad (2\text{-}151)$$

La ecuación (2-150) sugiere que la relación (2-151) exponencial, de q vs t, usada en el análisis de declinación, es en realidad una solución a tiempos grandes.

El Método de Curva Tipo para analizar los datos de declinación ("Decline curve data"), fue desarrollado por Fetkovich[14].
Dependiendo del tamaño del yacimiento, la tasa de flujo declina hasta un punto en el cual se vuelve constante y toma el valor:

$$Q_D = \frac{1}{2}(r_D^2 - 1) \qquad (2\text{-}152)$$

Los casos estudiados hasta ahora, esto es, el problema con valor en el contorno (o en la frontera) que define el flujo radial. Flujo esférico o flujo lineal, pueden coexistir en un determinado problema, pero sólo se presentan durante un determinado período.

En yacimientos limitados

$\ln C_A$	C_A	Condiciones Estabilizadas para $\frac{kt}{\phi \mu c A}$
3.45	31.6	0.1
3.43	30.9	0.1
3.45	31.6	0.1
3.32	27.6	0.2
3.30	27.1	0.2
3.09	21.9	0.4
3.12	22.6	0.2
1.68	5.38	0.7
0.86	2.36	0.7
2.56	12.9	0.6
1.52	4.57	0.5
2.38	10.8	0.3
1.58	4.86	1.0
0.73	2.07	0.8
1.00	2.72	0.8
−1.46	0.232	2.5
−2.16	0.115	3.0
1.22	3.39	0.6
1.14	3.13	0.3
−0.50	0.607	1.0
−2.20	0.111	1.2
−2.32	0.098	0.9

En yacimientos de empuje por agua

$\ln C_A$	C_A	Condiciones Estabilizadas para $\frac{kt}{\phi \mu c A}$
2.95	19.1	0.1

En yacimiento de mecanismo de producción desconocido

$\ln C_A$	C_A	Condiciones Estabilizadas para $\frac{kt}{\phi \mu c A}$
3.22	25	0.1

Figura 2.9. Valores de forma y comienzo de flujo semicontinuo para diferentes yacimientos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Solución para un yacimiento infinito en un pozo produciendo a tasa de flujo constante. Página 2-7.

Figura 2.2. La solución de la línea fuente, expresada en variables adimensionales, como función de t_D / $r^2_{D.}$ Gráfico semilog. Página 2-9.

Figura 2.3. Solución de la Línea Fuente en su forma adimensional. (En unidades de campo). Página 2-16.

Figura 2.3A. Solución de la Línea Fuente, expresada en variables adimensionales. (Como función de t_D / r^2_D). Página 2-17.

Figura 2.4. Soluciones para un yacimiento infinito con radio del pozo finito. Página 2-18.

Figura 2.5. Diagrama esquemático de un pozo en un yacimiento radial mostrando los diferentes tipos de condiciones de contorno, para tasa de flujo constantes. Página 2-23.

Figura 2.6. Diagrama esquemático del cambio de Presión adimensional en el pozo contra el sistema radial. Página 2-24.

Figura 2.7. Gráfico esquemático de la declinación de presión de un pozo en un Yacimiento Circular Limitado, produciendo a tasa de flujo constante. Página 2-25.

Figura 2.8. Diagrama esquemático de un pozo en un yacimiento radial mostrando los diferentes tipos de condiciones de contorno para tasa de flujo constante. Caso de Yacimiento con presión constante en el límite exterior. Página 2-26.

Figura 2.9. Valores del factor de forma y comienzo de flujo semicontinuo para diferentes yacimientos. Página 2-46.

REFERENCIAS

1. Muskat.M.: "The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media", J.W. Edwards, Inc., Ann Arbor, Mich, (1946). 587.

2. Fay, C.H. y Prats, M.: "The Application of Numerical Methods to Cycling and Flooding Problems" Proc. Tercer Congreso Mundial de Petróleo, Sección 11, (1951) 555.

3. Klinkenberg, L.J.: "Permeability of Porous Media to Liquids and Gases", Drilling and Production Practice, API (1941) 200,

4. Aronofky J.S. y Jenkins, R.: "Unsteady Radial Flow of Gas through Porous Media", J. Appl. Mech. (1953) 20 210; "A Simplified Analysis of Unsteady Radial Gas Flow". Trans. AIME (1954) 201,149.

5. Al-Hussainy R. and Ramey, H.J., y Crawfor P.B.: "The Flow of Real Gases Through Porous Media". JPT. (Mayo 1966) 624.

6. Van Everdingen, A.F. y Hurst, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs", Trans., AIME (1949),186, 305-324.

7. Carslaw, H.S. and Jaeger J.C.: “Conduction of Heat in Solids", 2da. Ed. Oxford U. Press London, England (1959), 11.

8. Homer, D.R. "Pressure Build-up in Wells" Proc. Third World Pet. Cong, E.J. Brill, Leiden (1951) II, 503.

9. Matthews, C.S. and Russell, D.G.: "Pressure Build-up and Flow Tests in wells". Monograph Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, Dallas (1967) 1.

10. Stanilav, J.F. and Kabir, C.S.: "Pressure Transient Analysis", JPT, (Nov. 1985), 243.

11. Churchill, R.V. "Operational Mathematics, 2da Ed., Mc. Graw-Hill Book Co., Inc., New York, (1958) 130-132.

12. Perrine, R.L: "Analysis of Pressure Build-up Curves", Drill and Prod. Pract. API (1956) 482.

13. Fetkovich, M.J.: "The Isochronal Testing of oil wells". SPE 4529 prosecuted al SPE 48th Annual Fall Meeting, Las Vegas, Sept 30-Oct.1973.

14. Martin, J.C.: "Simplified Equations of Flow in Gas Drive Reservoir and the Theoretical Foundation of Multiphase Pressure Build-up Analysis", JPT (Oct. 1959) 321-323. Trans. AIME 216.

15. Polubarinova-Kochina, P.: "Theory of Ground Water Movement, translated frown the Russian by JMR. De Wiest, Princeton U. Press. Princeton, N.J. (1.962) 549.

ANEXO 2

Ejemplo 2.1.

Un pozo ha producido por 6 días continuo de 400 BND. La siguiente información también se conoce:

r_w = 0.25 pies	k = 30 md
Φ = 0.20	μ = 0.4 cp
B_O = 1.12 BY/BN	p_i = 2800 lpca
H = 40 pies	$c_t = 3 \times 10^{-5}$ lpc^{-1}

a) Calcular la caída de presión en un pozo de observación localizado a 800 pies del pozo activo.

b) Calcular la presión en el pozo.

c) El tiempo al cual la aproximación se aplica en el pozo y a una distancia de 500 pies.

Solución:

a) Caída de presión en el pozo de observación.

$$p_D = \frac{1}{2}\left\{-E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right)\right\}$$

$$x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}$$

$$t_D = \frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r_D^2}$$

Sustituyendo

$$\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)_{6\,\text{Días}} = \frac{(0.000264)(30)(6*24)}{(0.20)(0.4)(3x10^{-5})(800)^2} = 0.7425$$

$$x = \frac{1}{\left(4\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = 0.3367$$

x > 0.01 la aproximación logarítmica de la integral exponencial no se aplica.

Luego:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(-E_i(-x)\right)$$

$$p_D = \frac{1}{2}\left(-E_i(-0.3367\right)$$

Determinemos $-E_i(-0.3367)$

X = 0.3367 ≅ 3.37 x 10^{-1} de la Tabla 2.1

Por interpolación de la Tabla 2.1 encontramos -E_i(-0.3367) = 0.821

$$p_D = \frac{1}{2}(0.821) = 0.4105 \approx 0.41$$

$$p_D = \frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p)$$

$$p_{6\,\text{Días},\,800\,\text{pies}} = 2800 - \frac{(141.2)(400)(1.12)(0.4)}{(30)(40)}(0.41)$$

PhD. Douglas Alvarado

$$p_{6\,\text{Días, 800 pies}} = 2800 - 8.645 = 2791.3\,\text{lpc}$$

b) Presión en el pozo:

Siendo:

$$x = \frac{1}{\left(4\dfrac{t_D}{r_D^2}\right)}$$

$$\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)_{6\,\text{Días, pozo}} = \frac{(0.000264)(30)(6x24)}{(0.2)(0.4)(3x10^{-5})(0.25)}$$

$$\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)_{6\,\text{días, r}_W} = 7.6\text{ x }10^{6}$$

x < 0.01 se aplica la aproximación logarítmica de la S.L.F. (Solución de la Línea Fuente).

$$x = \frac{1}{4\left(\dfrac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{1}{4\left(7.6\text{ x }10^{6}\right)} = 3.28x10^{-8}$$

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0.81\right)$$

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln\left(7.6x10^{6}\right) + 0.81\right) = 8.32$$

Luego:

PhD. Douglas Alvarado

$$p_{wf} = p_i - \frac{(141.2)(400)(1.12)(0.4)}{(30)(40)}(8.32)$$

$$p_{wf} = 2800 - 175 = 2624.5 \text{ lpca}$$

c) Tiempo en el pozo, a una distancia de 500 pies.

$$x = \frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)_{rD=1}} \leq 0.01$$

$$\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) \geq 25$$

$$\frac{(0.000264)(30)t}{(0.2)(0.4)(3x10^{-5})(0.25)^2} \geq 25$$

$$t \geq \frac{(0.2)(0.4)(3x10^{-5})(0.25)^2}{(0.000264)(30)} = 4.7348x10^{-4} \text{ horas}$$

$$t \geq 0.02841 \text{ minutos}$$

$t \geq 1.70$ segundos; la aproximación log de $-E_i(-x)$ aplica desde el comienzo de la prueba en el pozo.

$$t \geq \frac{(25)(0.2)(0.4)(3x10^{-5})(500)^2}{(0.000264)(30)} = 1894 \text{ horas}$$

La aproximación logarítmica de la integral exponencial aplica después de 1894 horas a una distancia de 500 pies.

Ejemplo 2.2. (Stanislav y Kabir[10]).

Un pozo de petróleo produce a una presión de fondo constante de 5000 lpc. Se supone que el pozo está localizado en el centro de un yacimiento cilíndrico con frontera de no flujo en el límite exterior. El pozo, la formación y los fluidos tienen las siguientes propiedades:

r_w = 0.3 pies	k = 40 md	h = 25 pies
Φ = 0.2	μ = 0.9 cps	$c_t = 1.5 \times 10^{-5}$ lpc^{-1}
B = 1.12 BY/BN	r_e = 3000 pies	p_i = 5600 lpc

Calcular la producción acumulada después de 4 meses de producción.

Solución.

$$Q_D = \frac{1}{\ln(0.472 r_{eD})} \int_0^{t_D} \exp\left(\frac{-2t_D}{r_{eD}^2 \ln(0.472 r_{eD})} \right) dt_D$$

Aquí la ecuación (2-133) con q_D sustituida por la solución dada por la ecuación (2-138)

$$q_D = \frac{1}{\ln(0.472 r_{eD})} \exp\left(-\frac{2t_D}{r_{eD}^2 \ln(0.472 r_{eD})} \right)$$

$$Q_D = \frac{QB}{1.19 \phi h c_t r_w^2 (p_i - p_{wf})} = \int_0^{t_D} q_D dt_D$$

PhD. Douglas Alvarado

La integración produce:

$$Q_D = \frac{r_{eD}^2}{2}\left[\exp\left(\frac{-2t_D}{r_{eD}^2 \ln\left(0.472 r_{eD}\right)}\right) - 1\right]$$

$$r_{eD} = \frac{3000}{0.3} = 10^4$$

$$t_D = \frac{\left(2.64x10^{-4}\right)(40)\left[(4)(30)(24)\right]}{(0.2)(0.9)\left(1.5x10^{-5}\right)(0.3)^2}$$

$$Q_D = -\frac{\left(10^4\right)}{2}\left[\exp\left(\frac{-(2)\left(1.251x10^8\right)}{\left(10^4\right)^2 \ln\left(0.472x10^4\right)}\right) - 1\right] = 1.28x10^7$$

Q_D = 1.28 x 10^7

De la ecuación que define a Q_D se obtiene:

$$Q = \frac{(1.119)(0.2)(25)(1.5)\left(10^{-5}\right)(0.3)^2(5600-5000)\left(1.28x10^7\right)}{1.2}$$

Q = 4.83 x 10^4 BN

PhD. Douglas Alvarado

CAPÍTULO 3

PRUEBA DE INTERFERENCIA

Inicialmente en el sistema los pozos están cerrados.

Un pozo se abre a producción y se registra la presión en uno o más pozos de observación.

La Solución de la Línea Fuente será usada para modelar la prueba de interferencia. (Figura 3.1)

$$P_D = \frac{1}{2}\left\{-E_i\left(\frac{r_D{}^2}{4t_D}\right)\right\} \tag{3-1}$$

El Modelo de la Solución de la Línea Fuente supone: S = 0 y $C_D = 0$ en el pozo activo y en el pozo de observación.

En la práctica, esta es la solución más usada ; sin embargo, en algunos casos debemos recurrir a los modelos presentados por Ogbe y Brigham[3], que incluyen los efectos de llene y de daño en el pozo activo y de observación, para modelar con mas exactitud la prueba .

Cuando $\frac{t_D}{r_D^2} > 25$ puede utilizarse la aproximación logarítmica a la Solución de la

Línea Fuente:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{r_D{}^2} + 0.8090786962\right) \tag{3-2}$$

Normalmente se emplean los siguientes análisis:

- Análisis log-log con Curva Tipo (con la solución $-E_i(-x)$ y con la “derivada”)
- Análisis semi-log, aproximación logarítmica.
- Regresión no-lineal, usada particularmente por los programas de análisis comerciales.

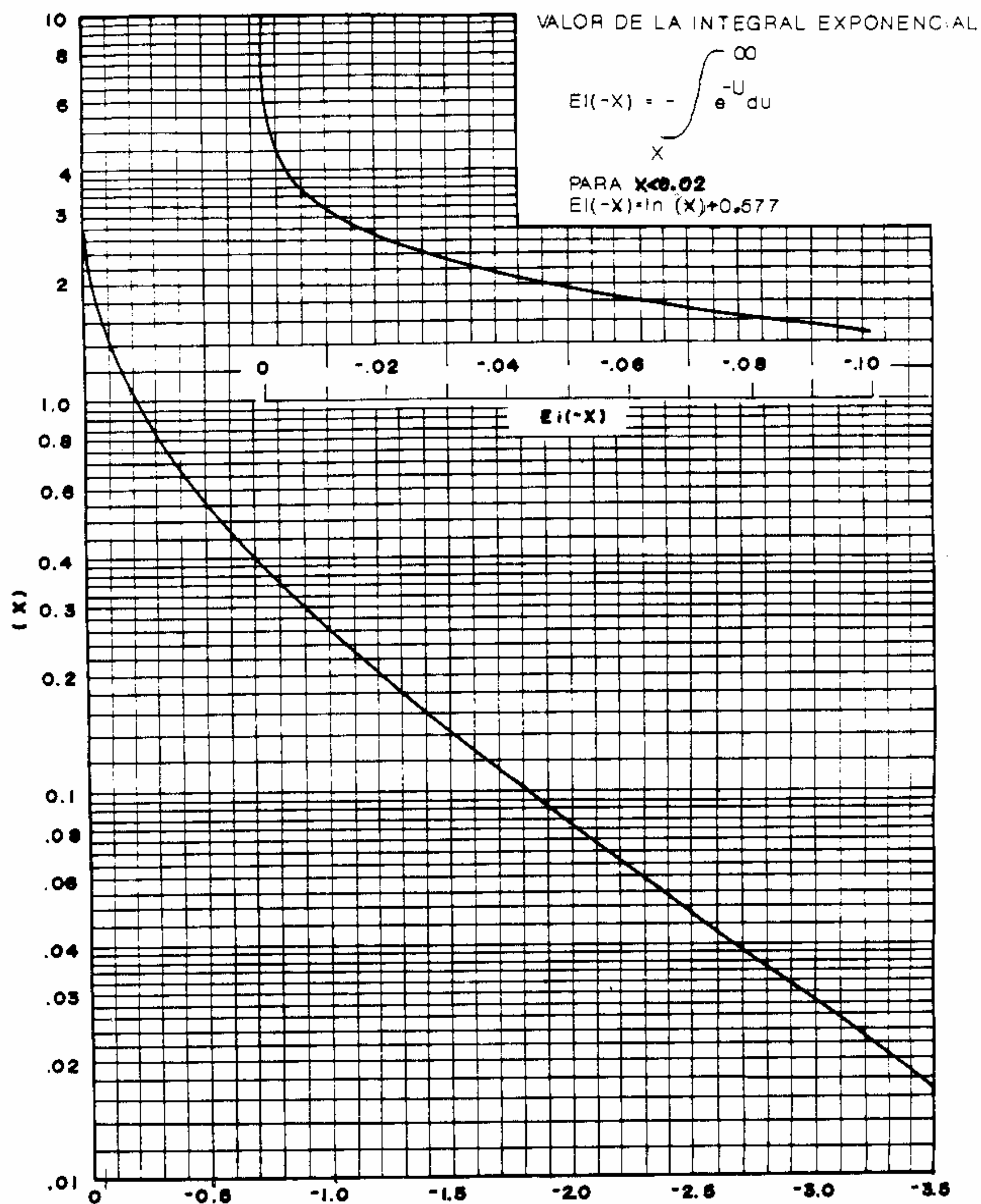


Figura 3.1. Función integral exponencial x vs. –Ei(-x)

PhD. Douglas Alvarado

ANÁLISIS LOG-LOG, CURVA TIPO DE LA SOLUCIÓN DE LA LINEA FUENTE.

Bases teóricas del método de curva tipo.

Dos grupos adimensionales principales:

$$p_D = \frac{kh}{141.2qB\mu}(p_I - p_{r,t}) \quad (3\text{-}3)$$

Donde:

$$\text{y} \quad \frac{t_D}{r_D^2} = \frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r^2} \quad (3\text{-}4)$$

r_D es el radio adimensional, $r_D = \frac{r}{r_w}$

t_D es el tiempo adimensional, $t_D = \frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r_w^2}$

Tomando logaritmos a ambos miembros de las ecuaciones (3-3) y (3-4), obtenemos:

$$\text{Log } p_D = \log\left(\frac{kh}{141.2qB\mu}\right) + \log\ (p_i - p_{r,t}) \quad (3\text{-}5)$$

$$\text{y} \quad \log \frac{t_D}{r_D^2} = \log\left(0.000264\frac{k}{\phi\mu c_t r^2}\right) + \log\ (t) \quad (3\text{-}6)$$

PhD. Douglas Alvarado

p_D y (p_i - $p_{r,t}$) están desplazados, en papel log-log por una constante $\frac{kh}{141.2qB\mu}$, que representa físicamente un movimiento en la dirección vertical.

En la dirección horizontal, t_D/r_D^2 y **t** están desplazados por una constante $0.000264\frac{k}{\phi\mu c_t r^2}$ que representa físicamente un movimiento en la dirección horizontal.

Esta es la base Teórica del Método de Curva Tipo, de la función adimensional p_D vs $\frac{t_D}{r_D^2}$ (Figura 3.2)

Solución al problema gráfico log -log.

Se prepara el gráfico de campo (Figura 3.3) en un papel semi - transparente, con las mismas dimensiones que el gráfico adimensional de Curva Tipo, en el cual se gráfica $\Delta p = p_i - p_{r,t}$ como función de t.

Moviendo el gráfico de campo sobre la Curva Tipo, manteniendo los ejes horizontales y verticales paralelos hasta lograr que los puntos (Δp vs. t) coincidan con la Curva Tipo. Una vez que se obtiene el ajuste “match”, se toma un punto de ajuste, (cualquier punto en el gráfico de campo), pero preferiblemente de coordenadas potencias de 10, tanto para la presión como para el tiempo. Se anotan las coordenadas de este punto de ajuste, en el gráfico de campo y las correspondientes en el gráfico de Curva Tipo; esto es:

Coordenadas de presión:

$[\Delta p]_M$, $[p_D]_M$

Coordenadas de tiempo:

$[t]_M$, $\left[\frac{t_D}{r_D^2}\right]_M$

y se resuelven ahora las ecuaciones escritas, así:

$$[p_D]_M = \frac{kh}{141.2qB\mu}[p_i - p]_M \quad (3\text{-}7)$$

$$\left[\frac{t_D}{r_D^2}\right]_M = 0.000264\frac{k}{\phi\mu c_t r^2}[t]_M \quad (3\text{-}8)$$

para k (ó kh) y ϕ (o $\phi\mu c_t$)

Esto es; de la ecuación (3-7):

$$k = \frac{141.2qB\mu}{h}\left[\frac{p_D}{\Delta p}\right]_M \quad (3\text{-}9)$$

y de la ecuación (3-8) :

$$\phi = \frac{0.000264k}{\mu c_t r^2}\left[\frac{t_D}{r_D^2}\right]_M \quad (3\text{-}10)$$

Ejemplos de campo: (Figura 3.3 y 3.4)

CURVA TIPO DOBLE: PRESIÓN Y DERIVADA

$$p_D = \frac{1}{2}\{-E_i(-x)\} \quad (3\text{-}11)$$

$$x = \frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \quad (3\text{-}12)$$

Regla de Leibnitz para derivar una integral.

$$\frac{d}{dt}\int_{\alpha_2(t)}^{\alpha_1(t)} f\ (x,t)\ dx = \int_{\alpha_2(t)}^{\alpha_1(t)} \frac{\partial f\ (x,t)}{\partial t}dx\ + f\ (\alpha_1\ ,t)\frac{\partial \alpha_1(t)}{\partial t} - f\ (\alpha_2\ ,t)\frac{\partial \alpha_2(t)}{\partial t}$$

Tomando la derivada de p_D con respecto a x.

$$p_D = \frac{1}{2}\{-E_i\ (-x)\} \quad (3\text{-}11)$$

$$-E_i\ (-x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz \quad (3\text{-}13)$$

$$\frac{dp_D}{dx} = \frac{1}{2}\frac{d\{-E_i\ (-x)\}}{dx} = \frac{d}{dx}\int_x^{\infty} \frac{e^{-z}}{z} dz \quad (3\text{-}14)$$

PhD. Douglas Alvarado

Aplicando la Regla de Leibnitz para diferenciar una integral:

$$\frac{dp_D}{dx} = \frac{1}{2}\left\{\int_x^{\infty} \frac{d}{dx}\left(\frac{e^{-z}}{z}\right)dz + \frac{d\infty}{dx}\left(\frac{e^{-\infty}}{\infty}\right) - \frac{dx}{dx}\frac{e^{-x}}{x}\right\} \tag{3-15}$$

luego $\frac{dp_D}{dx} = \frac{1}{2}\left(-\frac{e^{-x}}{x}\right)$ (3-16)

y aplicando la Regla de la Cadena para diferenciación:

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{dp_D}{dx} \cdot \frac{dx}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \tag{3-17}$$

Ahora $\frac{dx}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{d\left[\frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}\right]}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{1}{4}\left[-\frac{1}{\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)^2}\right]$ (3-18)

Entonces:

PhD. Douglas Alvarado

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{dp_D}{dx}\cdot\frac{dx}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{e^{-\left[\frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}\right]}}{\frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}}\cdot\frac{1}{4}\left[-\frac{1}{\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)^2}\right] \tag{3-19}$$

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{1}{2}\frac{e^{-\left[\frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}\right]}}{\frac{t_D}{r_D^2}} \tag{3-20}$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación anterior por $\frac{t_D}{r_D^2}$, obtenemos:

$$\frac{d\,p_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}.\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) = \frac{1}{2}e^{\left[-\frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}\right]} \tag{3-21}$$

Ahora tomemos la derivada de p_D con respecto al ln $\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)$:

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \frac{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \qquad (3\text{-}22)$$

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \frac{1}{\frac{d\ln\frac{t_D}{r_D^2}}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}} \qquad (3\text{-}23)$$

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}} \qquad (3\text{-}24)$$

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) \qquad (3\text{-}25)$$

Lo cual demuestra que el miembro izquierdo de la ecuación (3-21) es la derivada de la presión adimensional con respecto al logaritmo natural de $\frac{t_D}{r_D^2}$

La ecuación (3-21) evaluada a tiempos grandes produce una solución asintótica. (Figura 3.5)

$$\lim_{\frac{t_D}{r_D^2}\to\infty} \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) = \lim_{\frac{t_D}{r_D^2}\to\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{4\frac{t_D}{r_D^2}}} = \frac{1}{2} \qquad (3\text{-}26)$$

Este mismo resultado puede ser obtenido sustituyendo p_D por la aproximación logarítmica de la solución de la Línea Fuente (Ecuación 3-2) y evaluando la derivada;

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) = \frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \qquad (3\text{-}25)$$

Así:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{r_D^2} + 0.809\ldots\right) \qquad (3\text{-}26)$$

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{1}{2} \qquad (3\text{-}27)$$

La Curva de la “derivada”

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}$$

Puede graficarse en conjunto con la Solución de la Línea Fuente, para obtener la Curva Tipo Doble de presión y derivada[5].

Los parámetros adimensionales son:

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) = \frac{kh}{1412qB\mu} \cdot \frac{d\Delta p}{dt} \cdot \frac{1}{\frac{0.000264k}{\phi\mu c_t r^2}} \cdot \frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r^2} \tag{3-28}$$

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) = \frac{kh}{1412qB\mu} \cdot \left(\frac{d\Delta p}{dt} \cdot t\right) \tag{3-29}$$

Note que la constante de proporcionalidad $\frac{kh}{1412qB\mu}$, es la misma que relaciona la presión dimensional y adimensional.

Para la escala de tiempo, la constante de proporcionalidad es : $\frac{0.000264k}{\phi\mu c_t r^2}$,

Luego:

$$\frac{t_D}{r_D^2} = \frac{0.000264k}{\phi\mu c_t r^2} \cdot t \tag{3-4}$$

En el caso de la derivada debe graficarse:

Curva Tipo:

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} = \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) \quad \text{vs} \quad \frac{t_D}{r_D^2}$$

Gráfico de Campo:

$\frac{d\,\Delta p}{dt} \cdot (t)$ vs (t)

con $\Delta p = p_i - p_{r,t}$

El procedimiento de aplicación de la Curva Tipo Doble, es análogo al explicado anteriormente para el caso de la Solución de la Línea Fuente.

En este caso por ser un ajuste doble, la precisión del método mejora, y además la solución asintótica de la derivada, contribuye también a determinar el flujo radial, o comienzo de la solución semi-log (aproximación logarítmica).

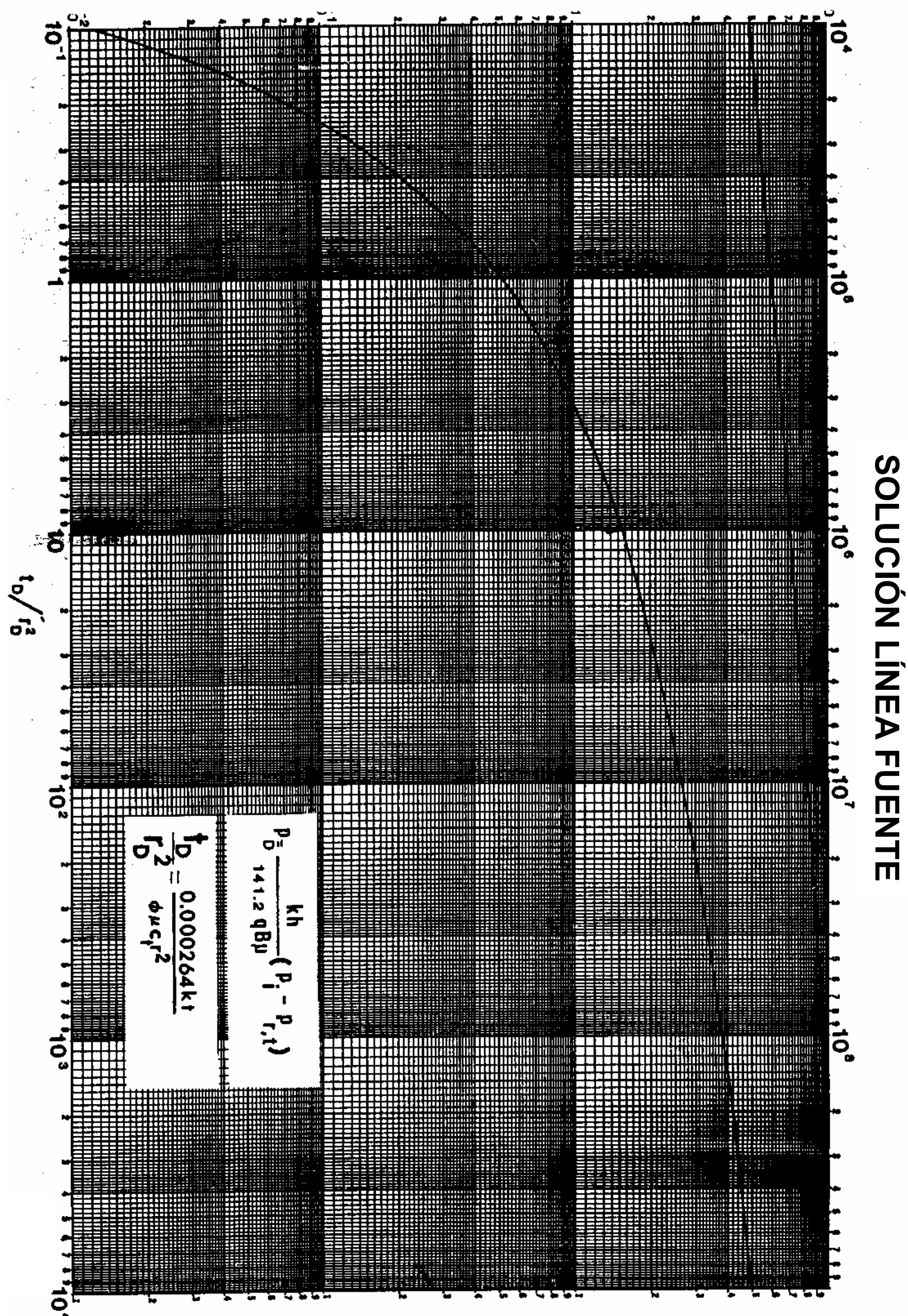


Figura 3.2. Curva Tipo de la Solución de la Línea Fuente, expresada en variables adimensionales, como función de . Gráfico semilog.

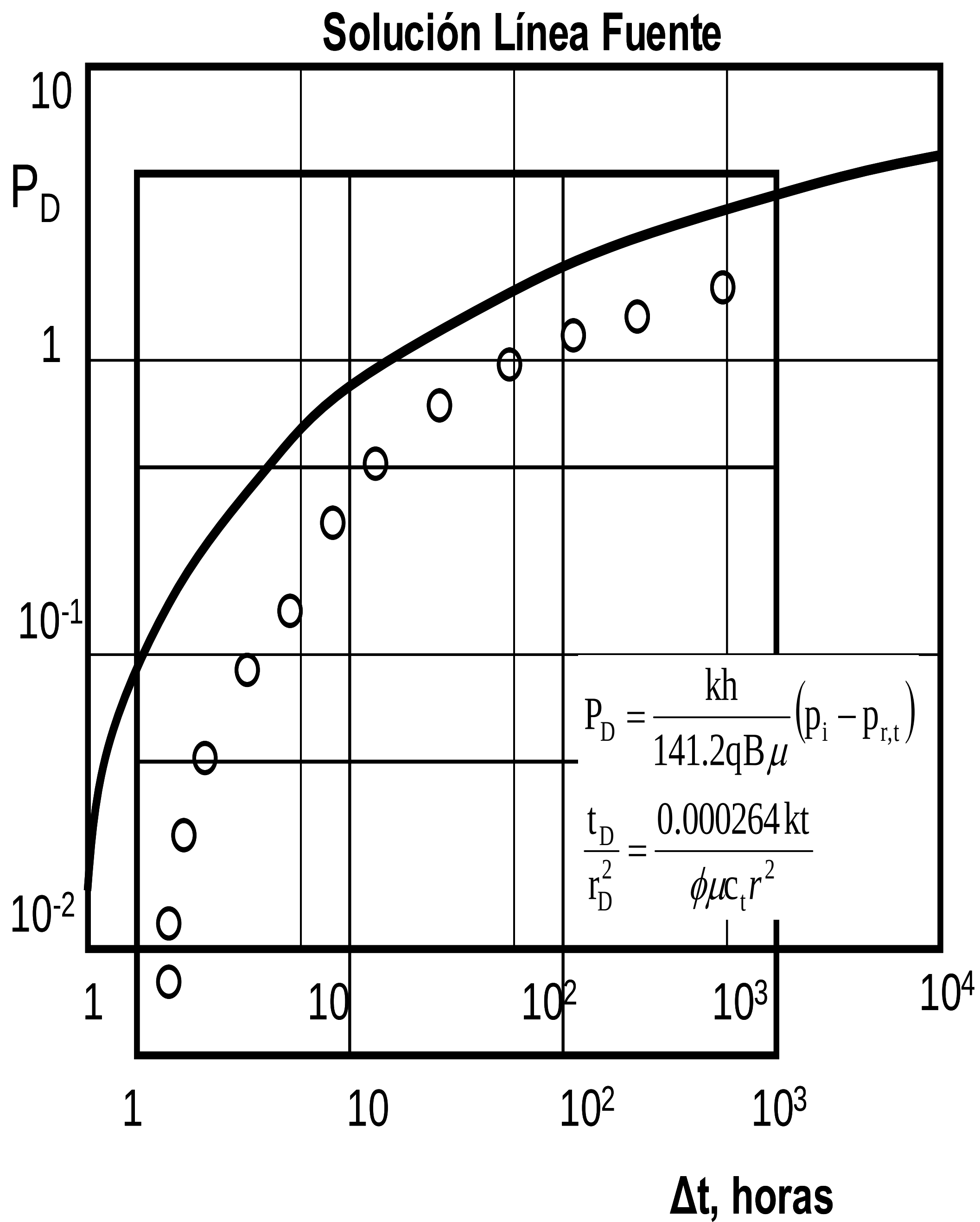


Figura 3.3. Fuente expresada en Variables. Gráfico de Campo para Método de Curva Tipo en la Solución de la Línea Fuente

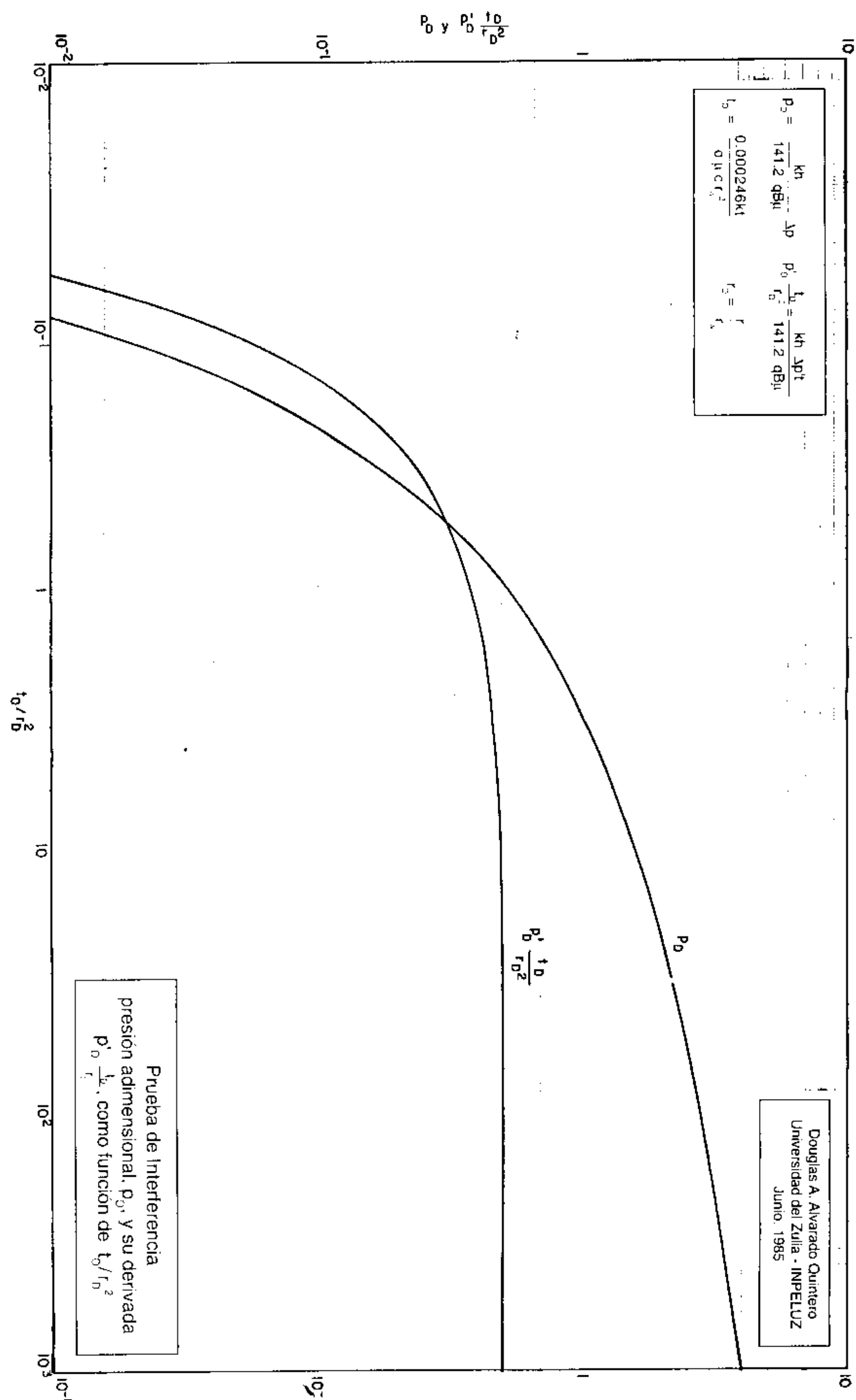


Figura 3.5. Prueba de interferencia. Solución de la línea fuente. Presión adimensional. P_D y su derivada P_DT_D como función de T_D/R_D^2. Modelo propuesto de Doble Curva Tipo.

EJEMPLOS DE CAMPO USANDO LA CURVA TIPO DOBLE: PRESIÓN Y DERIVADA.

MÉTODO DE EL - KHATIB [6]

Siendo:

$$p_D = \frac{1}{2}\left\{-E_i\left(\frac{-r_D^2}{4t_D}\right)\right\} \quad (3\text{-}1)$$

Habíamos obtenido, de la derivada de (3-1), la ecuación:

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) = \frac{1}{2}e^{\left[-\frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}\right]} \quad (3\text{-}21)$$

La ecuación (3-21) puede ser escrita así, aplicando logaritmo natural en la forma siguiente:

$$\ln(2)\, p_D' \cdot \left(\frac{t_D}{r_D^2}\right) = -\frac{1}{4\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)} \quad (3\text{-}30)$$

donde $p_D' = \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{r_D^2}\right)}$ (3-31)

Sustituyendo las variables adimensionales:

$$\ln(2)\, \frac{kh}{(1412qB\mu)} \cdot \frac{d\Delta p}{\left(\frac{0.000264k}{\phi\mu c_t r^2}\right)dt} \cdot \frac{0.000264kt}{\phi\mu c_t r^2} = -\left(\frac{1}{4}\right)\frac{\phi\mu c_t r^2}{0.000264kt} \quad (3\text{-}32)$$

$$\ln\left(\frac{kh}{70.6qB\mu}\right)\cdot\frac{d\Delta p}{dt}(t) = -\frac{\phi\mu c_t\, r^2}{0.00105\;k}\cdot\left(\frac{1}{t}\right) \quad (3\text{-}33)$$

ó

$$\ln\;\Delta p' t = -\ln\left(\frac{kh}{70.6qB\mu}\right) - \left(\frac{\phi\mu c_t r^2}{0.00105\;\;k}\right)\left(\frac{1}{t}\right) \quad (3\text{-}34)$$

Sustituyendo:

$$\ln\;\Delta p' t = -\ln\left(\frac{1}{A}\right) - b\left(\frac{1}{t}\right) \quad (3\text{-}35)$$

Donde:

$$A = \frac{70.6qB\mu}{kh} \quad ; \quad b = \frac{\phi\mu c_t r^2}{0.00105k} \quad (3\text{-}36)$$

Haciendo $T = \frac{kh}{\mu}$ y sustituyendo en (3-36), se obtiene:

$$A = \frac{70.6qB}{T} \quad (3\text{-}37)$$

$$b = \frac{948\phi\mu c_t r^2}{k} \quad (3\text{-}38)$$

Luego, haciendo:

$$S = h\phi c_t \qquad (3\text{-}39)$$

Obtenemos:

$$S = \frac{Tb}{948\ r^2} \qquad (3\text{-}40)$$

Entonces:

$$S = \left(\frac{Tb}{948\ r^2}\right) = \underbrace{\left(\frac{kh}{\mu}\right)}_{\overset{\downarrow}{T}}\underbrace{\left(\frac{\phi\mu c_t r^2}{0.00105k}\right)}_{\overset{\downarrow}{b}}\left(\frac{1}{948\ r^2}\right) = h\phi c_t \qquad (3\text{-}41)$$

De la ecuación (3-35):

$$\ln\ \Delta p' t = \ln A - b\left(\frac{1}{t}\right)$$

Luego:

$$\log\ \Delta p' t = \log A - \frac{b}{2.303}\left(\frac{1}{t}\right) \qquad (3\text{-}42)$$

Graficamos:

$\Delta p' t$ vs $\frac{1}{t}$, en papel semi-log. (Figura 3.7)

De la ecuación (3-36); $A = \frac{70.6 qB\mu}{kh}$ *se obtiene* $k(o\ kh)$ y

De la ecuación (3-38); $b = \frac{948 \phi \mu c_t r^2}{k}$ *se obtiene* ϕ ó $(\phi \mu c_t)$, conocidos A y b de la gráfica.

CASO DE PRUEBA DE INTERFERENCIA CUANDO SE CIERRA EL POZO ACTIVO, LUEGO DE HABER PRODUCIDO POR UN CIERTO TIEMPO A TASA DE FLUJO CONSTANTE.

TRATAMIENTO DE RAMEY[7]

Ramey[7] presentó la siguiente Curva Tipo basada en el principio de superposición (Mientras el pozo este fluyendo el modelo aplicable es la Solución de la Línea Fuente). (Figura 3.7)

$$p_i - p_{ws} = \frac{1412(q-0)B\mu}{kh} \, . p_D(t+\Delta t)_D + \frac{1412(0-q)B\mu}{kh} \, p_D(\Delta t)_D \quad (3\text{-}43)$$

$$\frac{kh}{1412 qB\mu}(p_i - p_{ws}) = p_D(t+\Delta t)_D - p_D(\Delta t_D) \quad (3\text{-}44)$$

Aplicación de la Curva Tipo de “Drawdown“, para analizar la prueba de interferencia de cierre en el pozo activo (“Buildup”).

Para analizar la prueba de interferencia "Drawdown", utilizamos la Solución de la Línea Fuente, esto es:

De la ecuación (3-1) y (3-44) , obtenemos:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{wf}) = p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2}\left\{-E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right)\right\} \qquad (3\text{-}45)$$

↑________________________↑

Graficamos: $(p_i - p_{wf})$ vs t

Consideremos la prueba de "Buildup":

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{ws}) = p_D\left\{r_D, (t+\Delta t)_D\right\} - p_D(r_D, \Delta t_D) \qquad (3\text{-}46)$$

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{ws}) = \frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{ext}) - p_D(r_D, \Delta t_D) \qquad (3\text{-}47)$$

Pasando el primer término del miembro derecho de la ecuación al miembro izquierdo, obtenemos:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left[(p_i - p_{ext}) - (p_i - p_{ws})\right] = p_D(r_D, \Delta t_D) = \frac{1}{2}\left\{-E_i\left(-\frac{r_D^2}{4\Delta t_D}\right)\right\} \qquad (3\text{-}48)$$

↑________________________________↑

Para utilizar el Modelo de la Solución de la Línea Fuente debemos gráficas:

$\left[(p_i - p_{ext}) - (p_i - p_{ws})\right]$ vs Δt, como gráfico de campo. (Figura 3.8)

Esto es , la diferencia entre la caída de presión extrapolada (leída en el gráfico de campo al extrapolar la Curva Tipo de Drawdown ajustada a los datos de la prueba de flujo) y la caída de presión real en el pozo de observación , como función del tiempo de cierre, Δ t.

Tratamiento semi - log. Prueba de interferencia.

Cuando se alcanza la aproximación logarítmica ; $\frac{t_D}{r_D^2} > 25$

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln \frac{t_D}{r_D^2} + 0.809\right) \tag{3-2}$$

$$\frac{kh\ (\Delta p)}{141.2 qB\mu} = \frac{1}{2}\left(\ln \frac{0.000264 kt}{\phi \mu c_t r^2} + 0.809\right) \tag{3-49}$$

siendo $\Delta p = p_i - p_{wf}$ (ó $\Delta p = p_{ii} - p_{r,t}$), se obtiene:

$$p_i - p_{r,t} = \left(\frac{1}{2}\right)\frac{141.2 qB\mu}{kh}$$

$$\left(2.303\log\ t + 2.303\log\frac{k}{\phi\mu c_t r^2} + 2.303\log 0.000264 + \left(\frac{2.303}{2.303}\right)\log 0.809\right) \tag{3-50}$$

$$p_{r,t} = p_i - \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{141.2 qB\mu}{kh}(2.303)\left(\log\ t + \log\ \frac{k}{\phi\mu c_t r^2} - 3.227\right) \tag{3-51}$$

Si :

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh}$$ (3-52)

entonces:

$$p_{r,t} = p_i - \frac{162.6qB\mu}{kh}\left(\log\ t + \log\ \frac{k}{\phi\mu c_t r^2} - 3.23\right)$$ (3-53)

$$\downarrow$$

$$m$$

Resolviendo:

$$p_{r,t} = p_i - (m)\ \log\ (t) - (m)\ \log\ \left(\frac{k}{\phi\mu c_t r^2}\right) + 3.23\ (m)$$

(3-54)

Si graficamos $p_{r,\ t}$ vs. t en papel semilog, obtenemos una recta de pendiente a (m) e intercepto (b).

De la pendiente m , obtenemos k o kh :

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh} \quad \therefore \quad k = \frac{162.6qB\mu}{mh}$$ (3-55)

Del intercepto (b), obtenemos ϕ (ó ϕc_t)

$p_{r,t} = p_i - m \log t + b \therefore b = p_{r,t} - p_i + m \log(t)$ (3-56)

$$b = -m \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r^2}\right) + 3.23\ (m) \qquad (3\text{-}57)$$

El intercepto puede ser obtenido o evaluado a 1 hora, 10 horas, etc. ($t=10^{n-1}$horas)

En general $t = 10^{n-1}$ horas, para:

n=1 $\rightarrow$ 1 hora

n=2 $\rightarrow$ 10 horas

n=3 $\rightarrow$ 100 horas

n=n $\rightarrow 10^{n-1}$ horas y n = entero positivo, n $\geq$ 1

Así:

$p_{r,t} = p_i - m \log t + b$

$p_{r,t} = p_i - m \log (10^{n-1}) + b$

De esta forma, el intercepto puede evaluarse gráficamente o aplicando:

$b = m \log (10^{n-1}) + p_{r,t} - p_i$ (3-58)

Una vez obtenido b, podemos obtener ϕ , (o $\phi\ c_t\ \mu$) , aplicando la ecuación (3-57):

$$b = -m \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r^2}\right) + 3.23\ m$$

Despejando:

$$\log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r^2}\right) = \frac{-b + 3.23\ m}{m} = \frac{3.23\ (m) - b}{m} \tag{3-59}$$

y resolviendo para ϕ, se obtiene:

$$10^{\left(\frac{3.23\ m\ -\ b}{m}\right)} = \frac{k}{\phi\mu c_t r^2} \tag{3-60}$$

Donde:

$$\phi = \frac{k}{\mu c_t r^2} \cdot 10^{\left(\frac{b-3.23\ m}{m}\right)} \tag{3-61}$$

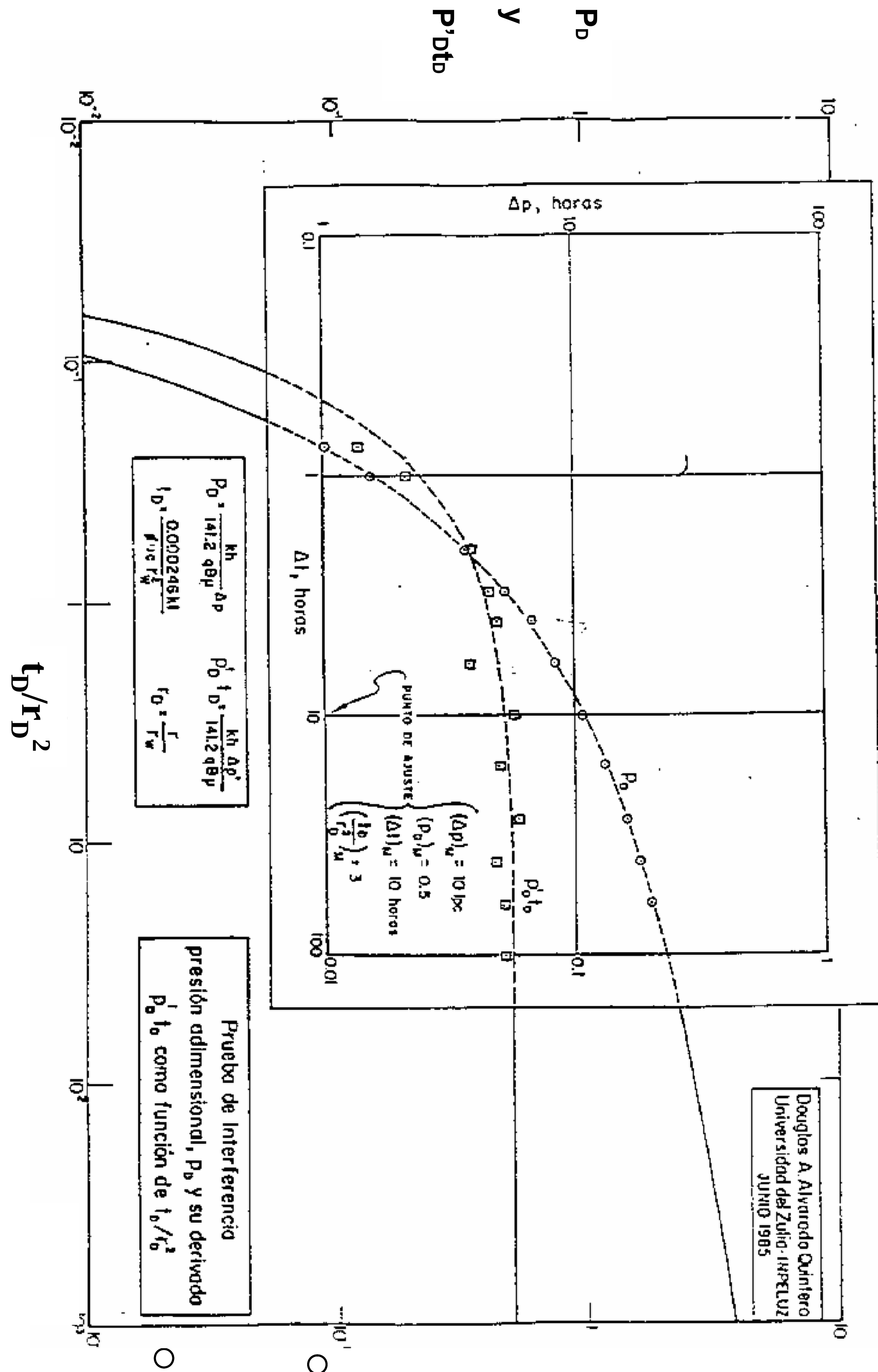
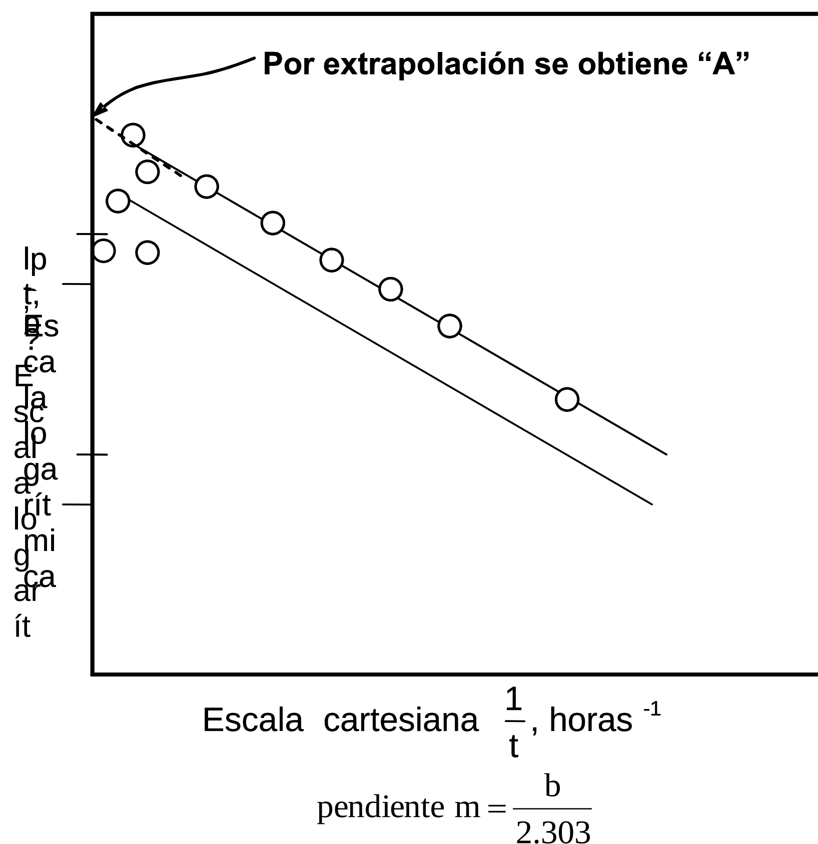


Figura 3.6. Prueba de Interferencia. Ajustes de los datos de Campo a Modelo Propuesto.



Figuras 3.7. Prueba de Interferencia. Método El-Khatib. Ejemplo de Campo usando Curva de Tipo Doble.

Lista de Figuras

Capítulo 3

Figura. 3.1.- Función Integral Exponencial. x vs $-E_i$ (-x). Página 3-2.

Figura 3.2.- Curva Tipo de la Solución de la Línea Fuente, expresada en variables adimensionales, como función de $t_D \backslash r_D^2$. Gráfico semilog. Página 3-11.

Figura 3.3.- Ajuste de gráfico log-log de campo al gráfico de Curva Tipo. Método de Curva Tipo: Solución de la Línea Fuente. Página 3-12.

Figura 3.4.- Gráfico de Campo en forma adimensional del Método de Curva Tipo de la Solución de la Línea Fuente. Página 3-13.

Figura 3.5.- Prueba de Interferencia. Solución de la Línea Fuente. Presión adimensional, p_D, y su derivada $p_D t_D$ como función de de t_D / r_D^2. Modelo propuesto de Doble Curva Tipo. Página 3-14.

Figura 3.6.- Prueba de Interferencia. Ajuste de los datos de Campo al Modelo Propuesto. Página 3-23.

Figura 3.7.- Prueba de Interferencia. Método El-Khatib. Ejemplo de campo usando Curva Tipo Doble. Página 3-24.

Figura 3.8.-Prueba de Interferencia. Tratamiento de Ramey. Curva Tipo basada en el principio de Superposición.

REFERENCIAS

CAPÍTULO 3

1. Theis, C.V. , “The relationship between the Lowering of the Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of a well Using ground Water Storage”, Pressure Transient Testing Methods, Reprint Series, SPE, Dallas (1980) 14, 27-32.

2. Mueller, T.D. and Witherspoon, P. A.: “Pressure Interference Effects within Reservoirs and Aquifers” (April, 1965) 234, 471.

3. Ogbe, Brigham, W.E. and Chen, H.K..: “Pressure Buildup for a Well with Storage and Skin in a closed Square” SPE 4890 at the SPE - AIME, April 4 to 5, 1974.

4. Craft, B.C. and Hawkins, M.F. : “Advances in Well test Analysis” , SPJ, Dallas, Monograph V (1975)

5. Alvarado, D. A.: “Aplicación de la Función p_D a Pruebas de Interferencia, Jornadas Técnicas de La Facultad de Ingeniería. Maracaibo, Venezuela (1985).

6. El - Khatib. : Dec. 1987.

7. Ramey, H. J., Jr.: “Practical Use of Modern well Test Analysis” SPE 5878 at the SPE-AIME 46th Annual California Regional Meeting Lony-Beach, C.A. April 8 to 9, 1976.

8. Van Everdingen, A.F.: “The Skin Effect and its Influence on the Productive Capacity of a well”, Trans, AIME (1953) 198, 171-176

9. Al-Kaabi, A.V., D.A. Mc Vay and W.J. Lee: "Using an Expert System to Identify the Well Test Interpretation Model", paper SPE 18158 presented at the Ann. Tecn. Conf. And Exh., Houston, Texas, October 2 to 5, 1988.

ANEXO 3

EJEMPLO 3.1: PRUEBA DE INTERFERENCIA

Análisis con curva tipo.

Los datos del yacimiento y de los pozos y los datos de presión en el pozo observador (pozo B) se muestran en la Tabla B-3.

Se presento gráficamente en papel transparente la diferencia (p_i -p_{ws}) como una función del tiempo, luego se colocó sobre la curva tipo para un sólo pozo en un sistema infinito, sin daño ni almacenamiento (solución integral exponencial) como se muestra en la Figura B-18. A partir del punto de ajuste seleccionado, se obtiene:

$$\Delta t = 50$$
$$\Delta p = 16$$
$$t_D / r_D^2 = 8$$
$$p_D = 0.37$$

Se estima la permeabilidad de los puntos de ajuste:

$$k = 141.2 \frac{q\mu B}{h} \left(\frac{p_D}{\Delta p} \right)_M = 141.2 \frac{(427)(0.8)(1.12)}{23} \left(\frac{0.37}{16} \right) = 54.32 \text{ md.}$$

El factor ϕc_t se obtiene a partir de la relación:

$$\phi c_t = \frac{0.000264}{r^2} \cdot \frac{k}{\mu} \cdot \frac{(\Delta t)_M}{\left(t_D / r_D^2 \right)_M} =$$

$$= \frac{0.000264}{(340)^2} \cdot \frac{(54.32)}{(0.8)} \cdot \frac{(50)}{(8)} = 9.69 \text{x} 10^{-7} \text{lpc}^{-1}$$

EJEMPLO 3.2: PRESIÓN ADIMENSIONAL PARA UN POZO DE LINEA FUENTE.

Hallar la presión adimensional para un pozo de linea fuente (del Inglés "Line Source Well"), para $r_D = 10$ y $t_D = 10^4$.

Solución:

$$\frac{t_D}{r_D^2} = \frac{10^4}{10^2} = 100$$

El argumento de la Exponencial Integral es:

$$\frac{r_D^2}{4t_D} = \frac{1}{400} = 0.0025 = 2.5 \text{ x } 10^{-3}$$

De la Tabla 3.1, el valor de la Exponencial Integral es 5.4167.

De la ecuación (3-4):

$p_D = (5.4167 / 2) = 2.7084$

Este resultado también puede ser verificado de la Figura 3.1

EJEMPLO 3.2

Un pozo de petróleo está produciendo a tasa de flujo constante de 250 BN / D y está localizado en un yacimiento muy grande y un pozo de observación está localizado a 300 pies de este. Se conocen las propiedades de los fluidos y de las rocas.

Es necesario estimar la presión del pozo de observación despúes de dos días de producción. La presión inicial del yacimiento es 3 600 lpca.

Datos:

β = 1.32 BY/BN	μ =1.2 cp	ϕ = 14 %
c = 16 x 10^{-6} lpc^{-1}	r_w = 0.25 pies	k = 80 md
h = 11 pies	t = 48 horas	

Solución:

Ambas presiones pueden ser evaluadas con la ayuda de la ecuación. (2-54) que en unidades inglesas se puede escribir en la forma siguiente:

$$p(r,t) = p_i - \frac{141.2 q\mu B}{kh}\left[-\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{\phi\mu c r^2}{0.00105\ kt}\right)\right] \quad (3\text{-}6)$$

Presión en el fondo del pozo

$$p(0.25.48) = 3\ 600 - \frac{(141.2)(250)(1.32)(1.2)}{(80)(11)}$$

$$\left\{\frac{1}{2}E_i\left[\frac{(0.14)(1.2)(16x10^{-6})(0.25)^2}{(0.00105)(80)(48)}\right]\right\}$$

p(0.25.48) = 3 600 - {(-31.77) (-E_i (-4.16 x 10^{-8}))}

y de la Tabla 3.1 -E_i (-4. 16 x 10^{-8}) = 16.42 por consiguiente

p(0.25.48) = 3 600 - (-31.77) (16 42) = 3 078 lpca

Presión en el pozo de observación:

Esta presión podría ser estimada con la ecuación (3-6).

El resultado es:

p (300.48) = 3 600 - [-31.77 E_i (0-06)]

de la Tabla 3.2 , -E_i (0.06) = 230

Luego:

p (300.48) = 3 600 - (31.77) (2.30) = 3 527 lpca

CAPÍTULO 4
BASES TEÓRICAS DE LA PRUEBA DE POZO

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN EN ESPACIO.

Consideremos el siguiente arreglo, mostrado en la Figura 4.1:

La caída de presión en el punto P será:

$$p_i - p_p = \frac{141.2\ q_1\ B\mu}{kh} p_D(a_D, t_D) + \frac{141.2\ q_2\ B\mu}{kh} p_D(b_D, t_D) \qquad (4\text{-}1)$$

las variables adimensionales son:

$$a_D = \frac{a}{r_w} \ , \ b_D = \frac{b}{r_w} \quad y \quad t_D = \frac{0.000264\ kt}{\phi\mu c_t r_w^2}$$

p_D es un número adimensional, función de las variables adimensionales: posición (r_D), tiempo (t_D) y de otras como condición del pozo en la localización (C_D).
En general p_D también es una solución al problema con valor en la frontera y está relacionado a la variable adimensional por su definición, esto es:

$$p_D = \frac{kh}{141.2\ qB\mu}(p_i - p_{r,t}) \qquad (4\text{-}2)$$

con $p_D = (r_{D,}\ t_{D,} C_{D,} S,\ \text{geometria de los limites}, \dots)$

En este caso no vamos a considerar el efecto de llene, por tener en muchos casos un período de duración pequeño, pero incluiremos el efecto de daño, en su forma explícita.
p_D puede ser sustituido por su correspondiente expresión para el caso particular tratado.
La caída de presión en el pozo 1 será:

$$p_i - p_{wf1} = \frac{141.2\ q_1\ B\mu}{kh}\left[p_D(1\ , t_D) + S_1\right] + \frac{141.2\ q_2\ B\mu}{kh} p_D(b_D, t_D) \qquad (4\text{-}3)$$

La caída de presión en el pozo 2 será:

$$p_i - p_{wf2} = \frac{141.2\ q_2\ B\mu}{kh}\left[p_D(1, t_D) + S_2\right] + \frac{141.2\ q_1\ B\mu}{kh}\,p_D(b_{D,}t_D) \qquad (4\text{-}4)$$

Consideremos el punto P localizado en la perpendicular en el punto medio de "α", es decir, en el punto medio entre los dos pozos. Consideremos, además, los pozos idénticamente iguales en sus propiedades.

Puede demostrarse que el flujo a través de la línea perpendicular (mediana) es cero, ósea:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{p(x,y)\ \text{en la mediana}} = 0 \qquad (4\text{-}5)$$

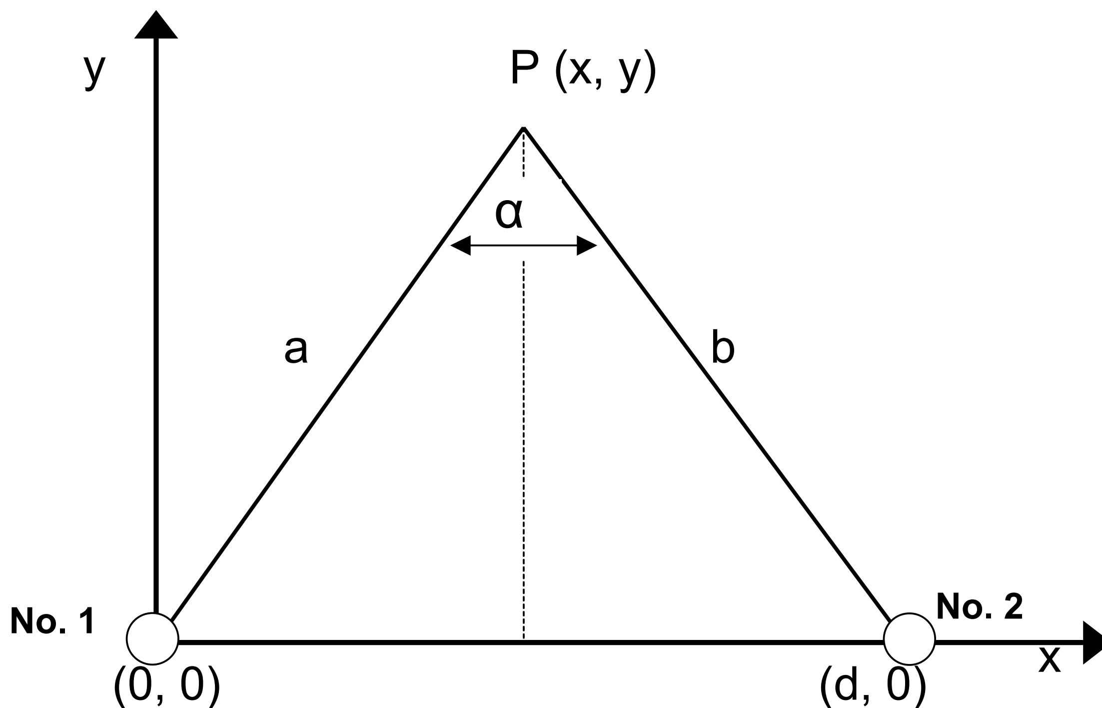


Figura 4.1. Arreglo de un pozo Principio de Superposición.

PhD. Douglas Alvarado

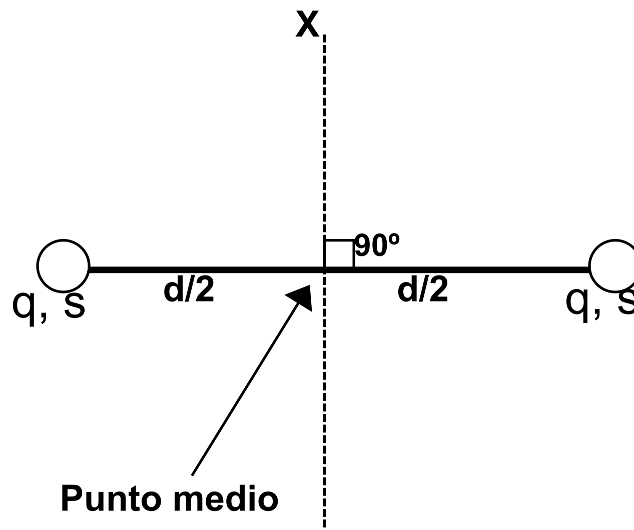


Figura 4.2. Espaciado entre pozos. Principio de Superposición.

PROBLEMA TRASFORMADO:

Consideremos un pozo cercano a una falla (línea de no- flujo). (Figura 4.3) Podemos quitar la falla y sustituirla por un pozo "imagen", situado a la misma distancia de la falla, pero en la dirección opuesta.

Este es el problema transformado y podemos escribir una ecuación del comportamiento de presión en el semi-plano real, usando el principio de superposición en espacio.

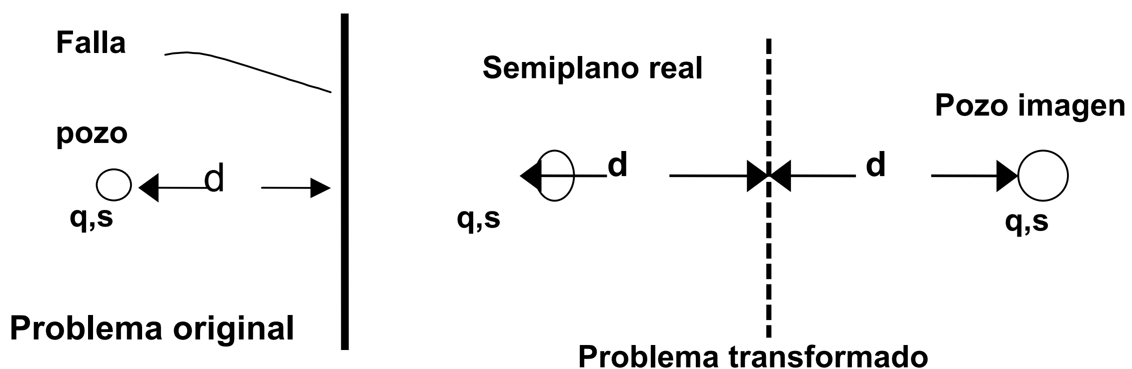


Figura 4.3. Pozo cercano a una falla. Principio de superposición en espacio.

PhD. Douglas Alvarado

Consideremos, ahora el siguiente arreglo, como se muestra en la Figura 4.4.

Los dos pozos separados una distancia 2d, pero uno de los pozos es de producción y el otro es de inyección; las misma características, excepto que las tasas de producción, tienen diferente signo.

En este caso, puede demostrarse fácilmente que la línea perpendicular es una línea de presión constante.

Caso de aplicación práctica.

Consideremos un pozo cerca de una línea de presión constante (contacto agua-petróleo de un acuífero, o una capa de gas). La Figura 4.4 muestra el problema transformado.

Ahora podemos obtener una expresión para determinar presión en el semi -plano real aplicando el principio de superposición en espacio.

Earlougher[3] presenta una generalización del principio de Superposición en espacio.

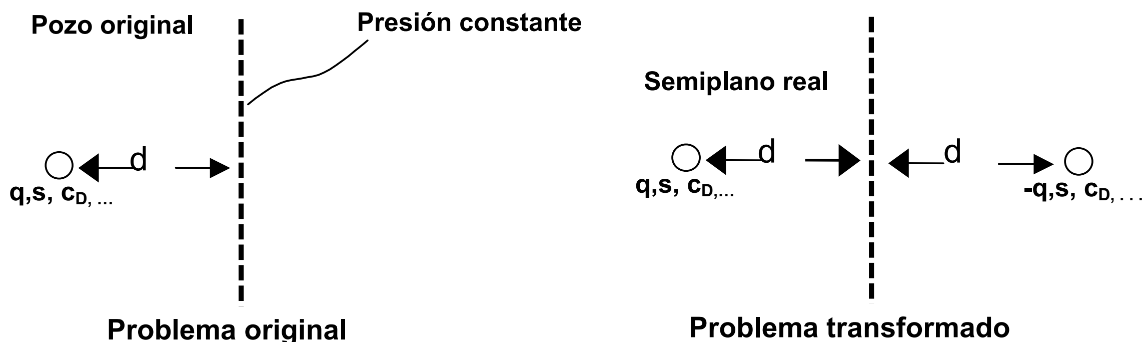


Figura 4.4. Arreglo de pozos separados a una distancia 2D. Principio de Superposición.

SUPERPOSICIÓN EN TIEMPO.

Podemos utilizar el principio de Superposición considerando varios "pozos "en la misma localización produciendo a tasa de flujo $\left(q_{i+1}-q_i\right)$ por un tiempo, desde donde hubo el cambio de tasa hasta el tiempo particular donde queremos obtener la presión. (Figura 4.5).

Esto lo resumimos así:

Pozo	**Tasa de Flujo**	**Tiempo de Flujo**
1	(q_1-0)	(t_n-0)
2	(q_2-q_1)	(t_n-t_1)
3	(q_3-q_2)	(t_n-t_2)
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	(q_n-q_{n-1})	(t_n-t_n-1)

y las ecuaciones de presión para el pozo , a un tiempo t_n vendrán dadas por :

$$p_i - p_{wf,}t_n = \frac{141.2(q_1-0)B\mu}{kh}\left\{p_D\left(t_{n-0}\right)_D + S\right\} + \frac{141.2(q_2-q_1)B\mu}{kh}\{p_D\left(t_n-t_1\right)_D + S\} +$$

$$\frac{141.2\ \ (q_3-q_2)B\mu}{kh}\left\{p_D\left(t_n-t_2\right)_D + S\right\} + \ldots\ldots + \frac{141.2\ \ (q_n-q_{n-1})B\mu}{kh}\{p_D\left(t_n-t_{n-1}\right)_D + S\} \quad (4\text{-}6)$$

$$p_i - p_{wf}t_n = \frac{141.2B\mu}{kh}\{(q_1-0)p_D\left(t_n-0\right)_D + (q_2-q_1)p_D\left(t_n-t_1\right)_D + (q_3-q_2)p_D\left(t_n-t_2\right) + \ldots\ldots\ldots$$

$$+\left(q_n-q_{n-1}\right)p_D\left(t_n-t_{n-1}\right)_D + q_n\ S\,\} \quad (4\text{-}7)$$

PhD. Douglas Alvarado

$$p_i - p_{wf,tn} = \frac{141.2B\mu}{kh}\sum_{j=1}^{n}\left(q_j - q_{j-1}\right)p_D\left(t_{Dn} - t_{Dj-1}\right) + q_n\ S \qquad (4\text{-}8)$$

Con $q_0 = 0$, $t_0 = 0$

Usando la definición de variables adimensionales,

$$p_{wD} = \frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{wf}, t_n\right) \qquad (4\text{-}9)$$

$$t_D = \frac{2.64x10^{-4}k\ t}{\phi\mu c_t r_w^2} \qquad (4\text{-}10)$$

$$q_D = \frac{q}{q_r B} \qquad (4\text{-}11)$$

donde q_r es una tasa de flujo de referencia.

En el caso en que la tasa varíe CONTINUAMENTE, la ecuación anterior puede escribirse:

$$p_{wD} = \int_0^{t_D} q'_D(\tau)\left[p_D\ \left(t_D - \tau\right) + S\right]d\tau \qquad (4\text{-}12)$$

ó integrando por partes:

$$p_{wD} = \int_0^{t_D} q_D(\tau)p'_D\ \left(t_D - \tau\right)d\tau + Sq_D(\tau) \qquad (4\text{-}13)$$

Estas ecuaciones son llamadas Integrales de Convolución. (*)

(*) Posteriormente veremos como se aplica la Integral de Convolución para analizar pruebas de presión donde las presiones y las tasas se flujo se registran como función de tiempo.

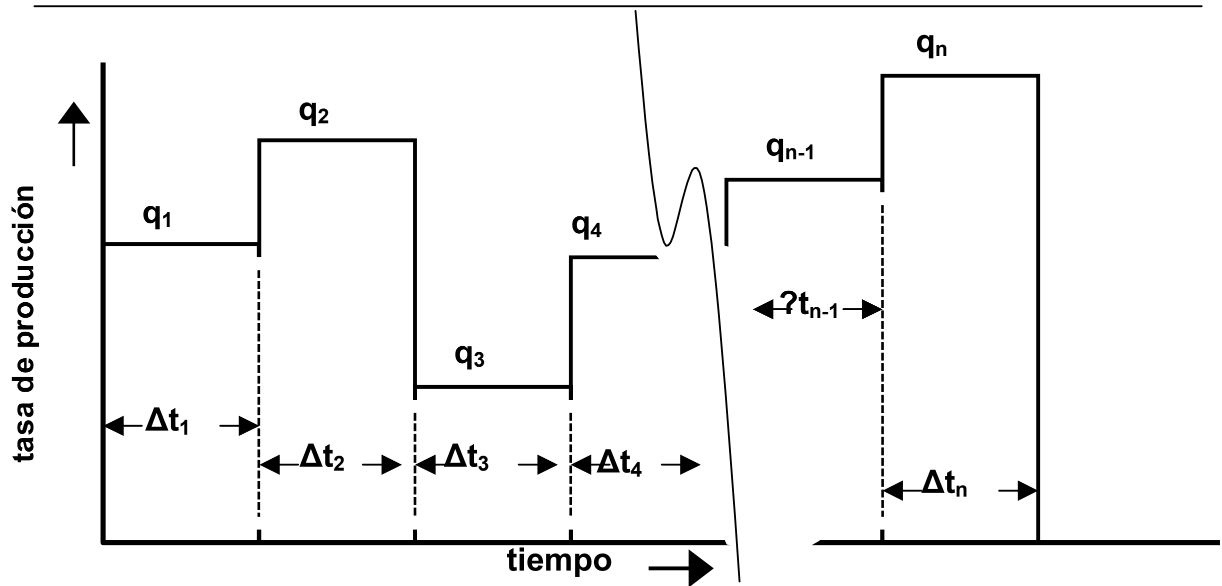


Figura 4.5. Diagrama esquemático para ilustrar la aplicación de la Ecuación de Superposición en tiempo.

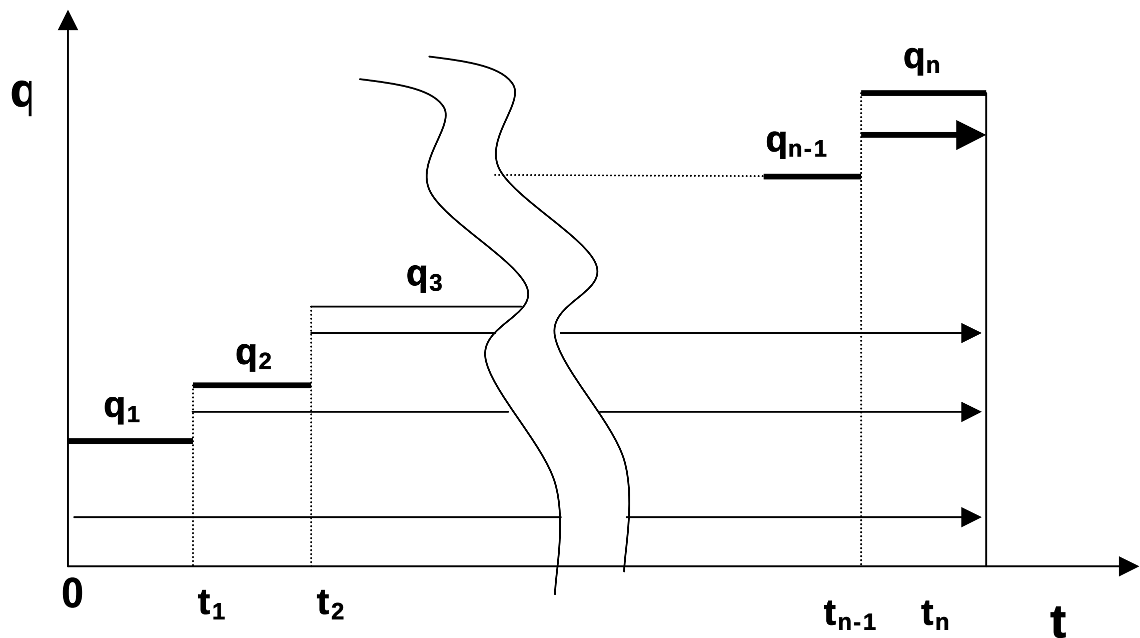


Figura 4.6. Diagrama esquemático para ilustrar la aplicación de la Ecuación de Superposición en tiempo.

JUSTIFICACIÓN DEL PROCEDIMIENTO EMPLEADO PARA APLICAR EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN EN TIEMPO.

Considere el esquema de producción mostrado en la Figura 4.5.
Este esquema de producción puede ser representado por el siguiente esquema equivalente de producción (**) que se ilustra en la Figura 4.6; Tabla 4.1.

Casos particulares de Pruebas de tasas múltiples**.**
Considere el esquema de producción mostrado en la Figura 4.6, de nuevo.

Usando variable consistente, obtenemos:

1. $$p\left(r_w, t_2 + \Delta t\right) = p_i - \frac{(q_1 - 0)\mu}{2\pi kh}\left\{p_D\left[1, (t_2 + \Delta t)_D\right] + S\right\}$$

2. $$\frac{-(q_2 - q_1)\mu}{2\pi kh} p_D\left[1, (t_2 - t_1 + \Delta t)_D\right] + S$$

3. $$\frac{(q_3 - q_2)\mu}{2\pi kh} p_D\left[1, (\Delta t)_D\right] + S \qquad (4\text{-}14)$$

(**) También conocido como el teorema de Duhamel[4] o la ecuación integral de Volterra[5].

Finalmente:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q_1\mu}{2\pi kh}\left[p_D(t_2 + \Delta t)_D - p_D(t_2 - t_1 + \Delta t)\right] - \frac{q_2\mu}{2\pi kh}\left[p_D(t_2 - t_1 + \Delta t)_D - p_D(\Delta t)_D\right]$$
$$- \frac{q_3\mu}{2\pi kh}\left[p_D(\Delta t_D) + S\right] \qquad (4\text{-}15)$$

Supongamos que los p_D pueden ser sustituidos con la aproximación logarítmica de la Solución de la Línea Fuente. (En el pozo, $r_D = 1$)

Entonces:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0.81\right) \qquad (4\text{-}16)$$

los 0.81 se cancelan, excepto el último p_D , $p_D(\Delta t)$

Con esto:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q_1 \mu}{2\pi kh}\left\{\frac{1}{2}\left[\ln(t_2 + \Delta t)_D\right] - \frac{1}{2}\left[\ln(t_2 - t_1 + \Delta t)_D\right]\right\}$$

$$-\frac{q_2 \mu}{2\ \pi kh}\left\{\frac{1}{2}\left[\ln(t_2 - t_1 + \Delta t)_D\right] - \frac{1}{2}\left[\ln(\Delta t)_D\right]\right\}$$

$$-\frac{q_3 \mu}{2\pi kh}\left\{\frac{1}{2}\left[\ln(\Delta t)D + 0.81\right] + S\right\} \qquad (4\text{-}17)$$

Luego:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q_1 \mu}{4\pi kh}\ln\left(\frac{t_2 + \Delta t}{t_2 - t_1 + \Delta t}\right) - \frac{q_2 \mu}{4\pi kh}\ln\left(\frac{t_2 - t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)$$

$$-\frac{q_3 \mu}{4\pi kh}\left\{\ln \Delta t + \ln\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) + 0.81 + 2S\right\} \qquad (4\text{-}18)$$

$$p_{wf} = 4\pi kh\left\{\ln\left(\frac{t_2 + \Delta t}{t_2 - t_1 + \Delta t}\right)^{q1} \cdot \left(\frac{t_2 - t_1 + \Delta t}{\Delta t}\right)^{q2} (\Delta t)^{q3} + \ln\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) + 0.81 + 2S\right\} \qquad (4\text{-}19)$$

o también puede escribirse:

PhD. Douglas Alvarado

$$p_{wf} = p_i - \frac{q_1\mu}{4\pi kh}\left\{\ln\left(\frac{t_2+\Delta t}{t_2-t_1+\Delta t}\right)\cdot\left(\frac{t_2-t_1+\Delta t}{\Delta t}\right)^{q2/q1}\cdot\Delta t^{q3/q1}\right\}$$

$$+\frac{q_3\mu}{4\pi kh}\left[\ln\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}+0.81+2S\right] \qquad (4\text{-}20)$$

PRUEBA DE DOBLE TASA; CASO ESPECIAL DE LA PRUEBA DE TASA MÚLTIPLE:

En este caso $q_1 = q_2$, $t_1 = t_2$

$q_2 \rightarrow q_1$

$q_3 \rightarrow q_2$

Con esto se obtiene que:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q_1\mu}{4\pi kh}\left\{\ln\left(\frac{t_1+\Delta t}{\Delta t}\right)\cdot\Delta t^{q2/q1}\right\} + \frac{q_2\mu}{4\pi kh}\left\{\ln\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right)+0.80907+2S\right\} \qquad (4\text{-}21)$$

Un gráfico cartesiano de p_{wf} vs. ln $(t_1 + \Delta t) / \Delta t.\ \Delta t^{q_2/q_1}$ debe ser una línea recta de pendiente $m = \frac{q_1\mu}{4\pi kh}$, donde el efecto de daño (S) puede ser estimado con la siguiente ecuación: (Figura 4.7)

$$S = 1.15\left\{\frac{p^{(int)}}{m_2} - \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + 3.23\right\} \qquad (4\text{-}22)$$

Donde $m_2 = \frac{162.6\ B\mu}{kh}$ (4-23)

o también, de:

PhD. Douglas Alvarado

$$S = 1.15\left\{\frac{q_1}{q_1 - q_2}\frac{\left(p_{wf}(1) - p_{wf}(t_1)\right)}{m} - \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + 3.23\right\} \qquad (4\text{-}24)$$

Caso especial de la prueba de doble tasa: $q_3 = 0$

La primera tasa es $q_1 = q$, la segunda tasa de flujo es $q_2 = 0$ y $p_{wf} \rightarrow p_{ws}$

Restauración de presión (Build-up). Método de Horner[11] o de Thei[12].

$$p_{ws} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh}\ln\left(\frac{t + \Delta t}{\Delta t}\right) \qquad (4\text{-}25)$$

Método MDH:

Si t+Δ t $\approx$t ; esto es t $>>\Delta$ t

$$p_{ws} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh}[\ln(t + \Delta t) - \ln \Delta t] \qquad (4\text{-}26)$$

$$\text{y} \quad p_{ws} = p_i + \frac{q\mu}{4\pi kh}\ln\ (\Delta t) - \frac{q\mu}{4\pi kh}\ln\ (t) \qquad (4\text{-}27)$$

p_{ws} es una función lineal del logaritmo del tiempo de cierre .

Con la suposición q_3 =0 (restauración de presión) el efecto pelicular ("Skin ") y la difusividad desaparecen; para obtenerlos se requiere escribir una ecuación de flujo en el momento en que se cierra el pozo esto es:

$$p_{wf} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh}\left[\ln\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2} + 0.80907 + 2S\right] \qquad (4\text{-}28)$$

Esta ecuación resulta de aplicar la aproximación log a la Solución de la Línea Fuente.

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0.81\right) + 0.81 \qquad (4\text{-}29)$$

Las ecuaciones (4-25) y (4-28) pueden resolverse simultáneamente para obtener el efecto pelicular "S".

$$p_{ws} = p_i - \frac{q\mu}{4\pi kh}\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \qquad (4\text{-}25)$$

Restando miembro a miembro las ecuaciones (4-25) -(4-28):

$$p_{ws} - p_{wf} = -\frac{q\mu}{4\pi kh}\left[\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) + \ln\left(\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 0.80907 - 2S\right] \qquad (4\text{-}30)$$

Donde:

$$S = \frac{1}{2}\left\{\frac{p_{ws} - p_{wf}}{\frac{q\mu}{4\pi kh}} + \ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) - \ln\left(\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 0.80907\right\} \qquad (4\text{-}31)$$

si t >> Δ t

$$S = \frac{1}{2}\left\{\frac{p_{ws} - p_{wf}}{\frac{q\mu}{4\pi kh}} - \ln\left(\Delta t\right) - \ln\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 0.80907\right\} \qquad (4\text{-}32)$$

Tomando Δt = 1 hora

$$S = \frac{1}{2}\left\{\frac{\left(p_{ws\ 1hora} - p_{wf}\right)}{\frac{q\mu}{4\pi kh}}\ln\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 0.80907\right\} \qquad (4\text{-}33)$$

en unidades de campo:

PhD. Douglas Alvarado

$$S = \frac{1}{2}^{(2.303)} \left\{ \frac{p_{ws_{1hora}} - p_{wf}^{(2.303)}}{\frac{141.2qB\mu^{(2.303)}}{2kh}} - (2.303)\ \log\ 0.000264\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} - \frac{0.80907^{(2.303)}}{(2.303)} \right\} \quad (4\text{-}34)$$

$$S = 1.15\left\{ \frac{p_{ws\ 1hora} - p_{wf}}{\frac{162.6qB\mu}{kh}} - \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 3.23 \right\} \quad (4\text{-}35)$$

La ecuación (4-25) en unidades de campo es:

$$p_{ws} = p_i - \frac{162.6qB\mu}{kh}\log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \quad (4\text{-}36)$$

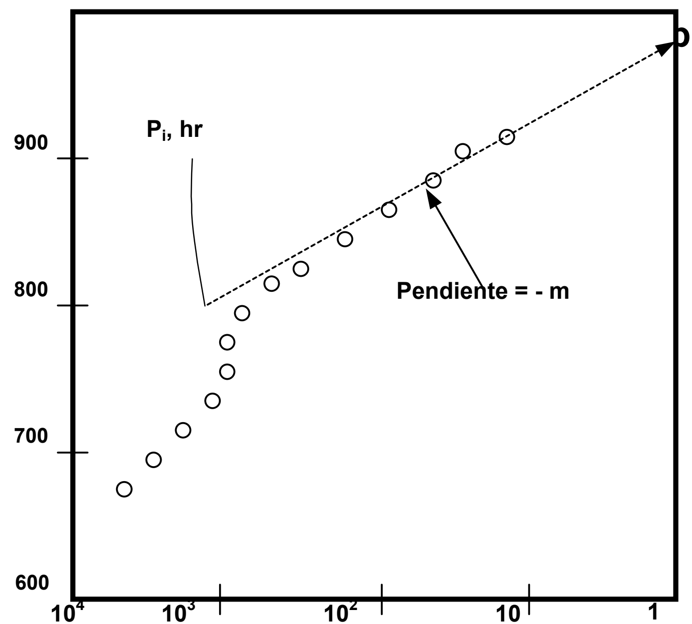


Figura 4.7. Grafico de Restauración de Presión de Horner, mostrando los Efectos de Llene y de Daños.

PhD. Douglas Alvarado

MÉTODO DE HORNER. EFECTO DE LLENE.

Refiriéndonos a la Figura 4.8 podemos escribir un balance volumétrico (un balance de materia aproximado).

$$q = q_{sf}+q_{wb} \tag{4-37}$$

Aplicando la Ley de Darcy en el pozo

$$q_{sf} = -\frac{k}{\mu}\left(2\pi r_w h\right)\left(\frac{\partial p_{wf}}{\partial t}\right)_{r=r_w} \tag{4-38}$$

para determinar qwb definimos C, la constante de llene:

$$C = \frac{\text{Volumen descargado del annulus}}{\text{Caida de presion en el fondo del pozo}}$$

De datos de completación puede determinarse C. Aqui suponemos la constante de llene debida a movimientos de la interfase en el espacio anular. Luego veremos como se trata el caso del efecto de llene por compresión de fluidos en el pozo (Wellbore).

Sea:

ρ = densidad de los fluidos en el pozo; $\frac{lbs}{pie^3}$

g = aceleración de la gravedad, pies/seg^2

A Δz = Volumen de fluidos descargados.

Entonces:

Caída de presión en el fondo del pozo = $\rho\, g.\ \Delta z$

Usando la definición de C, tenemos:

PhD. Douglas Alvarado

$$C = \frac{A\Delta z}{\rho g\ \Delta z} = \frac{A}{\rho g}\ \frac{pie^3/pie}{lbs/pie^3} \tag{4-39}$$

$$C = \frac{144 pulg^2/pie^2}{5.61\ pie^3/bbl} \cdot \frac{A}{\rho g}\frac{pie^3}{lbs/pie^2}$$

$$C = \frac{144}{5.61}\ \frac{A}{\rho g}\ \left[\frac{bbls}{lpc}\right] \tag{4-40}$$

Donde:

ρg = peso específico de los fluidos en el pozo (Wellbore).

luego:

$$q_{wb} = C\frac{d\ (p_i - p_{wf})}{d\ t} \tag{4-41}$$

y aplicando la ecuación (4-37)

$$q = -\frac{2\pi kh}{\mu}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_w} + C\ \frac{d\ (p_i - p_{wf})}{dt} \tag{4-42}$$

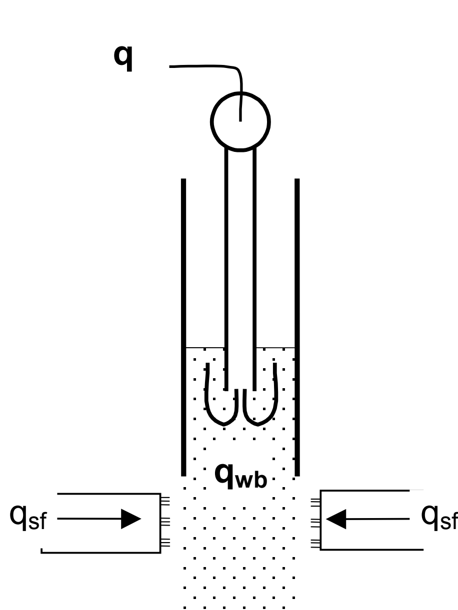
Si definimos la constante de llene adimensional (C_D), en unidades consistente:

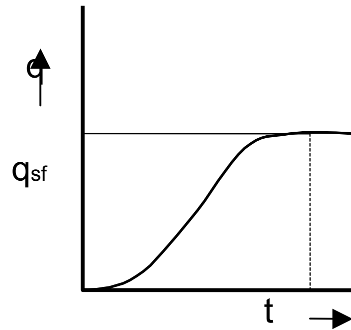
$$C_D = \frac{C}{2\pi\phi c_t h r_w^2} \tag{4-43}$$

y usando las variables adimensionales , es posible escribir la ecuación (4-42):

$$C_D\left(\frac{d\ p_{wfD}}{d\ t_D}\right)-\left(r_D\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1}=+\ 1 \qquad (4\text{-}44)$$

Esta es la condición de contorno en el pozo cuando está afectado por efecto de llene y es una condición de contorno que implica tasa de flujo variable que entra al pozo.





$$q = q_{sf} + q_{wb} \qquad (8)$$

$$q_{sf} = \frac{k^{2\pi h}}{\mu}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_w} \qquad (9)$$

$$C = \frac{\text{Volumen de fluídos descargados}}{\text{Caída de presión en el fondo del pozo}} \qquad (10)$$

Figura 4.8. Modelo del pozo con Efecto de Llene y Efecto de Película “Skin”. (Impedimento de flujo).

CASO DE EFECTO DE LLENE POR COMPRESIÓN DE LOS FLUIDOS EN EL POZO (“WELLBORE”). APLICABLE A POZOS DE GAS.

En este caso la ecuación de compresibilidad es:

$$C = \frac{1}{V}\frac{\partial V}{\partial \rho} \qquad (4\text{-}45)$$

o también:

$$C \cong \frac{1}{V}\left(\frac{\Delta V}{\Delta p}\right) \qquad (4\text{-}46)$$

PhD. Douglas Alvarado

$$\frac{\Delta V}{\Delta p} = \text{Constante de llene} = C \qquad (4\text{-}47)$$

entonces:

$$C = c\,V \qquad (4\text{-}48)$$

Donde: c = compresibilidad promedio de fluido del pozo, 1/ lpc

y V = volumen total del sistema .

Casos particulares de la ecuación de balance volumétrico.

$$C_D \left(\frac{d\,p_{wfD}}{dt_D}\right) - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} = 1 \qquad (4\text{-}44)$$

Tiempos pequeños.

A tiempo pequeño $q_{sf} \approx 0$, el 2[do] término del miembro izquierdo de la ecuación (4-44) es aproximadamente igual a cero; o sea; la ecuación se trasforma en:

$$C_D \frac{dp_{wfD}}{dt_D} = 1 \qquad (4\text{-}49)$$

Esta es una ecuación diferencial ordinaria de variables separables, donde:

$$C_D \int_0^{p_{wfD}} d\,p_{wfD} = \int_0^{t_D} d\,t_D \qquad (4\text{-}50)$$

Luego:

$C_D\, p_{wfD} = t_D$

(4-51)

o también,

$$p_{wf} = \frac{t_D}{C_D} \qquad (4\text{-}52)$$

Usando la definición de las variables adimensionales:

$$C_D\, p_{wfD} = t_D \qquad (4\text{-}53)$$

Usando variables adimensionales en unidades consistentes:

$$\left(\frac{C}{2\pi\phi c_t h r_w^2}\right)\cdot\frac{2\pi kh(p_{iw}-p_{wf})}{q\mu} = \frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2} \qquad (4\text{-}54)$$

$$\frac{C\ (p_i - p_{wf})}{q} = t \qquad (4\text{-}55)$$

Donde: q se expresa en BY/D

Para escribir la ecuación (4-55) en unidades de campo :

$$\frac{c\left[\frac{BY}{lpc}\right](p_i - p_{wf})\ [lpc]}{q\left[\frac{BN}{D}\right] B \left[\frac{BY}{BN}\right]} = t\ [hrs]\left[\frac{1dia}{24hrs}\right]$$

entonces:

$$p_i - p_{wf} = \frac{qB}{24C}t \qquad (4\text{-}56)$$

Esta condición se refiere como efecto de lleno puro. Si tomamos logaritmo a la ecuación (4-56), obtenemos:

$$\log(p - p_i) = \log\frac{qB}{24C}t + \log t \qquad (4\text{-}57)$$

Esto quiere decir que en un gráfico log - log, al dibujar (p_i - p_{wf}) como función de t, obtenemos una recta de pendiente unitaria (45°), durante el período de producción de llene puro. Solamente puede extraerse la información correspondiente al efecto de llene. (Valor numérico de la constante de llene) y no se obtiene información acerca de las propiedades de la formación.

La constante que se obtiene de la ecuación. (4-57) se denomina constante de llene efectiva.

En la prueba de presión tradicional solo se media la presión como función de tiempo. Desde 1984, basado en los trabajos de Kuchuck[7], Meunier[8], Stewart[9] y otros, se ha podido medir usando herramientas especiales, la presión y la tasa de flujo como función de tiempo. Como consecuencia nuevos métodos de análisis de presiones se han desarrollado, basados en Convolución y Deconvolución.

Se ha determinado que la llamada constante de llene no es en realidad una constante. Esta es una de las principales limitaciones de la Curvas Tipos, las cuales usan en su desarrollo efecto de llene constante.

Efecto de daño, “Skin Effect.”

El efecto de daño, Skin Effect, es una caída adicional de presión alrededor del pozo, debido a la reducción de permeabilidad causada por los fluidos de completación, (filtrado de lodo, etc.).

Tomemos en cuenta el Perfil de presiones típicas para un pozo no dañado, y estimulado a un tiempo de flujo **t**.

Modelos para interpretar el Skin.

1. Modelo de van Everdingen y Hurst[6]

Se considera caída de presión <u>infinitesimal en espacio.</u> (Ver Figuras 4.9 y 4.10)

$$S = \frac{2\pi kh}{q\mu}\left(\Delta p_{skin}\right) \qquad (4\text{-}58)$$

PhD. Douglas Alvarado

$$\Delta p = \frac{q\mu}{2\pi kh}(S)$$

(4-59)

Integración de la Ley de Darcy (flujo radial):

$$q = \frac{kA}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \quad (4\text{-}60)$$

$$q = \frac{k2\pi rh}{\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right) \quad (4\text{-}61)$$

Considerando el flujo continuo obtenemos:

$$q\mu\frac{dr}{r} = -2\pi khdp \quad (4\text{-}62)$$

$$q\mu\int_{r_w}^{r}\frac{dr}{r} = 2\pi kh\int_{p_{wf}}^{p}dp \quad (4\text{-}63)$$

$$q\mu\ln\left(\frac{r}{r_w}\right) = 2\pi kh\left(p - p_{wf}\right) \quad (4\text{-}64)$$

Despejando:

$$p - p_{wf} = \frac{q\mu}{2\pi kh}\ln\left(\frac{r}{r_w}\right) \quad (4\text{-}65)$$

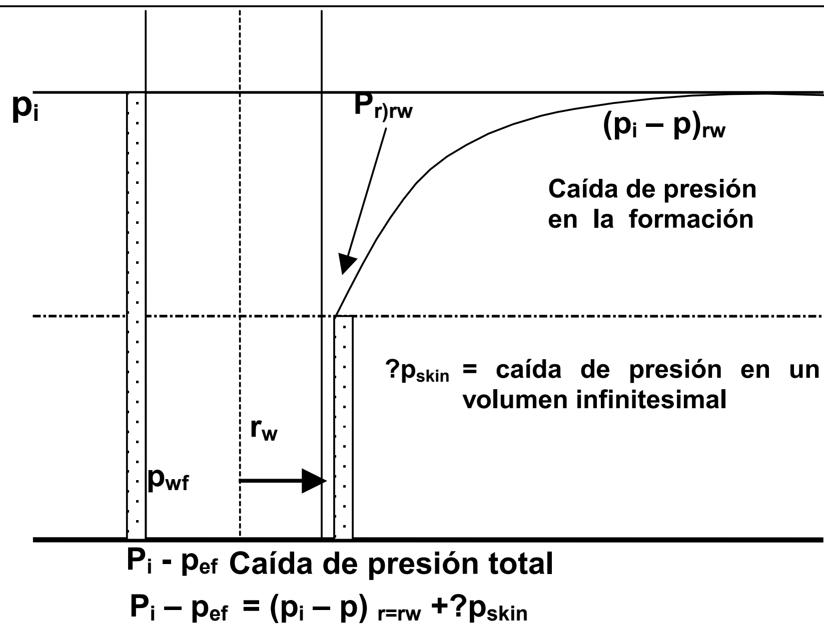
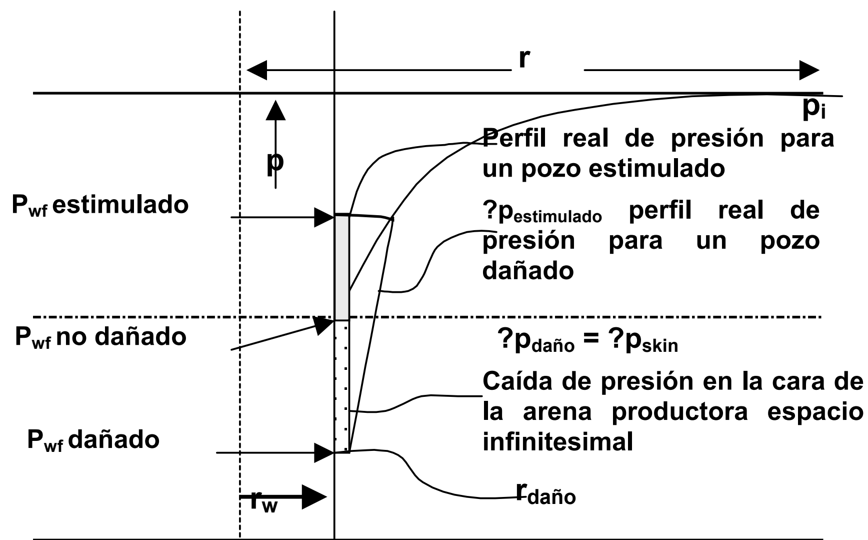


Figura 4.9. Modelo de Van Everdingen y Hurst para interpretar el "Skin".



$$S = \frac{2\pi kh}{q\mu}\Delta p_{skin} \qquad \Delta p_{skin} = \frac{q\mu}{2\pi kh}S$$

Figura 4.10. Modelos de Van Everdingen y Hurst mostrando el Perfil de Real de Presión.

2.- MODELO DE RADIO VARIABLE.

Este 2[do] modelo considera radio del pozo variable para modelar el efecto de daño. (Ver Figura 4.11).

La caída de presión entre los radios r_w y r'_w, siendo r'_w el radio variable del pozo, es la caída de presión debida al efecto de daño.

Aplicando la forma integrada de la Ley de Darcy para flujo continuo, (4-63).

$$\Delta p_{skin} = \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r}{r'_w}\right) \qquad (4\text{-}66)$$

Igualando Δp_{skin} dada por la ecuación (4-66) con Δp_{skin} del modelo de Van Everdingen y Hurst[6], ecuación (4-59) obtenemos:

$$\frac{q\mu}{2\pi kh}(S) = \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r_w}{r'_w}\right) \qquad (4\text{-}67)$$

Siendo:

$$S = \ln\left(\frac{r_w}{r'_w}\right) \;\; ; \;\; e^S = \left(\frac{r_w}{r'_w}\right) \qquad (4\text{-}68)$$

Entonces:

$$r'_w = r_w e^{-s} \qquad (4\text{-}69)$$

Se cumple que:

Si	Entonces	Resultado es
$r'_w = r_w$	$S = 0$	pozo no dañado
$r'_w < r_w$	$S > 0$	pozo dañado
$r'_w > r_w$	$S < 0$	pozo estimulado

3.- MODELO DE DOS ZONAS DE PERMEABILIDAD.

Considera un área circular (volumen) alrededor del pozo, de permeabilidad diferente, (permeabilidad alterada) a la permeabilidad de la formación. Esto se ilustra en la Figura 4.11.

La caída de presión por efecto de daño será la diferencia de caídas de presión en la zona de permeabilidad alterada calculada con permeabilidades k_1 y k.

Esto es:

Caída de presión en la zona alterada calculada con permeabilidad alterada k_1:

$$\Delta pk_1 = \frac{q\mu}{2\pi k_1 h} \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) \quad (4\text{-}70)$$

Caída de presión en la zona alterada calculada con permeabilidad original k:

$$\Delta pk_1 = \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) \quad (4\text{-}71)$$

Restando las ecuaciones (4-70) y (4-71), se obtiene:

$$\Delta p_s = \frac{q\mu}{2\pi k_1 h} \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) \quad (4\text{-}72)$$

$$\Delta p_{skin} = \frac{q\mu}{2\pi kh}\left(\frac{k}{k_1}\right) \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) \quad (4\text{-}73)$$

$$\Delta p_{skin} = \frac{q\mu}{2\pi kh}\left(\frac{k}{k_1}\right) \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) - \frac{q\mu}{2\pi kh} \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right) \quad (4\text{-}74)$$

Igualando este resultado con la ecuación de Van Everdingen y Hurst[6], obtenemos:

$$S = \ln\left(\frac{r_1}{r_w}\right)\left(\frac{k}{k_1} - 1\right) \quad (4\text{-}75)$$

PhD. Douglas Alvarado

Si	**Resultado**
$k = k_1$	S = 0 ; pozo no dañado
$k_1 > k$	S < 0 ; pozo estimulado
$k_1 < k$	S > 0 ; pozo dañado

Siendo ésta la condición de contorno de efecto de daño en el pozo, la tasa de flujo que entra al pozo, es una variable, debido al efecto de llene.

$$p_i - p_{wf} = (p_i - p)_{r=rw} + \Delta p_{skin} \quad (4\text{-}76)$$

$$p_i - p_{wf} = (p_i - p)_{r=r_w} + \frac{q_{sf}\,\mu}{2\pi kh}(S) \quad (4\text{-}77)$$

Multiplicando la ecuación (4-77) por $\frac{2\pi kh}{q\mu}$, obtenemos:

$$\frac{2\pi kh}{q\mu}(p_i - p_{wf}) = \frac{2\pi kh}{q\mu}(p_i - p)_{r=r_w} + \frac{q_{sf}}{q}S \quad (4\text{-}78)$$

recordemos que:

$$q_{sf} = \frac{2\pi k r_w}{q\mu}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_w} \quad (4\text{-}38)$$

Aplicando la regla de la cadena de diferenciación de las variables adimensionales:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_w} = \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1}\left(\frac{dp}{dp_D}\right)\left(\frac{dr_D}{dr}\right) \quad (4\text{-}79)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=r_w} = \left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1}\left(-\frac{q\mu}{2\pi kh}\right)\left(\frac{1}{r_w}\right) \quad (4\text{-}80)$$

PhD. Douglas Alvarado

Entonces:

$$q_{sf} = \frac{2\pi k r_w}{\mu}\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1}\left(-\frac{q\mu}{2\pi k}\right)\left(\frac{1}{r_w}\right) \tag{4-81}$$

$$q_{sf} = -q\left(r_D\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} \tag{4-82}$$

Sustituyendo q_{sf} en ecuación (4-78):

$$p_{wfD} = (p_D)_{r_D=1} - S\left(r_D\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_D=1} \tag{4-83}$$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

Ahora podemos formular el problema de un pozo produciendo a tasa de flujo constante (en la superficie) con efecto de llene y efecto de daño:

Forma adimensional.

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{a\ t_D} \tag{8-84}$$

Condición inicial:

$p_D(r_D,0)=0$; para todo valor de r_D

Condiciones de Contorno:

1. Interior por efecto de llene

$$C_D \frac{\partial\ p_D}{\partial\ t_D} - \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D = 1} = 1 \qquad (4\text{-}85)$$

2. Interior por efecto de daño

$$p_{wfD} = \left[p_D - S \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D = 1} \right] \qquad (4\text{-}86)$$

3. Exterior:

$$\lim_{r_D \to \infty} p_D\ (r_D\ ,\ t_D\ ) = 0$$

PhD. Douglas Alvarado

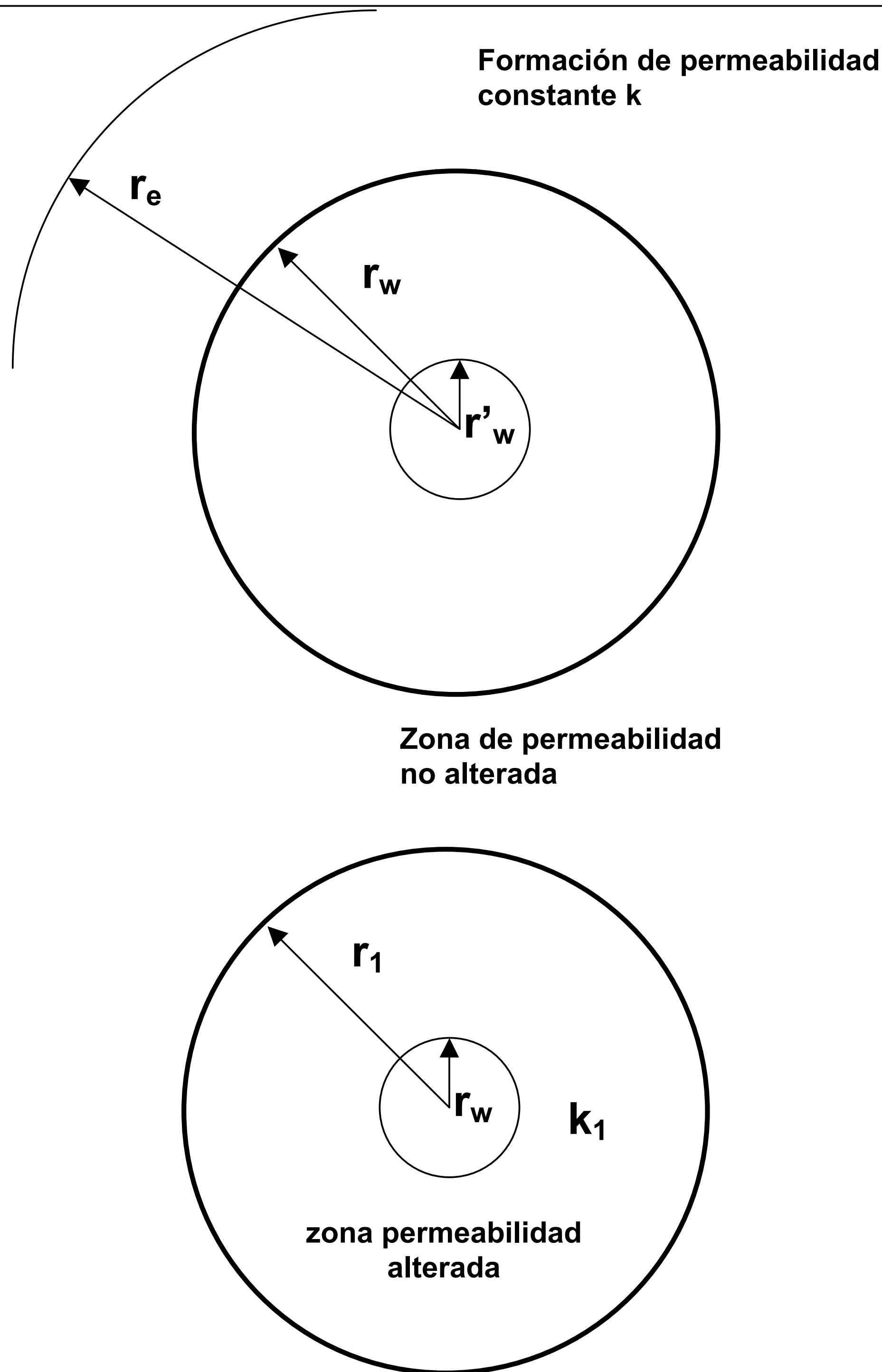


Figura 4.11. Modelo de Radio Variable para modelar el Efecto de Llene.

PRUEBA DE FLUJO PARA UN POZO LOCALIZADO CERCA DE UNA FALLA. SISTEMA INFINITO (LOS POZOS VECINOS O ESTRUCTURAS GEOLÓGICAS NO AFECTAN LA PRUEBA).

Solución:

$$p_i - p_{wf} = \frac{141.2qB\mu}{kh}\frac{1}{2}\left[\ln t + \ln\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + 0.81 + \ln 2.64x10^{-4} + 2S\right] \quad (4\text{-}87)$$

Aproximación a tiempos cortos: (la influencia al 2do término es despreciable).

De la ecuación (4-90), obtenemos:

$$p_i - p_{wf} = \frac{(141.2)}{2}(2.303)\frac{qB\mu}{kh}\left[\log t + \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + \frac{0.81}{2.303} + \log\ 2.64x10^{-4} + \frac{2}{2.303}\right] \quad (4\text{-}88)$$

$$p_i - p_{wf} = \frac{162.6qB\mu}{kh}\left[\log t + \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} - 3.226 + 0.868\ S\right] \quad (4\text{-}89)$$

$$p_{wf} = p_i - m\ \log\ t + m\ \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + 3.23\ m - 0.87\ m \quad (4\text{-}90)$$

Se obtiene una línea recta en gráfico semi - log de pendiente igual m, al graficar p_{wf} vs. t.

Tiempos grandes:

$$p_i - p_{wf} = \frac{141.2qB\mu}{kh}\left[\frac{1}{2}(\ln t_D + 0.81) + s\right].$$

$$+\frac{141.2qB\mu}{kh}\left[\frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{(2d)_D^2} + 0.81\right)\right] \quad (4\text{-}91)$$

PhD. Douglas Alvarado

$$p_i - p_{wf} = \frac{141.2qB\mu}{kh}\frac{1}{2}\left[\ln t + \ln\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + \ln 2.64x10^{-4} + 0.81 + 2S\right]$$

$$+\frac{141.2qB\mu}{kh}\frac{1}{2}\left[\ln t + \ln\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + \ln 2.64x10^{-4} + 0.81\right] \quad (4\text{-}92)$$

$$p_i - p_{wf} = \frac{141.2qB\mu}{kh}\left[\ln t + \ln\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + \ln 2.64x10^{-4} + 0.81\right] + \frac{141.2qB\mu}{kh}S \quad (4\text{-}93)$$

$$p_i - p_{wf} = \frac{(2)141.2qB\mu}{(2)kh}(2.303)\left[\log t + \log\left(\frac{k}{\Phi\mu c_t r_w^2}\right) + \log 2.64x10^{-4} + \frac{0.81}{2.303}\right]$$

$$\frac{(2)141.2qB\mu}{(2)kh}\frac{2.303}{2.303}S \quad (4\text{-}94)$$

Luego:

$$p_{wf} = p_i - 2m\log(t) - 2m\log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 3.23(2m) - 0.87m(S) \quad (4\text{-}95)$$

Se obtiene una recta en gráfico semilog de pendiente 2m cuando se dibuja p_{wf} vs t

PhD. Douglas Alvarado

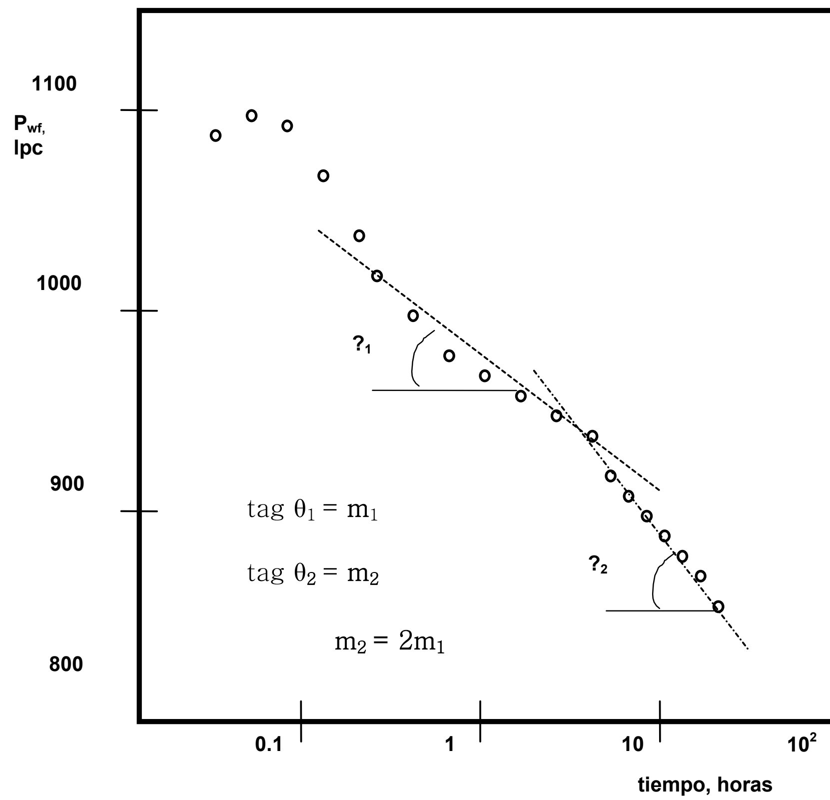


Figura 4.12. Prueba de flujo ("Drawdown") para un pozo localizado cerca de una falla.

CASO DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN DE UN POZO CERCA DE LA FALLA. SISTEMA SEMI-INFINITO.

$$p_i - p_{ws} = \frac{141.2qB\mu}{kh}\left[p_D(t+\Delta t)_D - p_D(\Delta t)_D\right]$$

$$+\frac{141.2qB\mu}{kh}\left\{p_D\left[(2d)_{D,}(t+\Delta t)_D\right] - p_D\left[(2d)_D, \Delta t\right]\right\} \qquad (4\text{-}96)$$

En general para cualquier tiempo.

$$p_i - p_{ws} = \frac{141.2qB\mu}{kh}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)\right] + \frac{141.2qB\mu}{kh}\left\{-\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{(2d)_D^2}{4(t+\Delta t)_D}\right)\right\}$$

$$-\frac{141.2qB\mu}{kh}\left\{-\frac{1}{2}E_i\left(-\frac{(2d)_D^2}{4\Delta t_D}\right)\right\} \qquad (4\text{-}97)$$

Para tiempos pequeños:

$$p_{ws} = p_i - m\log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)$$ (Figura 4.13)

Se obtiene por el Método de Horner, la pendiente igual a m del gráfico semi-log:

p_{ws} vs. $\frac{t+\Delta t}{\Delta t}$

Para tiempos grandes:

$$p_{ws} = p_i - m\log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) - \left\{\frac{141.2qB\mu}{kh}\frac{1}{2}\left[\ln\frac{\frac{(t+\Delta t)_D}{(2d)_D^2}}{\frac{(\Delta t)_D}{(2d)_D^2}}\right]\right\} \qquad (4\text{-}98)$$

$$p_{ws} = p_i - m\log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) - m\log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \qquad (4\text{-}99)$$

$$p_{ws} = p_i - 2m\log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \qquad (4\text{-}100)$$

Representa una línea recta en semi-log de pendiente 2m.

APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN PARA MODELAR LÍMITES CUADRADOS.

$$\frac{\sqrt{A}}{r_w} = 2.000 \qquad (4\text{-}101)$$

Definimos:

$$a_{iD} = \frac{a_i}{\sqrt{A}} \quad , \quad a_{iD}^2 = \frac{a_i^2}{\left(\sqrt{A}\right)^2} \qquad (4\text{-}102)$$

$$t_{DA} = \frac{t_D}{\frac{A}{r_w^2}} \qquad (4\text{-}103)$$

El argumento de la Exponencial Integral es:

$$\frac{a_i^{\,2}}{4r_w^2 t_D} = \frac{a_i^{\,2}}{4r_w^2 \frac{A}{r_w^2} t_{DA}} = \frac{a_i^{\,2}}{4\left(\sqrt{A}\right)^2 t_{DA}} = \frac{a_{iD}^{2}}{4t_{DA}} \qquad (4\text{-}104)$$

En el pozo; se cumple:

$$p_D = \frac{1}{2}\left\{-E_i\left(\frac{a_{iD}^{2}}{4t_{DA}}\right)\right\} \qquad (4\text{-}105)$$

lo cual puede ser sustituida por: (para x < 0.01)

$$-E_i\ (-x) = -\ln\gamma\ x = \ln\frac{1}{\gamma x} = \ln\frac{1}{x} - \ln\gamma \qquad (4\text{-}106)$$

Donde:

$$\gamma = e^{\ 0.5772....} \quad ; \quad x = \frac{a_{iD}^{2}}{4t_{DA}} \qquad (4\text{-}107)$$

Sustituyendo:

$$-E_i(-x) = \ln\frac{4t_{DA}}{a_{iD}^{2}} - \ln\gamma \qquad (4\text{-}108)$$

o también:

$$-E_i\left(-x\right)=-\ln\gamma\ \ x=-\ln x-\ln\gamma \tag{4-109}$$

$$-E_i\left(-x\right)=-\ln\frac{a_{iD}^2}{4t_{DA}}-0.5772... \tag{4-110}$$

En el pozo, se cumple:

$$a_{i\ D}=\frac{r_w}{\sqrt{A}} \tag{4-111}$$

Entonces:

$$-E_i\left(-x\right)=-\ln\left(\frac{1}{4\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2 t_{DA}}\right)-0.5772 \tag{4-112}$$

Aplicando el principio de superposición en espacio, la caída de presión será en general:

$$p_D\left(r_{wD}\ ,t_{DA}\right)=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\infty}E_i\left(-\frac{a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right) \tag{4-113}$$

Donde:

y = 1 corresponde al pozo; entonces podemos escribir:

$$p_D\left(r_{wD}\ ,t_{DA}\right)=-\frac{1}{2}\ E_i\left(-\frac{1}{4\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2 t_{DA}}\right)\quad-\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{\infty}E_i\left(-\frac{a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right) \tag{4-114}$$

$$p_D\ (r_{wD}\ ,t_{DA}) = -\frac{1}{2}\ln\left[\frac{1}{4\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2 t_{DA}}\right] - \frac{1}{2}\ (0.5772)$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i=2}^{\infty} E_j\left(-\frac{a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right) \tag{4-115}$$

$$p_D\ (r_{wD}\ ,t_{DA}) = -\frac{1}{2}\left\{\ln\left[\frac{1}{4\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2 t_{DA}}\right] + 0.5772 + \sum_{i=2}^{\infty} E_i\left(-\frac{a_{iD}^2}{4t_{DA}}\right)\right\} \tag{4-116}$$

Earlougher et al[3]. Determinaron p_D en el pozo y en otras localizaciones en el yacimiento cuadrado. Ellos consideraron $\sqrt{A}\ /r_w = 2000$ (4-101)

Para casos prácticos, la serie dada en la ecuación (4-119), es convergente y solo se requiere incluir en los cálculos un número finito de términos.

Aplicando la ecuación (4-119) para determinar la caída de presión a un tiempo adimensional t_{DA}, se obtiene en el pozo:

$$p_D\ (r_{wD}\ ,t_{DA}) = -\frac{1}{2}\left\{\ln\frac{1}{4(2x10^3)^2 t_{DA}} + 0.5772 + \right.$$

$$-4\ E_i\left(-\frac{(\sqrt{A})^2}{4(\sqrt{A})^2 t_{DA}}\right) - 4\ E_i\left(-\frac{(\sqrt{2A})^2}{4(\sqrt{A})^2 t_{DA}}\right)$$

PhD. Douglas Alvarado

$$-4\ E_i\left(-\frac{\left(\sqrt{4A}\right)^2}{4\left(\sqrt{A}\right)^2 t_{DA}}\right)-8\ E_i\left(-\frac{\left(\sqrt{5A}\right)^2}{4\left(\sqrt{A}\right)^2 t_{DA}}\right)-........\ \} \qquad (4\text{-}117)$$

$$p_D\left(r_{wD}\ ,t_{DA}\right)=-\frac{1}{2}\left[\ln\frac{1}{4\left(2x10^3\right)^2 t_{DA}}+0.5772-4\ E_i\left(-\frac{1}{4\ t_{DA}}\right)\right.$$

$$\left.-4\ E_i\left(-\frac{1}{2\ t_{DA}}\right)-4\ E_i\left(-\frac{1}{t_{DA}}\right)-8\ E_i\left(\frac{-25}{4\ t_{DA}}\right)-.....\ \right] \qquad (4\text{-}118)$$

DETERMINACIÓN DE P_D (R_{WD}, T_{DA}) PARA CUALQUIER VALOR DE $\sqrt{A}\ /r_w$:

$$p_D\left(r_{wD}\ ,t_{DA}\ \frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)=-\frac{1}{2}\left\{\ln\left[\frac{1}{4\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2 t_{DA}}\right]+0.5772+\sum_{i-2}^{\infty}E_i\left(-\frac{a_{iD}^2}{4\ t_{DA}}\right)\right\} \qquad (4\text{-}119)$$

Siendo $\frac{\sqrt{A}}{r_w}=2x10^3$, de la tabla 6.1, tenemos:

$$p_D\left(r_{wD,}t_{DA,}\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)=-\frac{1}{2}\ln\frac{1}{(4)\left(2x10^3\right)^2 t_{DA}}+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{4\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2 t_{DA}}$$

$$-\frac{1}{2}\ln\frac{1}{4\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2}-\frac{1}{2}\left\{0.5772+\sum_{i=2}^{\infty}E_i\left(-\frac{a_{iD}^2}{4\ t_{DA}}\right)\right\} \qquad (4\text{-}120)$$

PhD. Douglas Alvarado

$$p_D\left(r_{wD},t_{DA,}\frac{\sqrt{A}}{r_w}=2x10^3\right)=-\frac{1}{2}\ln\left[\frac{\left(\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)^2}{\left(2x10^3\right)^2}\right]+p_D\left(r_{wD},t_{DA},\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right) \qquad (4\text{-}121)$$

$$p_D\left(r_{wD,}t_{DA,}\frac{\sqrt{A}}{r_w}\right)=p_D\left(r_{wD,}t_{DA,}\frac{\sqrt{A}}{r_w}=2x10^3\right)+\frac{1}{2}\ln\left[\frac{\frac{A}{r_w^2}}{4x10^6}\right]$$ (Ver Tabla 6.1) (4-122)

Usando el arreglo de pozos de un cuadrado como unidad de Superposición para generar la presión en el pozo (o en otras localizaciones) de figuras rectangulares.

La caída de presión en el pozo localizado en el centro del rectángulo será igual a la caída de presión generada por el equivalente a los pozos negros, un pozo en el centro del cuadro, evaluada en la localización (1,0), más la caída de presión generada por los pozos blancos, equivalente a un pozo en el centro de un cuadrado, evaluada en la localización pozo. (Figura 4.14)

De modo que, si:

$$A'=\frac{1}{2}A \qquad (4\text{-}123)$$

$p_D(r_{wD},t_{DA}) = p_D(1,0;\ t_{DA}) + p_D(r_{wD},t_{DA})$ (4-124)

PhD. Douglas Alvarado

Función Superposición

$$p_i - p = \frac{141.2\ (q_1 - 0)B\mu}{kh}\ p_D \left(\sum_{i=1}^{n-1} \Delta t_{\ i} + \Delta t \right) + \frac{141.2\ (q_2 - q_1)B\mu}{kh}\ p_D \left(\sum_{i=2}^{n-1} \Delta t_{\ i} + \Delta t \right)$$

$$+ \frac{141.2\ (q_3 - q_2)B\mu}{kh}\ p_D \left(\sum_{i=3}^{n-1} \Delta t_{\ i} + \Delta t \right) + ...$$

$$+ \frac{141.2\ (q_n - q_{n-1})B\mu}{kh}\ p_D\ (\Delta t_D) \qquad \text{(4-30)}$$

Siendo:

$$p_D = 1.15\ \left(\log t + \overline{S}\right) \qquad \text{(4-125)}$$

$$\overline{S} = \log \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} - 3.23 + 0.87\ S \qquad \text{(4-126)}$$

Luego:

$$p_i - p = \frac{141.2(q_1 - 0)B\mu(1.15)}{kh} \log \left(\sum_{j=1}^{n-1} \Delta t_{\ j} + \Delta t \right) + \frac{141.2\ (q_2 - q_1)B\mu}{kh}(1.15) \cdot \log \left(\sum_{j=2}^{n-1} \Delta t_{\ j} + \Delta t \right)$$

$$+ \frac{141.2\ (q_3 - q_2)B\mu(1.15)}{kh} \log \left(\sum_{j=3}^{n-1} \Delta t_{\ j} + \Delta t \right) + ... + \frac{141.2\ (q_n - q_{n-1})B\mu}{kh}(1.15)\log \Delta t$$

$$+ \frac{141.2\ q_n B\mu(1.15)}{kh}\overline{S} \qquad \text{(4-127)}$$

$$p_i - p = \frac{162.6\ B\mu}{kh}\left[\sum_{i=1}^{n-1}\left(q_i - q_{i-1}\right)\cdot \log\left(\sum_{j=i}^{n-1}\Delta t_{\ j} + \Delta t\right) + \left(q_n - q_{n-1}\right)\log \Delta t\right]$$

$$+\frac{162.6\ q_n B\mu}{kh}\overline{S} \qquad \text{(4-128)}$$

Stanislav y Kabir[1] y Clark y van Golf -Racht[2], definen la función superposición en la forma siguiente:

$$\Delta t_{sp} = \frac{1}{q_n - q_{n-1}} x\left[\sum_{i=1}^{n-1}\left(q_{i-}q_{i-1}\right)\ln\left(\sum_{j=i}^{n-1}\Delta t_{\ j} + \Delta t\right)\right] + \ln \Delta t \qquad \text{(4-129)}$$

$$\frac{p_i - p}{q_{n-}q_{n-1}} = \frac{162.6\ B\mu}{kh}\left\{\left[\sum_{i=1}^{n-1}\frac{\left(q_i - q_{i-1}\right)}{q_n - q_{n-1}}\log\left(\sum_{j=i}^{n-1}\Delta t_{\ j} + \Delta t\right)\right] + \log \Delta t\right\}$$

$$+\frac{162.6\ q_n B\mu}{kh\ \left(q_n - q_{n-1}\right)}\overline{S} \qquad \text{(4-130)}$$

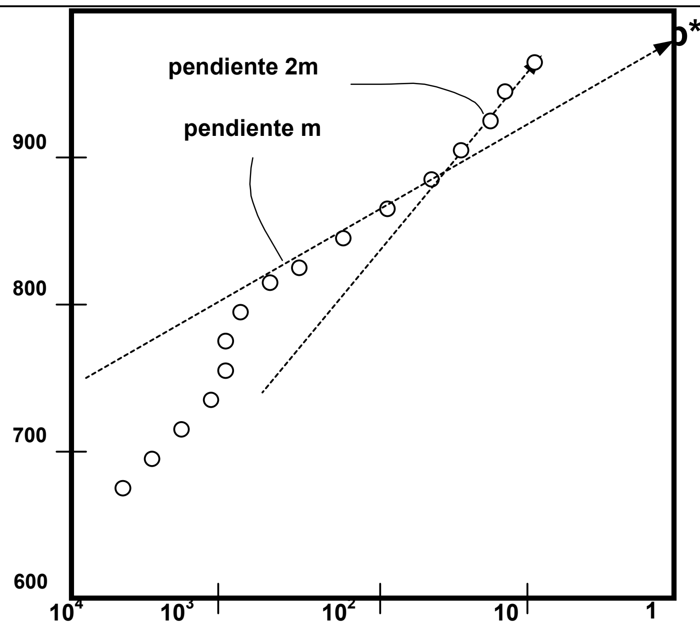


Figura 4.13. Prueba de Restauración de Presión. Efecto de Llene Sellante por el Método de Horner.

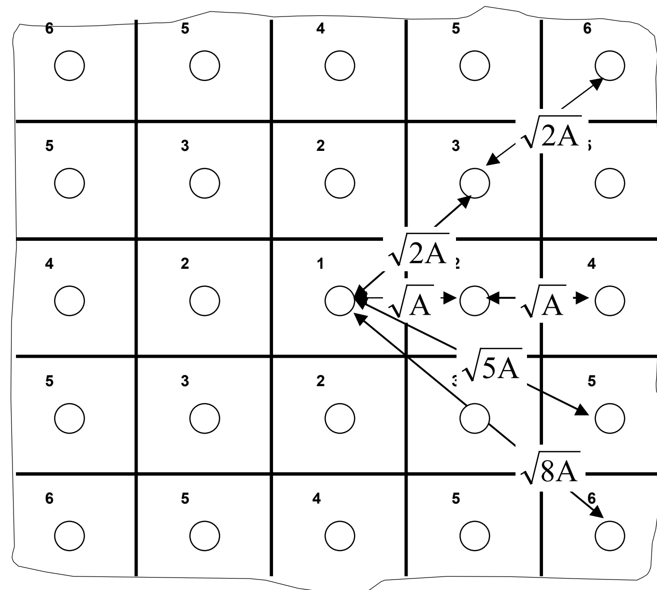


Figura 4.14. Superposición de un arreglo infinito de pozos para generar el comportamiento de presión de un yacimiento cuadrado con un pozo en el centro.

PhD. Douglas Alvarado

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 4

Figura 4.1. Arreglo de pozos. Principio de superposición. Página 4-2.

Figura 4.2. Espaciado entre pozos. Principio de superposición. Página 4-3.

Figura 4.3. Pozo cercano a una falla. Principio de superposición en espacio. Página 4-3.

Figura 4.4. Arreglo de pozos separados a una distancia 2D. Principio de superposición. Página 4-4.

Figura 4.5. Diagrama esquemático para ilustrar la aplicación de la ecuación de superposición en tiempo. Página 4-7.

Figura 4.6. Esquema de producción equivalente. Principio de superposición en tiempo. Página

Figura 4.7. Gráfico de restauración de presión de Horner mostrando los Efectos de Llenes y de Daños. Página 4-14.

Figura 4.8. Gráfico generalizado de Millar – Dyes – Hutchinson (MDH) para un pozo localizado en el centro de un cuadrado. Página 4-17.

Figura 4.9. Modelos de Van Everdingen y Hurst para interpretar el “Skin”. Página 4-21.

Figura 4.10. Modelos de Van Everdingen y Hurst mostrando el Perfil Real de Presión. Página 4-22.

Figura. 4.11. Modelo de radio variable para modelar el Efecto de Daño o “Skin”. Página 4-27.

Figura. 4.12. Prueba de flujo (“Drawdown”) para un pozo localizado cerca de una falla. Página 4-30.

Figura 4.13. Prueba de Restauración de Presión. Efecto de Falla Sellante por el Método Horner. Página 4-39.

Figura 4.14. Superposición de un arreglo infinito de pozos para generar el comportamiento de presión de un yacimiento cuadrado con un pozo en el centro. Página 4-39.

REFERENCIAS

CAPÍTULO 4

1. Stanilav, J.F. and Kabir, C.S.: “Pressure Transient Analysis”, JPT, (Nov. 1985), 243.

2. Clark, D.G. and van Golf-Racht,T.D.: “Pressure Derivative Approach to Transient Test Analysis: A High - Permeability North Sea Reservoir Example”, JPT, (Nov. 1985), 2023-2039.

3. Earlougher, R.C.Ramey, H.J; Miller, F.G., and Mueller, T.D.: “Pressure Distribution in Rectangular Reservoirs, “JPT, Feb (1968) 199-208; Trans., AIME, 243.

4. Duhamel

5. Volterra

6. Van Everdigen, A.F. and Hurst, W.: “The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems Reservoirs”. Trans, AIME (1949) 186**,** 304-324.

7. Kuchuck, F.J. and Ayestaran, L: “Analysis of Simultaneity Measured Pressure and Sand face flow Rate in Transient Well Testing”, JPT (Feb. 1985) 323-324.

8. Meunier, D., Wittman, M., and Stewart, G.: “Interpretation of Pressure Buildup Test Using In-Situ Measurement of After-flow”, JPE (Jan. 1985), 143-152.

9. Stewart, G., Wittman, M., and Lefevre, D.: “Well Performance Analysis” SPE 10209 (Oct. 1981)

10. Russell, D.G.: “Extensions of Pressure Buildup Analysis Methods”, JPT. (Dec. 1966) 1624-1636.

11. Mac.Kinley, R.M.: “Wellbore Transmissibility from After flow Dominated Pressure Buildup Data”. JPT (July 1971).

12. Horner

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DRAWDOWN EN FORMA CONVENCIONAL:

Gráfico semilog para tasa de flujo constante y yacimiento infinito (C_D = 0, S = 0).

La aproximación logarítmica a la solución de la Línea Fuente modificada para incluir el efecto de daño puede escribirse en su forma adimensional:

$$p_D = \frac{1}{2} \left(\ln t_D + 0.81 + 2S\right) \tag{5-1}$$

$$\frac{kh\left(p_i - p_{r,t}\right)}{141.2\ qB\mu} = \frac{1}{2}\left[\ln t + \ln\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + \ln\ 0.000264 + 0.81 + 2S\right] \tag{5-2}$$

$$p = p_i - \frac{141.2\ qB\mu}{2\ kh}(2.303)\left[\log t + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + \log\ 2.64x10^{-4} + \frac{0.81}{2.303} + \frac{2}{2.303}S\right] \tag{5-3}$$

$$p = p_i - \frac{162.6\ qB\mu}{kh}\left[\log t + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87\ S\right] \tag{5-4}$$

Un gráfico de p vs t, gráfico semilog, producirá para flujo radial una línea recta de pendiente m. (Figura 5.1)

Donde:

$$m = \frac{162.6\ qB\mu}{kh} \tag{5-5}$$

De la pendiente obtenemos k ó kh. El “Skin”puede ser obtenido, despejándolo de la ecuación (5-4) y evaluando la presión a un tiempo dado, por ejemplo para t = 1 hora:

$$S = 1.15\left[\frac{p_i - p_{1hora}}{m} - \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 3.23\right]$$

(5-6)

Donde p_{1hora} es la presión de flujo de fondo, medida o tomada de la línea recta o de su extrapolación a t = 1 hora.

Otro indicador que describe el aumento o reducción de productividad del pozo, debido a la estimulación y daño del mismo es la Eficiencia de Flujo (FE) que se define:

$$FE = \frac{\overline{p} - p_{wf} - \Delta ps}{\overline{p} - p_{wf}} \quad (5\text{-}7)$$

$$\left(FE = \frac{J_{real}}{J_{teorico}} = \frac{\dfrac{q}{\overline{p} - p_{wf}}}{\dfrac{q}{\overline{p} - p_{wf} - \Delta p_{skin}}} = \frac{\overline{p} - p_{wf} - \Delta p_{skin}}{\overline{p} - p_{wf}}\right) \quad (5\text{-}8)$$

Donde:

J= Índice de productividad

Para $\overline{p}$ puede tomarse la presión inicial.

Para p_{wf} puede tomarse una presión cualquiera , porque aunque $p_{wf} = p_{wf}(t)$, FE no es tan sensitiva al valor de p_{wf} que se tome , puesto que aparece en el numerador y el denominador de la ecuación (5-7).

Cuando la tasa de flujo no es constante debemos usar la Teoría de Prueba Multitasa, discutida en el Capítulo 4.

PRUEBA DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN ("BUILDUP") EN SU FORMA CONVENCIONAL.

Esta prueba es un caso particular de las Pruebas de Presión de Multitasa

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{ws}) = \left[p_D\ (t+\Delta t)_D + S\right] - \left[\ p_D\ (\Delta t)_D + S\ \right] \quad (5\text{-}9)$$

Los "Skin " desaparecen, y la ecuación (5-9) puede escribirse:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{ws}\right) = p_D\ (t+\Delta t)_D - p_D(\Delta t)_D \qquad (5\text{-}10)$$

Siguiendo el tratamiento de Cobb y Ramey[1]:

$$p_{ws} = p_i - \frac{141.2qB\mu}{kh}\left[\ p_D\ (t+\Delta t)_D - p_D\ (\Delta t)_D\ \right] \qquad (5\text{-}11)$$

Sumando y restando al miembro derecho de la ecuación (5-11)

$$\frac{1}{2}\left[\ \ln\ (t+\Delta t)_D + 0.81\ \right]$$

resulta:

$$p_{ws} = p_i - \frac{141.2qB\mu}{kh}\left\{p_D\ (t+\Delta t)_D + \frac{1}{2}\ \left[\ln\ (t+\Delta t)_D + 0.81\right] - \right.$$

$$\left.\frac{1}{2}\left(\ln\ (\Delta t)_D + 0.81\right) - \frac{1}{2}\left[\ln\ (t+\Delta t)_D + 0.81\right]\ \right\} \qquad (5\text{-}12)$$

$$p_{ws} = p_i - \frac{141.2qB\mu}{kh}\left\{\frac{1}{2}\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) + p_D\ (t+\Delta t)_D - \frac{1}{2}\left[\ln\ (t+\Delta t)_D + 0.81\right]\right\} \qquad (5\text{-}13)$$

$p_D\ (\Delta t_D)$ fue sustituida por la siguiente aproximación, para tiempos de cierre pequeños:

$$p_D(\Delta t_D) \approx \frac{1}{2}\left(\ln \Delta t_D + 0.81\right) \qquad (5\text{-}14)$$

Para <u>yacimientos infinitos</u> la ecuación (5-11) se reduce a:

$$p_{ws} = p_i - \frac{162.6qB\mu}{kh}\log\frac{t+\Delta t}{\Delta t} \qquad (5\text{-}15)$$

El clásico método de Horner [8], para un yacimiento infinito, puesto que:

$$p_D\ (t+\Delta t)_D = \frac{1}{2}\left(\ \ln\ (t+\Delta t)_D + 0.81\ \right) \qquad (5\text{-}16)$$

y el intercepto para $\frac{t+\Delta t}{\Delta t}=1$ será p_i

para yacimientos finitos la ecuación (5-13) puede escribirse en general:

$$p_{ws} = -\frac{141.2qB\mu}{2\ kh}\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)+\left\{p_i-\frac{141.2qB\mu}{2\ kh}\left[2\ p_D\ (t+\Delta t)_D - [\ \ln\ (t+\Delta t)+0.81\ ]\right]\right\} \quad (5\text{-}17)$$

Compare con la ecuación (4-53) del libro de Stanislav y Kabir[2], para $\frac{t+\Delta t}{\Delta t}=1$ donde el intercepto representa en general a p*. También, si tomamos Δ t<< t, la ecuación (5-17) sería la ecuación de una recta y p* vendrá dado por:

$$p^* = p_i - \frac{141.2qB\mu}{2\ kh}\left\{2\ p_D\ (t)_D - \left[\ln\ (t)_D + 0.81\right]\right\} \quad (5\text{-}18)$$

Para $t+\Delta t \approx t$

y la ecuación (5-17) puede escribirse también:

$$p_{ws} = p^* - m\ \log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \quad (5\text{-}19)$$

para obtener el valor del efecto de daño se requiere escribir una ecuación de flujo en el momento de cerrar el pozo (considerando el yacimiento infinito):

$$p_{ws} = p_i - m\ \left(\log\ \ t + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87\ \ S\right) \quad (5\text{-}20)$$

La ecuación de “buildup”es:

$$p_{ws} = p_i - m\ \log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \quad (5\text{-}21)$$

Haciendo la suposición t+Δt $\approx$t (Δt<<t), eliminando p_i y despejando S, de ambas ecuaciones se obtiene:

$$S = 1.15\left[\frac{p_{ws\ 1hora} - p_{wf}}{m} - \log\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) + 3.23\right] \quad (5\text{-}22)$$

$p_{ws\ 1hora}$ se obtiene sobre la recta semi log o su extrapolación para $\Delta t =$ 1hora, esto es, para un valor de:

$$\frac{t+\Delta t}{\Delta t} = \frac{t+1}{1} = t+1$$

La eficiencia de flujo puede obtenerse de:

$$FE = \frac{p^* - p_{wf} - \Delta p_{skin}}{p^* - p_{wf}} \quad (5\text{-}23)$$

Con $\Delta p_{skin} = \frac{141.2 qB\mu}{kh} S$ (5-24)

DETERMINACIÓN DE PRESIÓN PROMEDIO DEL YACIMIENTO AL MOMENTO DEL CIERRE, USANDO PRUEBAS DE BUILDUP, EN YACIMIENTOS VOLUMÉTRICOS.

Para un "Drawdown", si se conoce la presión inicial, puede escribirse un balance de materia hasta un tiempo t.

$$c_t \cong \frac{1}{V}\left(\frac{\Delta V}{\Delta p}\right) \quad (5\text{-}25)$$

$$c_t\ V\ \Delta p = c_t \phi A h\ (p_i - \bar{p}) \quad (5\text{-}26)$$

Además:

$\Delta V = qt$ (5-27)

entonces:

$c_t \; Ah\phi \; \left(p_i - \overline{p}\right) = q\,t$ (5-28)

Luego:

$$p_i - \overline{p} = \frac{qt}{c_t Ah\phi}$$ (5-29)

multiplicando ambos miembros de la ecuación (5-29) por $\dfrac{2\pi kh}{q\mu}$; se obtiene:

$$\frac{2\pi kh\left(p_i - \overline{p}\right)}{q\mu} = \frac{2\pi kh}{q\mu}\left(\frac{qt}{c_t Ah\phi}\right)$$ (5-30)

$$\frac{2\pi kh\left(p_i - \overline{p}\right)}{q\mu} = 2\pi\left(\frac{kt}{\phi\mu c_t A}\right)$$ (5-31)

$$\frac{2\pi kh\;\left(p_i - \overline{p}\right)}{q\mu} = 2\pi\;\left(t_{DA}\right)$$

(5-32)

la ecuaciones (5-4) o (5-28) pueden ser escritas en unidades de campo:

$$c_t Ah\phi\Delta p = \frac{5.61}{24} qBt$$ (5-33)

$c_t Ah\phi\;\Delta p = 0.234\;qBt$ (5-34)

La ecuación (5-32) escrita en unidades de campo:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - \overline{p}\right) = 2\pi t_{DA} \qquad (5\text{-}35)$$

MÉTODO MBH[3]

Consideremos la ecuación (5-17) escrita para $t >> \Delta t$ en la forma siguiente:

$$p_{ws} = p_i - \frac{141.2qB\mu}{kh}\left\{\frac{1}{2}\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) + p_D\ (t)_D - \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0.81\right)\right\} \qquad (5\text{-}36)$$

la ecuación (5-35) es:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - \overline{p}\right) = 2\pi t_{DA} \qquad (5\text{-}35)$$

Combinando las ecuaciones (5-35) y (5-36), podemos obtener:

$$\frac{kh}{70.6qB\mu}\left(p^* - \overline{p}\right) = 4\pi t_{DA} - 2\ p_D\ \left(t_D\right) + \ln\left(\frac{4t_D}{\gamma}\right) \qquad (5\text{-}37)$$

γ = exp (0.5772...)

El miembro izquierdo de la ecuación (5-37) define una nueva variable adimensional:

$$p_{DMBH} = \frac{kh}{70.6qB\mu}\left(p^* - \overline{p}\right) \qquad (5\text{-}38)$$

Matthews et al.[6] usaron el método de las imágenes (superposición en espacio) para calcular la función p_D para varias formas de yacimientos y diferentes localizaciones del pozo en el yacimiento. (Figura 5.3)

Procedimiento:

1. Obtenga p* del gráfico de Horner[8] (Figura 5.1)
2. Determine

$$t_{DA} = \frac{0.000264\ kt}{\phi \mu c_t A} \qquad (5\text{-}39)$$

3 Entre en el gráfico correspondiente y encuentre p_{DMBH}

4. $\bar{p} = p^* - \frac{m}{2.303} p_{DMBH}$ (Figura 5.4) (5-40)

Formas limitantes

1. Para tiempos pequeños de t_{DA} ($t_{DA} < t_{DASS}$)

$p_{DMBH} = 4\ \pi\ t_{DA}$
(5-41)

2. Para tiempos grandes de t_{DA},($t_{DA} > t_{DASS}$), P_D viene dado en su forma adimensional por:

$$p_D = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left[\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} \right] \text{ (flujo semi - continuo)} \qquad (5\text{-}42)$$

y con ello la ecuación (5-38) se transforma en :

$$p_{DMBH} = \frac{1}{2} \ln (C_A\ t_{DA}) \qquad (5\text{-}43)$$

Representa una recta en el gráfico semi -log MBH, de pendiente unitaria y con un intercepto que depende del factor de forma, C_A.

Tiempo Δt, hr

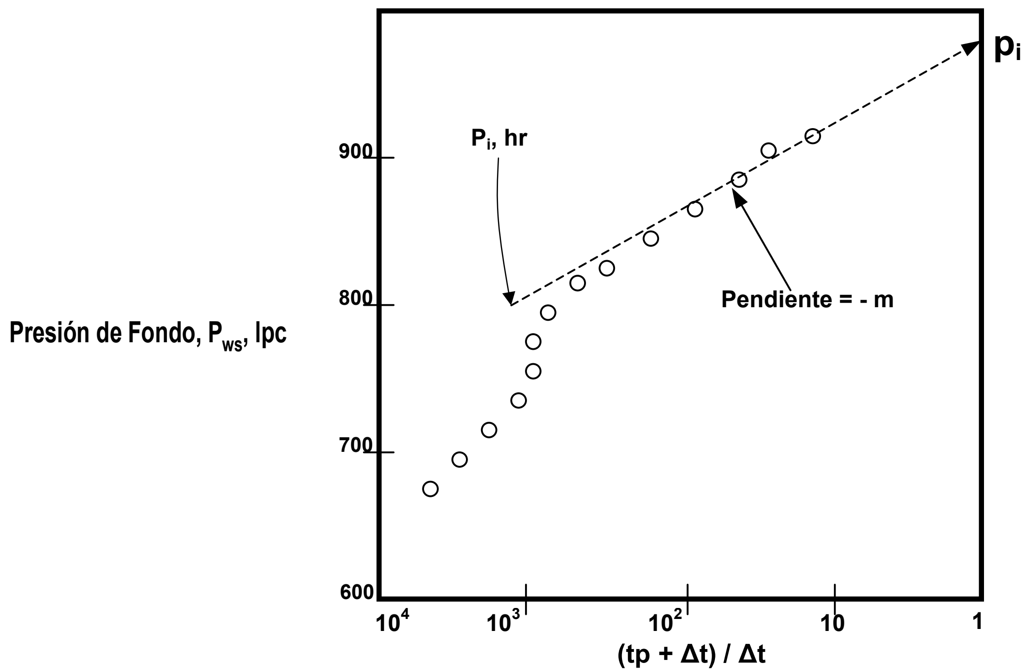


Figura 5.7. Gráfico de restauración de presión de Horner mostrando los efectos de llene y de años.

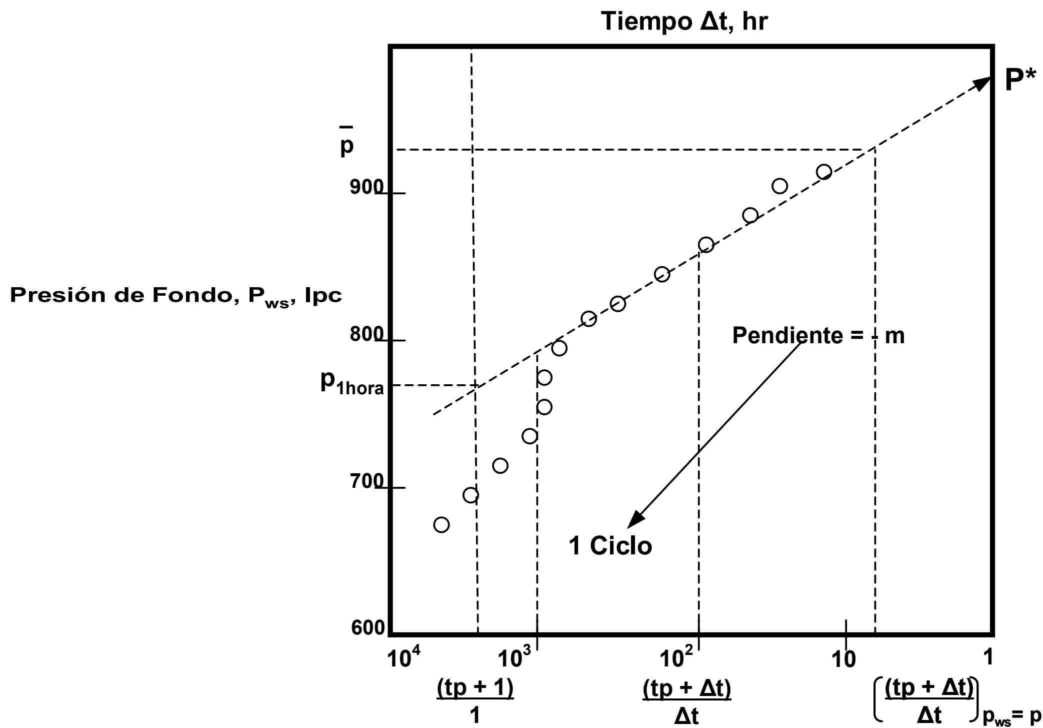


Figura 5.2. Gráfico semilog de Prueba de Restauración de Presión para un Yacimiento Finito.

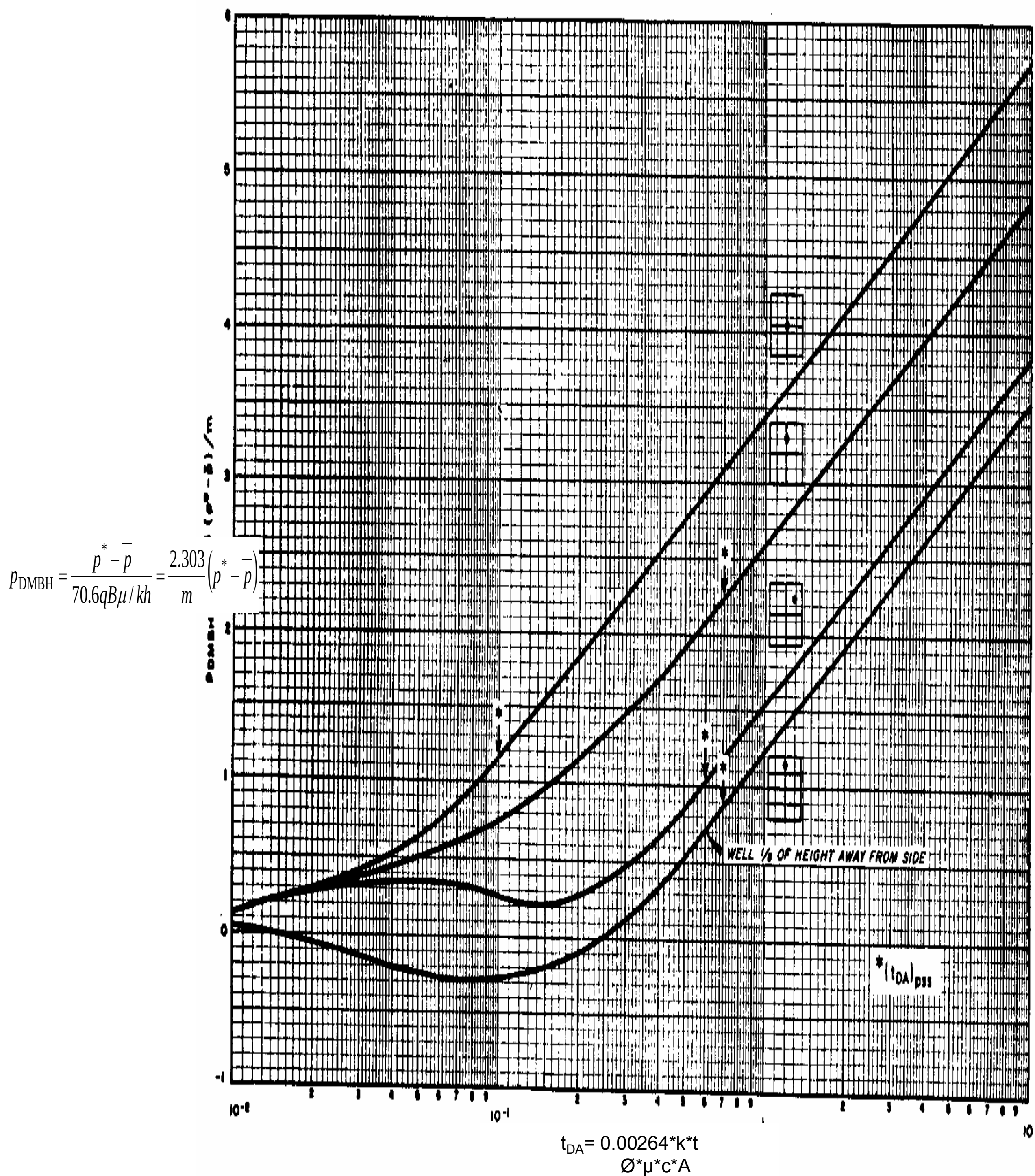


Figura 5.3. Función de presión para diferentes localizaciones de pozo en un Yacimiento Cuadrado

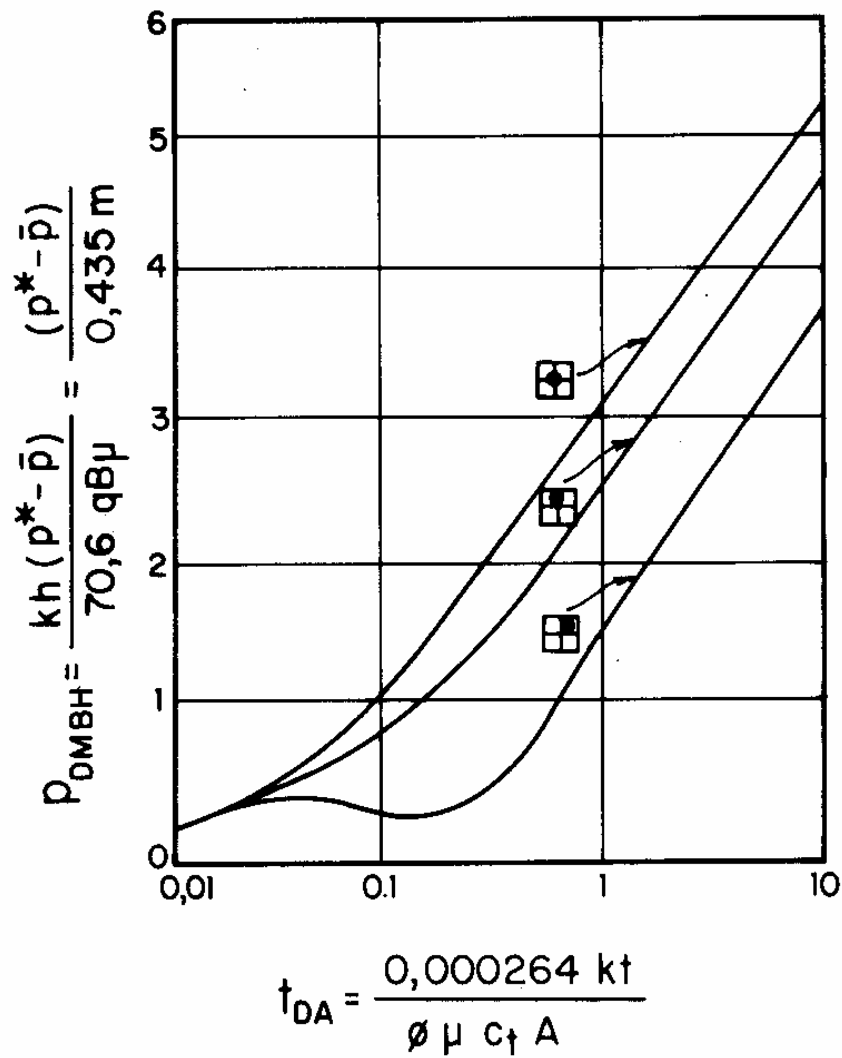


Figura 5.4. Método MBH, para calcular la función de P_D

Método de DIETZ

$$\Delta t_{\bar{p}} = \frac{\phi \mu c_t A}{0{,}000264\ k\, C_A} \quad \ldots\ldots\ (1)$$

o también:

$$\left(\Delta t_{DA}\right)_{p_{ws} = \bar{p}} = \frac{1}{C_A} \quad \ldots\ldots\ (2)$$

extrapolación en método

MDH

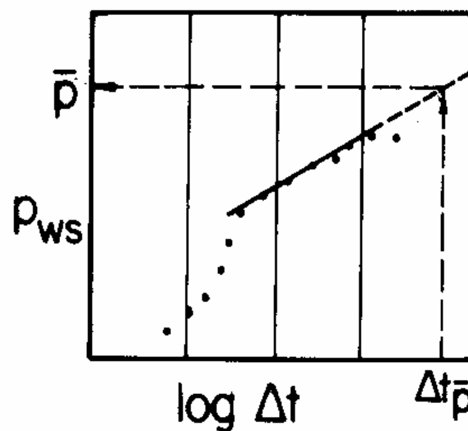


Figura 5.5. Método de Dietz, para obtener $\bar{p}$

MÉTODO DE DIETZ [9].

Considera que en el pozo, el Drawdown alcanzó el estado de Flujo Semi-continuo.

Recordemos que la ecuación de flujo semi-continuo es:

$$p_D = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2}\ln\left[\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2}\right] \quad (5\text{-}42)$$

La idea u objetivo, es obtener $\overline{p}$ por extrapolación de la línea recta semi -log en el Método MDH.

Procedimiento:

Para un "Buildup.":

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{ws}\right) = p_D\ \left(t + \Delta t\right)_D - p_D\ \left(\Delta t\right)_D \quad (5\text{-}10)$$

y considerando $t + \Delta t \approx t\ \left(\ t >> \Delta t\ \right)$

la ecuación (5-10) puede ser escrita:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{ws}\right) = p_D\ \left(t\right)_D - p_D\ \left(\Delta t\right)_D \quad (5\text{-}44)$$

Sustituyendo los p_D

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{ws}\right) = 2\pi t_{DA} + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4A}{\gamma\ C_A r_w^2}\right) - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\Delta t_D}{\gamma}\right) \quad (5\text{-}45)$$

de la ecuación de balance de materiales :

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - \overline{p}\right) = 2\pi t_{DA} \qquad (5\text{-}35)$$

haciendo (5-45) - (5-35), y sustituyendo $\Delta t_D = \Delta t_{DA}\left(\frac{A}{r_w^2}\right)$, tenemos:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(\overline{p} - p_{ws}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2}\right) - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\Delta t_{DA}A}{\gamma r_w^2}\right) \qquad (5\text{-}46)$$

$$\overline{p} - p_{ws} = \frac{141.2qB\mu}{kh}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{4A}{\gamma r_w^2}\right) + \frac{1}{2}\ln\frac{1}{C_A} - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4A}{\gamma r_w^2}\right) - \frac{1}{2}\ln\Delta t_{DA}\right] \qquad (5\text{-}47)$$

$$\overline{p} - p_{ws} = \frac{141.2qB\mu}{2\ kh}\left[\ln\left(\frac{1}{C_A}\right) - \ln\left(\Delta t_{DA}\right)\right]$$

(5-48)

p_{ws} es una función lineal del $\ln(\Delta t_{DA})$ (o de Δt). (Método MDH)

La extrapolación de Δt a $\overline{p}$ se obtiene cuando:

$$\left(\Delta t_{DA}\right)_{p_{ws}=\overline{p}} = \frac{1}{C_A} \qquad (5\text{-}49)$$

Luego:

$$\left(\Delta t_{DA}\right)_{p_{ws}=\overline{p}} = \frac{0.000264\ k\ \left(\Delta t\right)_{p_{ws}=\overline{p}}}{\phi\mu c_t A} = \frac{1}{C_A} \qquad (5\text{-}50)$$

luego:

$$\Delta t_{p_{ws}=\overline{p}} = \frac{\phi\mu c_t A}{0.000264kC_A} \qquad (5\text{-}51)$$

MÉTODO DE RAMEY Y COBB[1].

El objetivo es obtener $\overline{p}$, mediante extrapolación de la línea recta semilog apropiada, del Método de Horner.

Ramey y Cobb[1] determinaron: $\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\overline{p}}$ para los siguientes casos:

$(1)\ t_p > t_{pss}\quad t \equiv t_p\ ;\ (\text{para tiempos grandes})$

$$\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\overline{p}} = C_A \quad ; \quad t_{pDA} = \frac{0.000264kt_p}{\phi\mu c_t A} \tag{5-52}$$

$(2)\ t_p << t_{pss}$ (para tiempos pequeños)

$$\left(\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\overline{p}} = e^{4\pi t_{pDA}} \tag{5-53}$$

Note que

$$\lim_{t_{pDA}\to 0} \left(\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\overline{p}} = 1 \tag{5-54}$$

La ecuación deducida por Ramey y Cobb[1] es:

$$\left(\frac{t_p+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} = \exp\ \left\{\ 4\pi t_{pDA} - 2\ \ p_D\ \left(t_{pDA}\right)+\left[\ln t_{pDA} + 0.80907\right]\ \right\} \qquad (5\text{-}55)$$

Ramey y Cobb[1], y Cobb y Dowdle[7], demostraron que:

$$p_D\ \left(t_{pDA}\right) = 2\pi t_{pDA} + \left[\ln t_{pDA} + 0.80907\right] - \frac{1}{2}\ \ p_{DMBH} \qquad (5\text{-}56)$$

Sustituyendo $p_D\ \left(t_{pDA}\right)$ en la ecuación (5-35) por la expresión dada para $p_D\ (t_{pDA})$ en la ecuación (5-56), se obtiene:

La ecuación general de extrapolación de la línea recta semi log del método de Horner[8].

$$\left(\frac{tp+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} = \exp\ \left[\ p_{DMBH}\ \left(t_{pDA}\right)\ \right] \qquad (5.57)$$

o ln $\left(\frac{tp+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} = p_{DMBH}(\ t_{pDA}\ )$ (5-58)

la ecuación (5-58) nos dice que una vez obtenida la función p_{DMBH} (t_{pDA}), determinamos $\left(\frac{tp+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}}$ calculando el AntilogNeperiano de p_{DMBH} (t_{PDA}) y luego, se procede gráficamente[4] para obtener $\bar{p}$. (Figura 5.5)

MÉTODO DE MUSKAT[5].

Originalmente Muskat[5] desarrolló el método para fluidos incompresibles, por eso modernadamente muchos autores lo llaman Método de Muskat[5] Modificado.
Es posible, utilizando la teoría general de presiones ,desarrolladas por Ramey y Cobb[4] , escribir las ecuaciones generales para el método de Muskat[5] , esto es, la generalización del Método de Muskat[5]. Este tópico será discutido en una sección separada.

El Método de Muskat [5], es un método de ensayo y error, donde se trata de suponer un valor de $\overline{p}$ y preparar el gráfico de log ($\overline{p}$ -p_{ws}) contra Δt, de tal manera que se obtenga una línea recta .El rango de aplicación es muy limitado , porque es solo aplicable a altos tiempos de cierre Δt, en un yacimiento volumétrico , esto es un, cerrado a flujo en su condición de contorno exterior . (Figura 5.6)

MÉTODO DE ARP Y SMITH[6]

Cuando $\overline{p}$ es correcto en el método de Muskat[5]

$$\log\ (\overline{p} - p_{ws}) = A + B\ (\Delta t) \qquad (5\text{-}59)$$

ó $$\ln\ (\overline{p} - p_{ws}) = A' + B'\ (\Delta t) \qquad (5\text{-}60)$$

$$\overline{p} - p_{ws} = \exp\left[A' + B'\ (\Delta t)\right] \qquad (5\text{-}61)$$

$$p_{ws} = \overline{p} - \exp\ \left[A' + B'\ (\Delta t)\right] \qquad (5\text{-}62)$$

tomando la derivada de p_{ws} con respecto a Δt, se obtiene:

$$\frac{dp_{ws}}{d\Delta t} = -\exp\ \left[A' + B'\ (\Delta t)\right]B' \qquad (5\text{-}63)$$

Sustituyendo en la ecuación (5-62), $\exp(A'B'\Delta t)$:

$$p_{ws} = \overline{p} + \left(\frac{1}{B'}\right)\frac{d\ p_{ws}}{d\ \Delta t} \qquad (5\text{-}64)$$

Luego:

Si se prepara un gráfico cartesiano de $\frac{d\ p_{ws}}{d\ \Delta t}$ vs p_{ws} se obtiene una línea recta.

(Figura 5.7) y cuando se extrapola $\frac{d\ p_{ws}}{d\ \Delta t}$ a $\frac{d\ p_{ws}}{d\ \Delta t} = 0$, se obtiene $p_{ws} = \overline{p}$

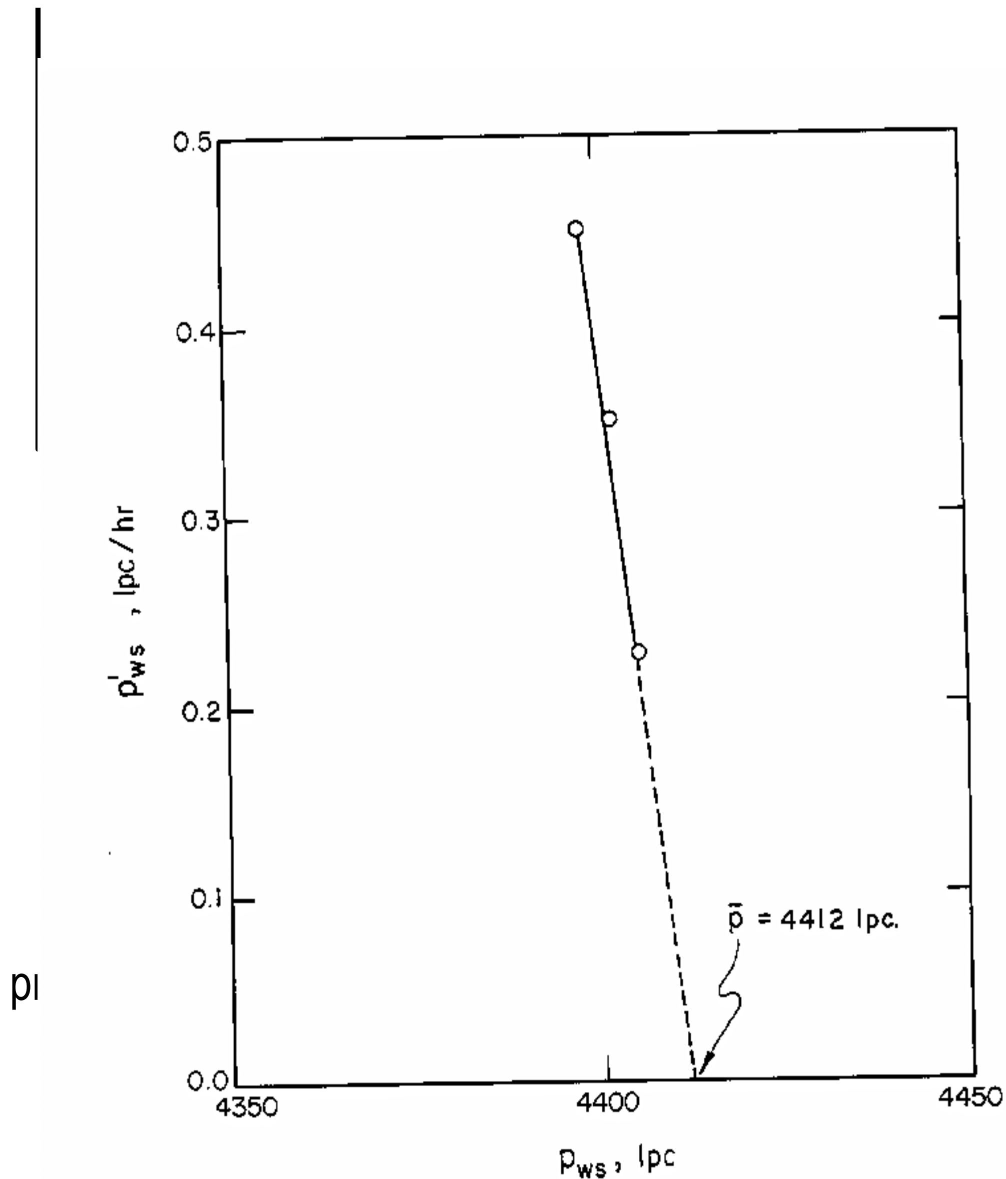


Figura 5.7. Método de Arp y Smilh, para determinar p

Figura 5.8. Tasa de flujo e historia de presión en una Prueba de Restauración de presión.

CONCLUSIÓN:

En forma general, el método de MBH[3] es el más usado y se basa en la teoría de presiones "transient." Sin embargo, se debe conocer para su aplicación el tamaño del área de drenaje del yacimiento, la forma y la posición aproximada del pozo, dentro del área de drenaje.

La presión promedio que se obtiene es la presión promedio del área de drenaje en el pozo, o del yacimiento asociado al pozo, en el momento del cierre del mismo.

Para obtener la presión promedio del yacimiento total, el lector debe referirse al método explicado en el trabajo de MBH. (Figura 5.4)

El Método de Muskat[5] es mas sencillo en su aplicación , pero requiere de data afectada por los límites del yacimiento para su aplicación y el dominio de tiempo de aplicación del Método es muy reducido ; por lo que el usuario puede equivocarse facílmente al no escoger la data de presión para los tiempos apropiados . Por otra parte, no se requiere conocer ni el tamaño del yacimiento, ni la forma, ni la posición del pozo para su aplicación.

LISTA DE FIGURAS
CAPÍTULO 5

Figura 5.1.- Gráfico de Horner. Prueba de Restauración de Presión, mostrando los efectos de llene y de daño.

Figura 5.2.- Gráfico semilog de Prueba de Restauración de Presión para yacimiento Finito.

Figura 5.3.- Función de Presión para diferentes localizaciones de pozo en un yacimiento cuadrado.

Figura 5.4.- Método MBH, para calcular la función p_D.

Figura 5.5.- Método de Dietz, para obtener $\overline{p}$.

Figura 5.6.- Gráfico generalizado de Muskat para un pozo localizado en el centro de un cuadrado.

Figura 5.7.- Método de Ar p y Smilh, para determinar $\overline{p}$.

Figura 5.8.- Tasa de flujo e historia de presión en una Prueba de Restauración de Presión.

Figura 5.9.- Gráfico de Horner para un pozo localizado en un área de drenaje cuadrado.

REFERENCIAS DEL CAPÍTULO 5

1. Ramey H.J., y Cobb, W. M.: "A General Pressure Build-up theory for a Well in a closed Drainage Area", JPT (Dec. - 1971) 1493-1505.

2. Stanilav, J.F. y Kabir, C.S.: "Pressure Transient Analysis", JPT, (Nov. 1985), 243.

3. Mathews, C.S., Brons,R., y Hazebroek, P.: "A Method for Determination of Average Pressure in a bounded Reservoir". Trans., AIME (1954) 201, 182-191.

4. Mathews, C.S., y Russell, D.G.: "Pressure Build-up and flow Test in Wells" , Monograph Series SPE of AIME, Dallas (1967)1.

5. Muskat, M: "Use of Data on the Build-up of Bottom Hole Pressure". , Trans., AIME (1937) 123, 44-48.

6. Arps, J.J., y Smith, A.E.: "Practical Use of Bottom Hole Pressure Build-up Curve", API Drilling & Production Practice (1949), 155-165.

7. Cobb, W. M., y Dowdle, W.L.: "A Study of Transient Flow in Stratified Reservoirs with commingled Fluid Production", J.P.T (1970).

8. Horner, D.R.: "Pressure Build-up in Wells". Proc. Third World Pet. Cong, E.J. Brill, Leiden (1.951) II, 503.

9. Dietz, D.N.: "Determination of Average Reservoir Pressure from Build-up Surveys", J.P.T. (Aug-1.965) 955-959.

ANEXO 5

EJEMPLO 5.1 DURACIÓN ESTIMADA DE UNA PRUEBA DE POZO

Estimar el tiempo requerido en horas para completar un ciclo de la prueba de flujo para un pozo de agua en un yacimiento de diez pies de espesor de una permeabilidad de un milidarcy. Suponga que el pozo no está dañado (S = 0), y que el efecto de llene es causado por cambio de nivel de líquido lo cual a su vez causa un cambio en la presión de flujo de fondo de 433 lpc (0.433 lpc / pie):

Solución:

$$C\left(pie^3 / lpc\right) = \frac{(49 \ \ bbl)(5.615 \ \ pie^3 / bbl)}{(1000 \ \ pies)(0.433 \ \ lpc / pie)} = 6.4 \ \ x \ \ 10^{-4}$$

$$t, horas = 602.9 \frac{\left(6.4 \ \ x \ \ 10^{-4}\right) \ (1) \ (60)}{(1) \ \ (10)} = 2.3 \ \ horas$$

Así, 2.3 horas son requeridas para alcanzar el comienzo de la línea recta y si se requiere un ciclo de línea recta. Ramey y Cobb.[1], afirman que debe emplearse diez veces el tiempo dado por la ecuación (5-52).

EJEMPLO 5.2. CÁLCULO DE LA CONSTANTE DE LLENE DE DATOS DE UNA PRUEBA DE FLUJO.

DATOS:

p_i = 3700 lpc

Tasa de flujo = 115 bbl/día

Factor volumétrico de formación = $173\,\frac{BY}{BN}$

TIEMPO DE FLUJO, hrs.	PRESION DE FLUJO p_{wf}, psi	$(p_i - p_{wf})$ psi
0	3700	
0.1	3639	61
0.15	3611	89
0.2	3583	117
0.25	3556	144
0.3	3530	170
0.4	3486	214
0.5	3440	260
0.6	3401	299
0.8	3332	368
1.0	3273	427
1.5	3159	541
2.0	3069	631
3.0	2939	761
4.0	2892	808
5.0	2857	863

Solución:

La Figura 5.1 es un gráfico log-log de $(p_i - p_{ws})$ vs. t.

Como se puede observar los primeros puntos registrados caen en una línea recta de pendiente unitaria. Estos puntos están complementados controlado por el efecto de llene (ó descarga). Tomamos un punto cualquiera sobre la línea recta.

Sea:

$p_i - p_{wf} = 300$ lpc

t = 0.52 horas

Sustituyendo en la ecuación (4-56) y despejando C:

$$C = \frac{\Delta Bt}{\Delta p} = \frac{\left(115 \ \text{bbl/dia}\right)\left(1.73 \frac{BY}{BN}\right)\left(0.52 \ \text{horas}\right)}{\left(300 \ \text{lpc}\right)\left(24 \ \text{horas}\right)}$$

$$C = 0.014 \ \ BY / lpc$$

EJEMPLO 5-3. PROBLEMA SOBRE PRUEBA DE FLUJO.

El ejemplo de prueba de flujo discutido en el Ejemplo 5-2 fue corrido hasta 20 horas. Los datos adicionales se dan abajo. Se requiere estimar la permeabilidad y el daño.

Tiempo, t (horas)	**Presión, p_{ws} (lpc)**
6	2805
8	2762
10	2736
12	2730
15	2690
20	2662

DATOS:

p_i = 3700 lpc

c_t = 14 x 10^{-6} l/lpc

ϕ = 23%

r_w = 0.25 pies

μ = 1.3 cp

q = 115 BN/día

B = 1.73 BY/BN

h = 11 pies

Solución:

La Figura 5-2 es un gráfico semilog de los datos de la prueba de flujo. La pendiente de la línea recta semilog correcta es de 280 lpc/ciclo.

De la ecuación. (3-55):

$$k = \frac{(162.6)(115)(1.73)(1.3)}{(280)(11)} = 13.6 \quad \text{md}$$

El factor daño puede ser estimado en la ecuación. (5-6):

$$S = 1.1513\left[\frac{3700 - 3030}{280} - \log\frac{13.6}{(0.12)(1.3)\left(14\text{x}10^{-6}\right)(0.25)^2} + 3.23\right] = -2.7$$

Lo cual indica estimulación. La caída de presión a través del efecto de daño la obtenemos de la ecuación. (4-59).

$$\Delta p_{\text{daño}} = 0.86859(280)(-2.7) = -657.2 \ \text{lpc}$$

y la eficiencia de flujo, de acuerdo a la ecuación (5-7) será:

$$FE = \frac{3700 - 2662 + 657.2}{3700 - 2662} = 1.63$$

EJEMPLO 5-4: PRUEBA LÍMITE

Un pozo está localizado en un yacimiento limitado conteniendo un petróleo sobresaturado y produce a una tasa de flujo de 140 BN/día.
La presión de flujo de fondo fue registrada como función de tiempo, y se puede leer en la Tabla de datos (Tabla 1)

Las dos propiedades de los fluidos y de las rocas también están en los datos. Cuál es el volumen de drenaje del pozo?

DATOS:

B_0 = 175 BY/BN

μ = 0.65 cp

q_0 = 140 BN/día

h = 23 pies

ϕ = 11%

S_0 = 69%

S_w = 31%

c_0 = 11.1 $x10^{-6}$ lpc^{-1}

c_w = 3.0 $x10^{-6}$ lpc^{-1}

c_r = 4.6 $x10^{-6}$ lpc^{-1}

Tabla 1

Tiempo, hrs	p_{wf}, lpc
1	4617.5
1.25	4611.0
1.5	4606.1
1.75	4605.0
2.0	4603.1
2.5	4598.0
3.0	4597.0
3.5	4593.2
4	4592.1
5	4590.2
6	4584.3
7	4584.4
8	4580.6
9	4580.0
10	4578.1
11	4574.8
12	4574.0
13	4572.1
14	4570.5
15	4568.0
16	4566.3
17	4565.1
18	4563.2
19	4562.3
20	4561.0
22	4558.6

24	4556.5
26	4554.3
28	4553.0
30	4522.1
32	4552.3
34	4550.7
36	4550.0
38	4549.2
40	4548.6
42	4548.5
44	4548.0
46	4547.2
48	4546.4
50	4546.2
52	4545.5
54	4545.0
56	4544.1
58	4544.0
60	4543.0

Solución:

Los datos de presión graficados en papel semilog de la Fig. 5-1 producen una línea recta hasta un tiempo de 11 a 12 horas. Este análisis del período transitorio permitió determinar la capacidad de flujo del yacimiento, (kh) y la permeabilidad (k) del mismo. La pendiente de la línea recta fue de 36 lpc/ciclo y la permeabilidad (k) fue de 31.3 md.

Un gráfico cartesiano de p_{wf} contra t en la Figura 5-2. Es interesante notar que los datos de presión se vuelven lineales después de 30 horas de producción. Este tiempo representa el comienzo del estado de flujo semicontinuo. El tiempo comprendido entre 11 horas y 30 horas, representa el estado ó período de flujo de transición. La pendiente de la línea recta cartesiana (m'), fue de 0.339 lpc/hora. El coeficiente de compresibilidad c se determina de:

$$c = S_0 \; c_0 + S_g \; c_g + S_w \; c_w + c_r$$

Esto es:

$$c = (0.69)\left(11.1 \text{ x } 10^{-6}\right) + (0.31)\left(3.0 \text{ x}10^{-6}\right) + \left(4.6 \text{ x}10^{-6}\right)$$

$$= 11.2 \text{ x } 10^{-6} \quad 1/\text{lpc}$$

De modo que, el volumen de drenaje puede ser estimado así:

$$Ah\phi = \frac{0.2339 \; qB}{m' \; c} = \frac{(0.2339)(140)(1.75)}{(0.339)\left(11.2 \text{ x } 10^{-6}\right)}$$

$$= 1.5 \text{ x } 10^{7} \text{ pie}^{3}$$

EJEMPLO 5.5: PRUEBA DE RESTAURACIÓN.

Se supone que un pozo esta produciendo cerca del centro de un yacimiento de área de drenaje cuadrada. El pozo ha estado produciendo esencialmente a tasa de flujo constante de 135 BN/día. Se corrió una prueba de restauración de presión de 18

horas. Las presiones registradas se tabulan abajo. Se desea determinar la capacidad de flujo, la presión promedia, $\bar{p}$, en el área de drenaje al momento de cierre, el factor de daño y la eficiencia de flujo. El pozo ha producido 26.325 barriles normales de petróleo desde la última vez que fue cerrado.

DATOS:

Área de drenaje = 800 acres (pozo en el centro de un cuadrado)

ϕ = 15%

μ = 0.9 cp

c = 13 x 10^{-6} lpc^{-1}

B = 1.63 By/BN

h = 22 pies

r_w = 0.25 pies

p_{wf} = 2260 lpc

t,hr	**p_{ws}, lpc**	**t,hr**	**p_{ws}, lpc**
0.1	2504	4.0	3037
0.2	2668	5.0	3043
0.3	2769	6.0	3048
0.5	2882	8.0	3054
0.75	2953	10.0	3059
1.0	2980	12.0	3066
1.5	3006	15.0	3068
2.0	3019	18.0	3071
3.0	3030		

Solución:

De la Fig. 5-9, se obtiene la pendiente de la recta igual a 54 lpc\ciclo-log.

La permeabilidad de la formación es:

$$k = \frac{162.6\ qBm}{mh} = \frac{(162.6)\ (135)}{(54)}\frac{(1.63)\ (0.9)}{(22)} = 27.1\ \ md$$

La extrapolación de la línea recta a una razón de tiempo unitaria permite determinar p*, cuyo valor es de 3197 lpc. El tiempo de producción adimensional basado en el área de drenaje es:

$$t_{DA} = \frac{0.000264\ kt}{\phi\mu c_t A} = \frac{(0.000264)\ (27.1)\ (4680)}{(0.15)\ (0.9)\ \left(13x10^{-6}\right)\ (80x43560)}$$

La función MBH correspondiente aun tiempo adimensional de 5.48 es 5.12.

Esto es:

$$\frac{kh\left(p^* - \overline{p}\right)}{70.6\ qB\mu} = 5.12 = \frac{(27.1)\ (22)\ \left(3197 - \overline{p}\right)}{(70.6)\ (135)\ (1.63)\ (0.9)}$$

de donde $\overline{p}$ = 3078 lpc

La presión (extrapolada) a una hora es p_1 hr = 300 4 lpc. De aquí que:

$$S = 1.151\left[\frac{p_{i\,hr} - p_{wf}}{m} - \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + 3.23\right]$$

$$S = 1.151\left[\frac{3004 - 2260}{54} = \log\frac{271}{(0.15)\,(0.9)\,\left(13x10^{-6}\right)\,(0.25)} + 3.23\right]$$

$$S = 1.151\,[13.78 - 8.39 + 3.23] = 9.92$$

$$FE = \frac{p * p_{wf} - \Delta p_{skin}}{p * - p_{wf}}$$

$$skin = (0.87)\,(m)\,(s) = (0.87)\,(54)\,(10) = 466 \text{ lpc}$$

$$FE = \frac{3197 - 2260 - 466}{3197 - 2260} = \frac{471}{937} = 0.502$$

CAPÍTULO 6
GENERALIZACION DE ANÁLISIS DE PRUEBAS DE POZOS

Las soluciones presentadas para yacimientos produciendo bajos diversas condiciones de flujo son usualmente complejas y de difícil aplicación por las dificultades numéricas que presentan. Una alternativa es la solución del problema usando el principio de superposición. Con la aplicación del principio de superposición, es posible producir tabulaciones de presiones adimensionales determinadas en varias localizaciones, dentro del sistema de flujo rectangular que tiene un pozo localizado en una determinada localización. El sistema cuadrado prevé un bloque de construcción que puede ser usado para generar el comportamiento de flujo, para cualquier forma rectangular, para una razón dada en sus lados. Los yacimientos rectangulares pueden tener cualquier número de pozos produciendo a cualquier tasa de flujo definida. Las condiciones de contorno pueden ser de diversas naturalezas.

EL PROBLEMA

Considere un flujo de comprensibilidad constante, fluyendo en un yacimiento homogéneo, de porosidad, permeabilidad y espesor constantes, produciendo a una tasa constante. Bajo estas condiciones la ecuación de difusividad en términos de presión describe el flujo a través del sistema.

En 1942 Van Everdingen y Hurst [1] publicaron soluciones para el problema de intrusión de agua dentro de un yacimiento cilíndrico.
Como el problema es idéntico matemáticamente al de un yacimiento produciendo desde, un pozo situado en el centro de un yacimiento rectangular, la solución de van Everdingen y Hurst[1], puede ser aplicada al problema del pozo.

Si la ecuación de difusividad es:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{kt}\frac{\partial t}{\partial r} \qquad (6\text{-}1)$$

Van Everdingen y Hurst[1], demostraron que la solución al problema del pozo produciendo a tasa de flujo constante (para yacimientos finitos e infinitos), podría ser expresada en función de las variables adimensionales.

Así:

$$p_D \ (r_D, t_D) = \frac{2\pi kh \ (p_i - p)}{q\mu} \qquad (6\text{-}2)$$

Donde:

$$r_D = r / r_w \qquad (6\text{-}3)$$

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c r_D^2} \qquad (6\text{-}4)$$

Si el radio del pozo se vuelve cero, $r_w \rightarrow 0$, la solución de la línea fuente puede ser usada en la ecuación (6-2) para sistemas infinitos.

$$p_D \ (r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{\phi \mu c r^2}{4kt} \right) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \qquad (6\text{-}5)$$

donde $-E_i$ (-x) es la integral exponencial. Si el valor del argumento es muy pequeño $(x < 0.01)$,

$$p_D\ (r_D,t_D) = -\frac{1}{2}\left[\ln\left(\frac{\phi\mu c r^2}{4kt}+\right)0.5772\right] \qquad (6\text{-}6)$$

las ecuaciones (6-5) y (6-6) son aproximaciones a la ecuación (6-2) bajo ciertas condiciones.

En 1954, Mathews, Brons y Hazebroek [2] demostraron que las soluciones tales como la ecuación (6-5) podían ser superpuestas para generar el comportamiento de yacimientos cerrados para diversas formas geométricas, esto es, el comportamiento de un pozo en un sistema cerrado en el contorno, podría ser calculado añadiendo las presiones causadas por un arreglo infinito de pozos, produciendo en un yacimiento infinito. Esta superposición puede ser representada analíticamente como:

$$p_D\ (x_D,y_D,t_D) = \sum_{i=1}^{\infty} p_D\ (a_{iD}^2,t_{DA}) \qquad (6\text{-}7)$$

donde:

$a_{iD} = a_i / \sqrt{A}$

a_i = Distancia del pozo "i" al punto (x_D , y_D)

A = Área de drenaje de un yacimiento limitado (ó área por pozo)

y:

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi\mu c A} = t_D\left(\frac{r_w^2}{A}\right) \qquad (6\text{-}8)$$

NOTA: Las Figuras (6-1) y (6-2) son adaptadas de Earlougher y asociados [3]. La Figura 6.2 presenta el arreglo infinito de pozos usados para generar el comportamiento de un pozo fluyendo a tasa de flujo constante en el centro de un yacimiento del área cuadrada.

La Tabla 6.1 presenta los resultados en forma de presión adimensional como función de tiempo adimensional para varios puntos del yacimiento cuadrado y cerrado al flujo de su contorno exterior.

En el caso de las presiones en el pozo, los cálculos fueron efectuados para $\sqrt{A}\,/\,r_w = 2000$. Estos resultados pueden ser convertidos para otro valor de $\sqrt{A}\,/\,r_w$ usando las ecuaciones (6-9) ó (6-10). Esto es, agregando y restando el término logarítmico. $\ln\left(r_w^2 / 4At_{DA} \right)$, se obtiene :

$$p_D\left(r_{wD}, t_{DA}\right) = -\frac{1}{2}\ln\left[\frac{1}{4\left(\sqrt{A}/r_w^2\right)\ t_{DA}}\right] - \ln\left[\frac{1}{4\left(\sqrt{A}/r_w^2\right)\ 2t_{DA}}\right] + \left[\frac{1}{4(2000)^2 t_{DA}}\right] +$$

$$0.5772 + \sum_{i=2}^{\infty} E_i\left(-\frac{a_{iD}{}^2}{4\ t_{DA}}\right)$$

(6-9)

$$p_D\left(r_{wD}, t_{DA}, \sqrt{A}/r_w = 2x10^3\right) = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4\ \left(2x10^3\right)\ t_{DA}}\right] + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{4\ At_{DA}}\right) +$$

$$0.5772 + \sum_{i=2}^{\infty} E_i\left\{-\left(\frac{a_{iD}{}^2}{4t_{DA}}\right)\right\} \qquad (6\text{-}10)$$

ó

$$p_D\left(r_{wD}, t_{DA}\right) = -\frac{1}{2}\ln\left[\frac{\left(\sqrt{A}/r_w\right)^2}{\left(2x10^3\right)^2}\right] + p_D\left(r_{wD}, t_{DA}\sqrt{A}/r_w = 2x10^3 \right)$$

(6-11)

(Ver Tabla 6.2)

Luego:

$$p_D\left(r_{wD}, t_{DA}\right) = p_D\left(r_{wD}, t_{DA}, \sqrt{A}/r_w = 2x10^3\right) + \frac{1}{2}\ln\left[\frac{A/r_w^2}{4x10^6}\right] \qquad (6\text{-}12)$$

(Ver Tabla 6.1)

El término ½ ln $\left[\left(A / r_w^2\right) / 4x10^6\ \right]$ es un término de corrección.

Los resultados para puntos diferentes al pozo son independientes de (A/r_w^2) en este tratamiento, excepto para tiempos muy pequeños, para las cuales la solución de la línea fuente debe sustituirse por la solución exacta de radio del pozo finito.

Por conveniencia, las variables adimensionales de espacio (x_D, y_D) , usadas en la Tabla 6.1, son definidas como fracción de la mitad del lado del cuadrado . El origen se toma en el pozo, (ver Fig. 6.1). Esto es:

$$x_D = \frac{x}{L} = \frac{2x}{\sqrt{A}} \tag{6-13}$$

$$y_D = \frac{y}{L} = \frac{2y}{\sqrt{A}} \tag{6-14}$$

donde:

L = ½ A.

Luego:

la razón

$$r_w / L = 0.001. \tag{6-15}$$

La Figura 6.3 es un gráfico de presión adimensional para algunos de los puntos considerados en la Figura 6.1. La Figura 6.3 muestra, que a tiempos

suficientemente grandes el sistema exhibe flujo pseudo-continuo, esto es, la presión adimensional se convierte en una función lineal de tiempo adimensional. Obsérvese que no todos los puntos del yacimiento alcanzan el Flujo semi - continuo al mismo tiempo. Las presiones, a tiempos más grandes que las mostradas en la Tabla 6.1, pueden ser obtenidas por extrapolación lineal.

Supóngase que se requiere el comportamiento de presión para un pozo en el centro de un rectángulo con lados en la relación de 2:1. El comportamiento de este yacimiento podría ser determinado usando la ecuación (6-9) para un arreglo infinito de pozos (Ver Figura 6.2) pero con las distancia entre los pozos en la dirección x. Este arreglo particular resulta de un segundo arreglo de pozos como el mostrado en la Figura 6.2, de tal forma que, el pozo origen del segundo arreglo este localizado a $x_D = 0$, $y_D = 1.0$. Esto es equivalente a sobreponer un sistema cuadrado, con un pozo en el centro, con otro sistema cuadrado pero, con el segundo pozo en el punto (0,1.0). El área del rectángulo 2:1 formado, A', es la mitad del área, A, del cuadrado inicial. La caída de presión en cualquier punto dentro del rectángulo 2:1, es simplemente la suma de las caídas de presión causadas por cada uno de los sistemas cuadrados en el punto común.

La Figura 6.4 ilustra la superposición de los dos arreglos de cuadrados descritos previamente. Los círculos abiertos indican las localizaciones de los pozos pertenecientes al arreglo inicial, mientras que los círculos llenos indican las localizaciones de los pozos del arreglo superpuesto. Es claro que la nueva unidad de simetría es un rectángulo de 2:1 con un pozo en el centro. (Ver Anexo 6).

CÁLCULO DE P_D (X_D,Y_D,T_{DA}) PARA UN RECTÁNGULO 2:1 (TABLA 6.2)

Una línea de transición bastante amplia sería detectada si la posición del pozo se apartara del centro del área de drenaje.
Otros efectos pueden enmascarar la línea recta semilog inicial, tal como el efecto

de llene. Sin embargo, esto no será considerado en el análisis que a continuación se tratará.

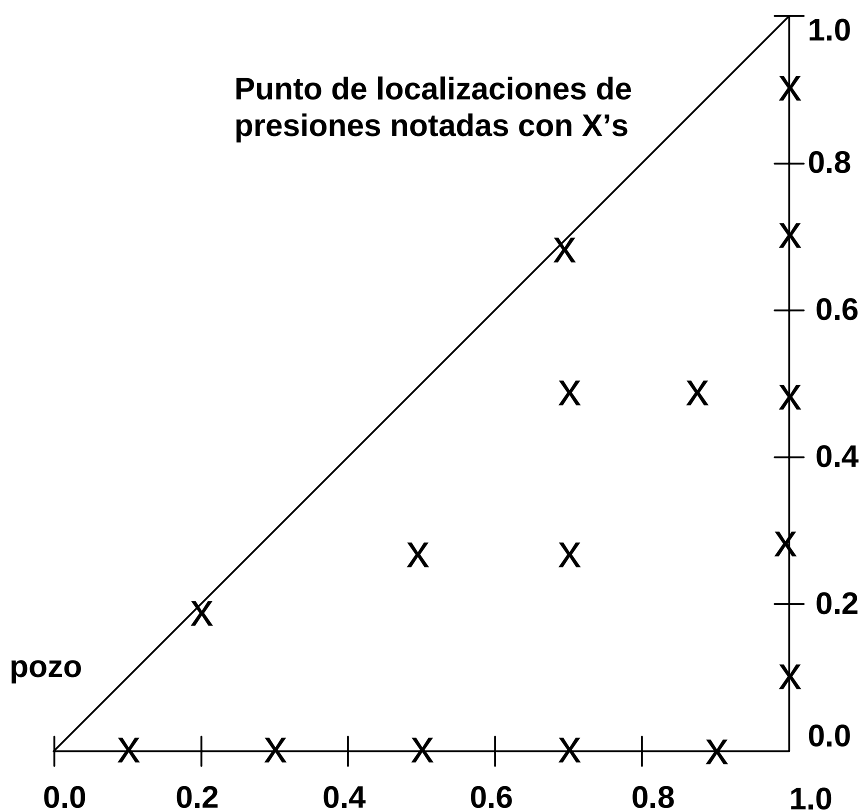


Figura 6.1. Octante de un cuadrado mostrando el pozo y las localizaciones de los puntos de presión.

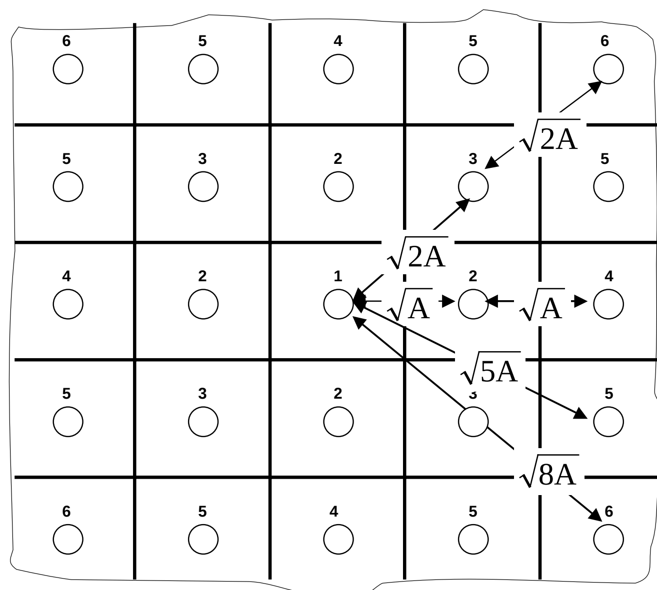


FIGURA 6.2. Superposición de un arreglo infinito de pozos para generar el comportamiento de presión de un yacimiento cuadrado con un pozo en el centro.

Tabla 6.1. Resultados en forma de presión adimensional como función de tiempo adimensional para varios puntos del yacimiento cuadrado y cerrado al flujo de su contorno exterior

Tiempo adimensional t_{DA}	PRESIÓN ADIMENSIONAL XD=0,000 YD=0,000	XD=0,250 YD=0,000	XD=0,250 YD=0,250	XD=0,500 YD=0.000	XD=0,500 YD=0,250	XD=0,500 YD=0,500	XD=0,750 YD=0,000	XD=0,750 YD=0,250
0,0010	4,5516	0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0015	4,7543	0,0109	0,0004	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0020	4,8910	0,0261	0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0025	5,0097	0,0456	0,0056	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0030	5,1009	0,0675	0,0109	0,0004	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
0,0040	5,2447	0,1141	0,0261	0,0021	0,0007	0,0000	0,0000	0,0000
0,0050	5,3563	0,1607	0,0456	0,0056	0,0021	0,0001	0,0001	0,0000
0,0060	5,4474	0,2053	0,0675	0,0109	0,0047	0,0004	0,0002	0,0001
0,0070	5,5245	0,2475	0,0906	0,0178	0,0085	0,0011	0,0006	0,0003
0,0080	5,5913	0,2871	0,1141	0,0261	0,0135	0,0021	0,0012	0,0007
0,0090	5,6502	0,3243	0,1376	0,0354	0,0194	0,0036	0,0021	0,0013
0,0100	5,7029	0,3592	0,1607	0,0456	0,0261	0,0056	0,0034	0,0021
0,0150	5,9056	0,5063	0,2676	0,1023	0,0675	0,0218	0,0154	0,0109
0,0200	6,0494	0,6211	0,3592	0,1607	0,1142	0,0456	0,0350	0,0266
0,0250	6,1610	0,7147	0,4379	0,2164	0,1609	0,0735	0,0597	0,0474
0,0300	6,2522	0,7939	0,5065	0,2685	0,2061	0,1032	0,0876	0,0716
0,0400	6,3965	0,9232	0,6224	0,3628	0,2906	0,1650	0,1485	0,1263
0,0500	6,5099	1,0279	0,7192	0,4470	0,3685	0,2276	0,2125	0,1854
0,0600	6,6050	1,1178	0,8041	0,5242	0,4415	0,2904	0,2772	0,2466
0,0700	6,6888	1,1983	0,8815	0,5968	0,5112	0,3532	0,3418	0,3086
0,0800	6,7654	1,2728	0,9539	0,9539	0,6661	0,5786	0,4160	0,4061
0,0900	6,8374	1,3434	1,0231	0,7334	0,6446	0,4788	0,4700	0,4338
0,1000	6,9063	1,4114	1,0902	0,7992	0,7095	0,5417	0,5363	0,4965
0,1500	7,2311	1,7347	1,4119	1,1186	1,0274	0,8558	0,8482	0,8106
0,2000	7,5468	2,0501	1,7271	1,4335	1,3421	1,1700	1,1636	1,1248
0,2500	7,8611	2,3644	2,0414	1,7478	1,6563	1,4841	1,4778	1,4390
0,3000	8,1753	2,6786	2,3556	2,0620	1,9705	1,7983	1,7919	1,7531
0,4000	8,8036	3,3069	2,9839	2,6903	2,5988	2,4266	2,4202	2,3814
0,5000	9,4320	3,9352	3,6122	3,3186	3,2271	3,0549	3,0486	3,0098
0,6000	10,0603	4,5636	4,2406	3,9469	3,8555	3,6833	3,6769	3,6381
0,7000	10,6886	5,1919	4,8689	4,5752	4,4838	4,3116	4,3052	4,2664
0,8000	11,3169	5,8202	5,4972	5,2036	5,1121	4,9399	4,9335	4,8947
0,9000	11,9452	6,4485	6,1255	5,8319	5,7404	5,5682	5,5618	5,5230
1,0000	12,5735	7,0269	6,7538	6,4602	6,3687	6,1965	6,1902	6,1513
2,0000	18,8567	13,3600	13,0370	12,7433	12,6519	12,4797	12,4733	12,4345
4,0000	31,4230	25,9263	25,6033	25,3097	25,2182	25,0460	25,0397	25,0009
8,0000	46,5557	51,0590	50,7360	50,4423	50,3509	50,1787	50,1723	50,1335
10,0000	69,1220	63,6253	63,3023	63,0087	62,9172	62,7450	62,7386	62,6999

Tabla 6.2. Resultados en forma de presión adimensional como función de tiempo adimensional para varios puntos del yacimiento cuadrado y cerrado al flujo de su

contorno exterior. (Continuación).

Tiempo adimensional t_{DA}	PRESIÓN ADIMENSIONAL XD=0,750 YD=0,500	XD=0,750 YD=0,750	XD=0,875 YD=0,000	XD=0,875 YD=0,500	XD=1,000 YD=0,000	XD=1,000 YD=0,250	XD=1,000 YD=0,500	XD=1,000 YD=0,750	XD=1,000 YD=1,000
0,0010	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0015	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0020	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0025	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0030	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0040	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0050	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0060	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0070	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0080	0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,0090	0,0003	0,0000	0,0004	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
0,0100	0,0005	0,0001	0,0008	0,0001	0,0003	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000
0,0150	0,0040	0,0008	0,0055	0,0016	0,0031	0,0023	0,0009	0,0002	0,0001
0,0200	0,0121	0,0036	0,0164	0,0060	0,0111	0,0087	0,0042	0,0014	0,0005
0,0250	0,0245	0,0091	0,0329	0,0143	0,0249	0,0203	0,0112	0,0045	0,0023
0,0300	0,0404	0,0177	0,0539	0,0264	0,0436	0,0365	0,0219	0,0102	0,0062
0,0400	0,0805	0,0437	0,1050	0,0600	0,0913	0,0793	0,0532	0,0307	0,0223
0,0500	0,1281	0,0800	0,1628	0,1030	0,1469	0,1308	0,0947	0,0623	0,4998
0,0600	0,1807	0,1241	0,2237	0,1525	0,2065	0,1871	0,1431	0,1029	0,0872
0,0700	0,2366	0,1740	0,2859	0,2064	0,2678	0,2460	0,1962	0,1502	0,1321
0,0800	0,2948	0,2279	0,3486	0,2632	0,3299	0,3064	0,2525	0,2023	0,1826
0,0900	0,3146	0,2846	0,4114	0,3219	0,3925	0,3677	0,3109	0,2579	0,2369
0,1000	0,4153	0,3334	0,4744	0,3820	0,4551	0,4296	0,3708	0,3157	0,2939
0,1500	0,7257	0,6500	0,7888	0,6913	0,7692	0,7421	0,6797	0,6209	0,5976
0,2000	1,0393	0,9632	1,1030	1,0047	1,0834	1,0561	0,9931	0,9338	0,9103
0,2500	1,3534	1,2772	1,4172	1,3188	1,3975	1,3702	1,3071	1,2478	1,2243
0,3000	1,6676	1,5913	1,7313	1,6330	1,7117	1,6843	1,6213	1,5620	1,5384
0,4000	2,2959	2,2196	2,3597	2,2613	2,3400	2,3127	2,2496	2,1903	2,1667
0,5000	2,9242	2,8479	2,9880	2,8896	2,9683	2,9410	2,8779	2,8186	2,7950
0,6000	3,5525	3,4763	3,6163	3,5179	3,5966	3,5693	3,5062	3,4469	3,4233
0,7000	4,1808	4,1046	4,2446	4,1462	4,2249	4,1976	4,1346	3,0756	4,0517
0,8000	4,8092	4,7329	4,8729	4,7745	4,8533	4,8269	4,7629	4,7036	4,6800
0,9000	5,4375	5,3612	5,5012	5,4029	5,4816	5,4542	5,3912	5,3319	5,3083
1,0000	6,0658	5,9895	6,1296	6,0312	6,1099	6,0826	6,0195	5,9602	5,9366
2,0000	12,3490	12,2727	12,4127	12,3144	12,3930	12,3657	12,3027	12,2434	12,2198
4,0000	24,9153	24,8321	24,9791	24,8807	24,9594	24,9321	24,8690	24,8097	24,7861
8,0000	50,0480	49,9717	50,1117	50,0134	50,0921	50,0647	50,0017	49,9424	49,9188
10,0000	62,6143	62,5381	62,6781	62,5797	62,6584	62,6311	62,5680	62,5087	62,4851

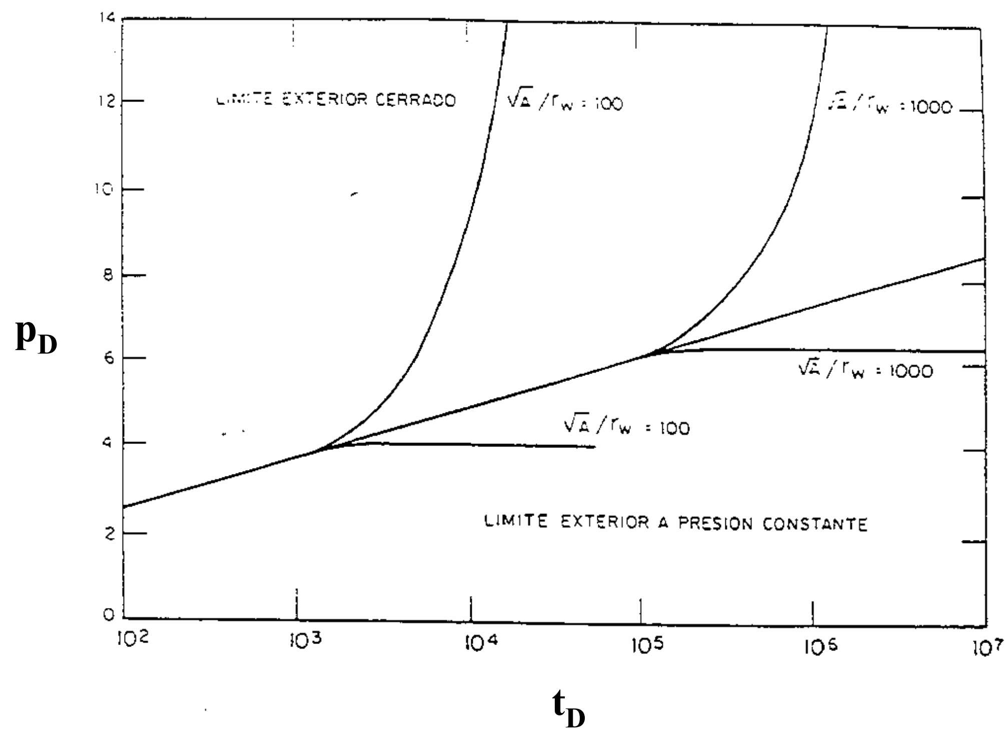
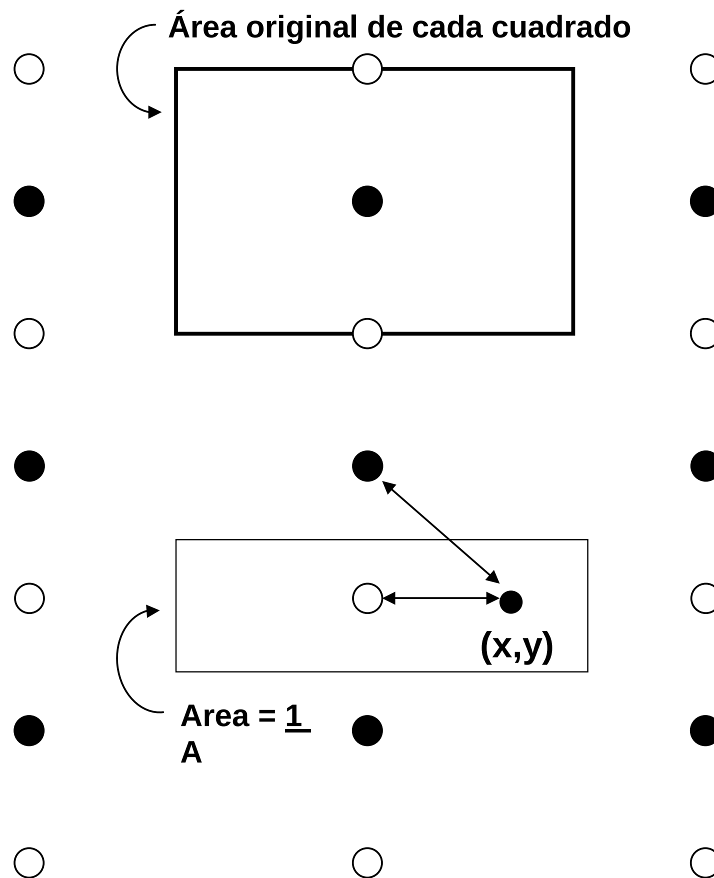


Figura 6.3. p_D vs. t_D para un pozo en el centro del cuadrado**.**



Figuras 6.4. Superposición de dos arreglos cuadrados para formar un rectangular 2:1.

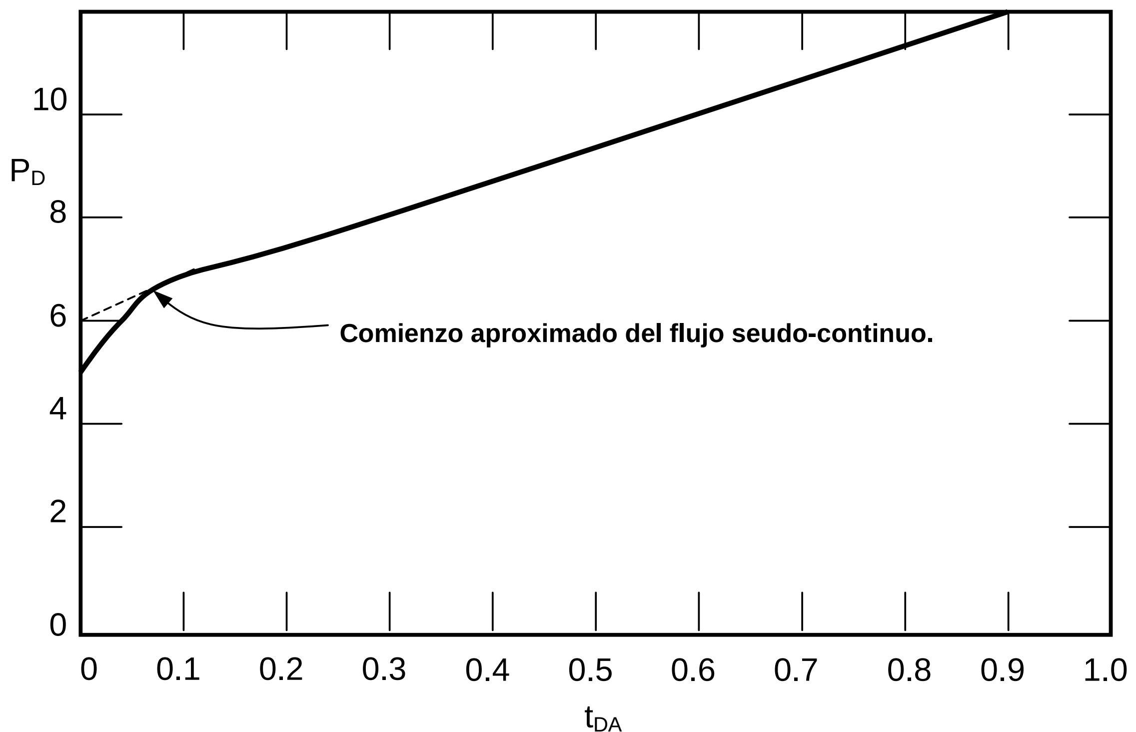


Figura 6.5. P_D vs. t_D para un pozo en el centro de un cuadrado finito produciendo a tasa de flujo constante.

ECUACIÓN BÁSICA DE PRUEBAS DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN.

Si un pozo se cierra por un tiempo Δt, después de haber estado produciendo por un tiempo (***t***) la caída de presión en el pozo (p_{ws}), vendrá dada por la solución de la ecuación (6-16):

$$p_{ws} = p_i - \frac{1412 q \mu B}{kh}\left[p_D\ (t+\Delta t)_D - p_D\ (\Delta t_D)\ \right] \quad (6\text{-}16)$$

El efecto de daño no aparece en la ecuación (6-14) ni en la ecuación (6-16). Es necesario emplear la siguiente ecuación, que define la presión de flujo en el pozo, antes de cerrarse, para determinar el efecto de daño (S).

$$\frac{kh\ (p_i - p_{wf})}{141.2q\mu B} = p_D\ (t_D) + S \qquad (6\text{-}17)$$

Restando la ecuación (6-16) de la ecuación (6-17), se obtiene:

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left[(p_i - p_{wf}) - (p_i - p_{ws})\right] = \frac{kh}{141.2q\mu B}(p_{ws} - p_{wf}) =$$

$$p_D\ (t_D) + S - p_D\ (t + \Delta t)_D + p_D\ (\Delta t_D) \qquad (6\text{-}18)$$

la cual puede ser resuelta para S:

$$S = \frac{kh}{141.2q\mu B}\left[(p_{ws} - p_{wf}) + p_D\ (t + \Delta t)_D - p_D\ (\Delta t)_D - p_D(t_D)\right] \qquad (6\text{-}19)$$

Si $\Delta t << t$ (esto no necesariamente supone flujo semi-continuo)

$$p_D\ (t + \Delta t)_D \approx p_D\ (t_D) \qquad (6\text{-}20)$$

y la ecuación (6-19) puede escribirse :

$$S = \frac{kh}{141.2\ q\mu B}(p_{ws} - p_{wf}) - p_D\ (\Delta t_D) \qquad (6\text{-}21)$$

Un concepto muy útil es el de presión promedia volumétrica, $\overline{p}$. Un balance volumétrico para un yacimiento cerrado de área A, es:

Volumen producido del yacimiento = Expansión de los fluidos inicialmente en el yacimiento.

Entonces:

$$5.615qBt = Ah\phi c\left(p_i - \overline{p}\right) \qquad (6\text{-}22)$$

que puede ser escrita :

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left(p_i - \overline{p}\right) = \frac{2\pi\ (0.00634)\ kt}{\phi\mu cA} = 2\pi\ t_{DA} \qquad (6\text{-}23)$$

La presión promedia volumétrica, también puede definirse como el límite de la presión de cierre p_{ws}, cuando el tiempo de cierre tiende a infinito:

$$\overline{p} = \lim_{\Delta t \to \infty} (p_{ws}) \qquad (6\text{-}24)$$

También $\overline{p}$ es la presión volumétrica promedio a cualquier tiempo; si:

$$\overline{p} = \frac{1}{v_t}\int_0^{v_t} p\ dv = \frac{1}{A}\int_0^{A} p\ dA \qquad (6\text{-}25)$$

El método de Muskat[7] y el método de Miller-Dyes-Hutchinson[8], consideran la diferencia de presión ($\overline{p}$ $-p_{ws}$), que puede ser originada de las ecuaciones (6-15) y (6-24).

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left(p_i - p_{ws}\right) - \left(p_i - \overline{p}\right) = \frac{kh}{141.2q\mu B}\left(\overline{p} - p_{ws}\right) = \qquad (6\text{-}26)$$

$$p_D\ (t + \Delta t)_D - p_D\ \left(\Delta t_D\right) - 2\pi\ t_{DA}$$

Horner[9] sugirió que un gráfico de p_{ws} contra el $\ln\left[\left(t+\Delta t\right)/\Delta t\right]$ debería ser una recta y podría ser extrapolada a una falsa presión, p*. Añadiendo y restando ½ ln $\left(t+\Delta t\right)_D$ al miembro derecho de la ecuación (6-15). (Figura 6.9)

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left(p_i-p_{ws}\right)=p_D\ \left(t+\Delta t\right)_D-p_D\ \left(\Delta t_D\right)+ \qquad (6\text{-}27)$$

$$1/2\ \ \ln\ \left(t+\Delta t\right)_D-\frac{1}{2}\ln\ \left(t+\Delta t\right)_D$$

La ecuación (6-27) puede ser usada para expresar $p_D\ \left(\Delta t_D\right)$ para tiempos de cierres cortos Δt, y para muchas áreas de drenaje:

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left(p_i-p_{ws}\right)=p_D\ \left(t+\Delta t\right)_D-1/2\left[\ \ln\ \left(\Delta t_D\right)+0.80907\right]+$$

$$1/2\ \ \ln\ \left(t+\Delta t\right)_D-1/2\ \ \ln\ \left(t+\Delta t\right)_D \qquad (6\text{-}28)$$

La ecuación (6-28) puede ser arreglada en la forma siguiente:

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left(p_i-p_{ws}\right)=1/2\ \ \ln\ \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)+p_D\ \left(t+\Delta t\right)_D$$

$$-1/2\ \left[\ln\ \left(t+\Delta t\right)_D+0.80907\right] \qquad (6\text{-}29)$$

Note que el suscrito D puede ser eliminado de la razón de tiempos.

Los últimos dos tiempos de la ecuación (6-28) se eliminarían si $p_D\ \left(t+\Delta t\right)_D$ pudiese ser representada por la aproximación logarítmica de la ecuación (6-18). Bajo estas condiciones la ecuación (6-28) indica que p_{ws} sería una función lineal de ln $\left(t+\Delta t\right)/\Delta t$, para todo tiempo de cierre. Esto implicaría que la presión

falsa de Horner[9], (p*), sería igual a la presión inicial (p_i), cuando la producción acumulada es más pequeña y no suficiente para reducir la presión media $\overline{p}$ significativamente.

Supongamos ahora que Δt es muy pequeño comparado con t.

Esto es $\Delta t << t$. Observe que esta condición es casi siempre posible para cualquier tiempo de producción. No se ha supuesto que el tiempo de producción es muy grande, tal que el estado de flujo semi-continuo haya sido alcanzado. Bajo esta condición:

$$t + \Delta t \approx t$$

y la ecuación (6-29) puede escribirse :

$$\frac{kh}{141.2 q \mu B}\left(p_i - p_{ws}\right) = 1/2 \;\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) +$$

$$p_D\left(t_D\right) - 1/2\left(\ln\; t_D + 0.80907\right) \tag{6-30}$$

La ecuación (6-30) es una línea recta en papel semi-log y dicha ecuación puede ser evaluada a $\Delta t = \infty$.

Con:

$$\frac{t+\Delta t}{\Delta t} = 1 \qquad \text{y} \;\; p_{ws} \approx p^*$$

Entonces:

$$\frac{kh}{141.2 q \mu B}\left(p_i - p^*\right) = p_D\left(t_D\right) - \frac{1}{2}\left[\left(\ln\left(t_D\right) + 0.80907\right)\right] \tag{6-31}$$

p^* podría ser igual a p_i, sólo cuando el tiempo de producción sea bastante pequeño, de tal forma que p_D (t_D) pueda ser representado por la aproximación semilog.

Matthews - Brons - Hazebroek [2] definieron una diferencia de presión en términos de (p^* - $\bar{p}$). Esta función se usa para obtener $\bar{p}$, a partir de la falsa presión p*, y puede ser obtenida a partir de las ecuaciones (6-23) y (6-30). Restando (6-30) de (6-24)

Así:

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}(p_i - \bar{p}) - (p_i - p^*)\frac{kh}{141.2q\mu B}(p_i - \bar{p}) = 2\pi\ t_{DA} -$$

$$p_D\ (t_D) + 1/2\ \left[\ln\ t_D + 0.80907\right] \qquad (6\text{-}32)$$

La ecuación (6-31) puede ser usada para hallar la presión adimensional Matthews - Brons - Hazebrock[2] que fue definida como dos veces la ecuación (6-31).

$$p_{DMBH} = \frac{kh}{70.65q\mu B}(p^* - \bar{p}) = 4\pi\ t_{DA} - \ 2\ p_D\ (t_D) + \left(\ln\ t_D + 0.80907\right) \qquad (6\text{-}33)$$

Si (t_D) es pequeño, tal que, la aproximación semi-log de la ecuación (6-18) se aplica a los dos últimos términos de la ecuación (6-32), estos se cancelan y la función p_{DMBH} sería igual a 4π (t_{DA}). Si (t_D) es suficientemente grande, que pudiese ser reemplazado por la ecuación (6-20), la ecuación (6-31) se convertirá en:

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}(p^* - \bar{p}) = 2\pi t_{DA} - 1/2\ \ln\ \frac{4A}{\gamma C_A r_w^2} - 2\pi t_{DA} +$$

$$1/2\ \ln\ \frac{4At_{DA}}{\gamma r_w^2} = 1/2\ \left(\ln C_A t_{DA}\right) \qquad (6\text{-}34)$$

donde γ es igual a la exponencial de la constante de Euler:

$\gamma = \exp(0.5772...) = 1.781.....$

Para $t_{DA} \geq$ comienzo del período de flujo semi -continuo.

Luego:

$$\frac{kh}{70.65q\mu B}\left(p^* - \bar{p}\right) = \ln\left(C_A t_{DA}\right) \qquad (6\text{-}35)$$

para la misma condición de t_{DA} que la ecuación (6-34).

Brons y Miller[5], presentaron ecuaciones para estados semi - continuos, para áreas rectangulares en términos de la diferencia de presión ($\bar{p}$ $-p_{wf}$). Usando las ecuaciones (6-17) y (6-23):

$$\frac{kh}{1412q\mu B}\left(\bar{p} - p_{wf}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4A}{\gamma C_A r_w^2}\right) + S \qquad (6\text{-}36)$$

Ahora utilizaremos las ecuaciones desarrolladas para analizar los métodos convencionales de Análisis de Pruebas de Pozos.

MÉTODO DE MUSKAT[7] EXTENDIDO.

El método extendido de Muskat[7] emplea un gráfico semi-log de $\left(\bar{p} - p_{ws}\right)$ vs Δt. La base del método es la ecuación (6-26).

$$\frac{kh}{1413q\mu B}\left(\bar{p}-p_{ws}\right)=p_D\ \left(t+\Delta\ t\right)_D-p_D\ \left(\Delta\ t\right)_D-2\pi t_{DA} \qquad (6\text{-}26)$$

El análisis previo del método de Muskat[7] había supuesto que el pozo produjo hasta la condición de flujo semi - continuo.

Esta suposición puede removerse y usar la ecuación (6-26) para cualquier tiempo de producción como puede verse en la Figura 6.6 donde todas la líneas se convierten en línea rectas.

La Figura 6.6 presenta el gráfico extendido de Muskat[7] para diversos tiempos de producción, t_{DA} como parámetro. Se requiere obtener una línea recta cuando el valor correcto de $\bar{p}$ ha sido seleccionado. Las pendientes de las líneas rectas son iguales y están relacionadas a la difusividad, mientras que el intercepto está relacionado al producto (kh), en una función de tiempo de producción, excepto para t_{DA}>0.1.

La Figura 6.7 presenta un gráfico del intercepto como función de tiempo de producción. Es claro que con el gráfico de Muskat[7], el producto (kh) debe determinarse para el tiempo de producción mayor a aquel al cual se alcanza flujo semi-continuo o hacer las correcciones necesarias mediante la Figura 6.6.

La línea de trazos en la Figura 6.6 indica un límite inferior o comienzo de la línea recta. El tiempo parece aumentar al disminuir el tiempo de producción y está comprendido entre Δt_{DA} de 0.05 y 0.06. La línea de trazos de la derecha representa un límite superior para la línea recta, el valor de Δt_{DA} está comprendido entre 0.02 y 0.1 y parece decrecer al disminuir el tiempo de producción.

El método de Muskat [7] contiene también la posibilidad teórica de estimar (ϕcA)

de la pendiente de la línea recta. (La pendiente de todas las líneas rectas es 0.056^{-1} log $_{10}$ ~.)

La ecuación de la pendiente es:

$$\phi cA = \frac{-0.113\ k}{\mu} \qquad \text{(Pendiente, log}_{10}\ \sim\ \text{días}^{1}\text{)} \qquad (6\text{-}37)$$

El efecto de daño puede ser determinado de la ecuación (6-16) después de sustituir la expresión apropiada para p_D (t_D).

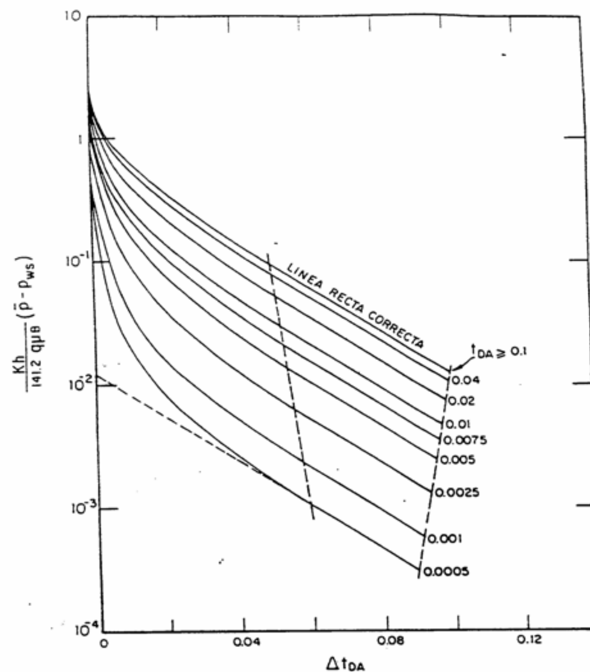


Figura 6.6. Gráfico generalizado de Muskat para un pozo localizado en el centro de un cuadrado.

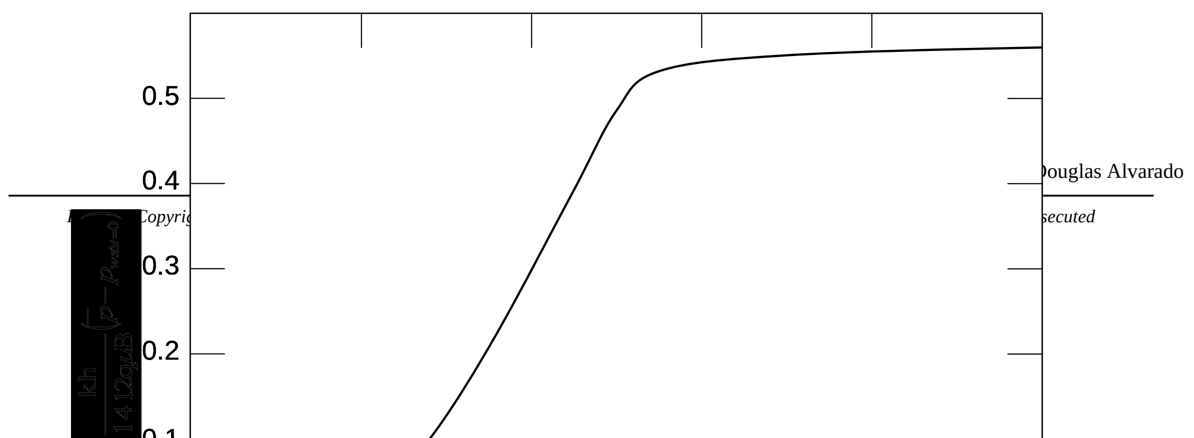


Figura 6.7. Intercepto del gráfico de Muskat, como función adimensional de producción, para un pozo localizado en el centro de un cuadrado.

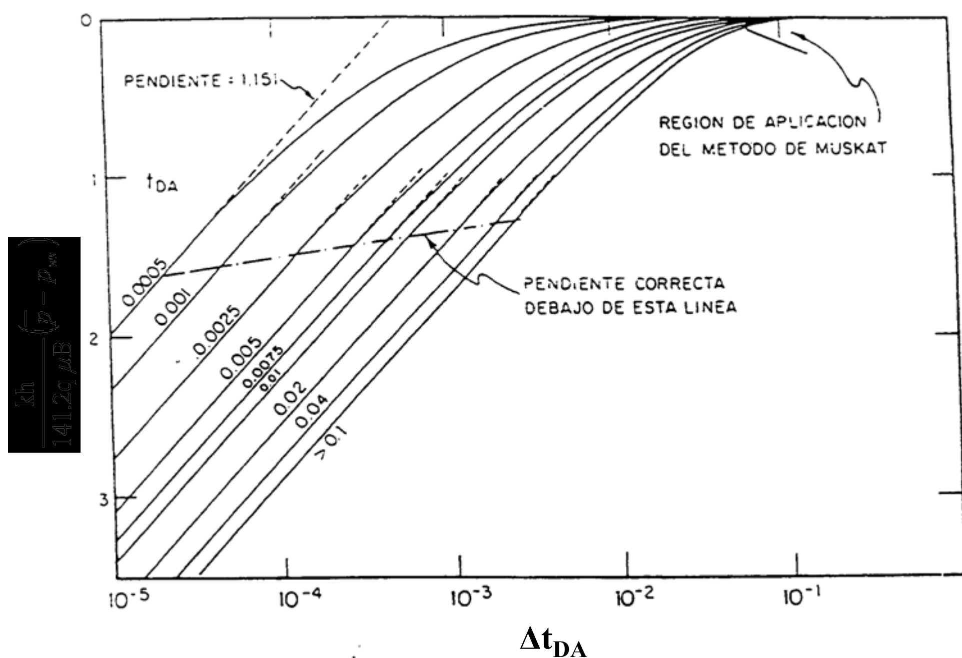


Figura 6.8. Gráfico generalizado de Millar – Dyes –Hutchinson (MDH), para un pozo localizado en el centro de un pozo cuadrado.

VARIAS CONCLUSIONES PUEDEN SUMARIZARSE CON RESPECTO AL MÉTODO DE MUSKAT.

1. Es importante hacer chequeo del tiempo adimensional para determinar si el tiempo de cierre fue lo suficientemente grande. A bajos tiempos de cierre, las líneas son cóncavas hacía arriba y con la aplicación del método a estos datos, daría valores bajo de $\overline{p}$.

2. El tiempo de cierre para determinar algunas variables tal como (kh), efecto de daño y presión estática, es bastante alto en comparación con el tiempo requerido para determinar las mismas propiedades con otros métodos.

3. Solo una porción muy corta de la curva se vuelve línea recta (un tercio de log) y para tiempo de producción pequeño, p_{ws} es muy aproximada a $\overline{p}$, lo cual podría dificultar la aplicación del método.

MÉTODO DE MILLER - DYES - HUTCHINSON[8].

La ecuación (6-26) es la base para el análisis del método:

$$\frac{kh\ (\overline{p}-p_{ws})}{1412q\mu B} = p_D\ (t+\Delta t)_D - p_D\ (\Delta t_D) - 2\pi t_{DA} \qquad (6\text{-}26)$$

El método establece que un gráfico de la presión de cierre, contra el logaritmo del tiempo de cierre debe producir una línea recta cuya pendiente es proporcional al producto (kh).

La presentación original de este método supone que el pozo ha producido hasta el período semi - continuo. Sin embargo la ecuación (6-26) puede usarse para generalizar el método.

La Figura 6.8 presenta el gráfico de restauración de presión para diversos tiempo

de producción. Todas las curvas mostraron la misma pendiente igual a, 1.151, a tiempos cortos y de cierre.

La pendiente de 1.151 es la razón 2.032/2. Así que todas las curvas deberían dar el valor apropiado de (kh) si se selecciona la línea recta correctamente. Sin embargo, note la línea horizontal en la Fig. 6.8: esta línea indica el tiempo máximo de cierre en el tope de la línea recta. La duración de la línea recta, depende del tiempo de cierre si se incrementa al aumentar el tiempo de producción. La transición entre la línea recta apropiada y las condiciones de presión estática parecen aumentar al disminuir el tiempo de producción. Note que a pequeños tiempos de producción la duración de la línea recta apropiada es muy corta y cualquier fenómeno que obscurezca la línea recta (efecto de llene y/o daño), podría resultar en un bajo valor de la pendiente y en consecuencia, en un alto valor para (kh).

El valor de la permeabilidad se determina de la fórmula:

$$kh = 162.6\frac{q\mu B}{mh} \qquad (6\text{-}38)$$

Luego, es posible determinar t_{DA} y Δt_{DA} para determinar con la Figura 6.8, si los datos de restauración de presión caen debajo de la línea horizontal.

Si los datos de restauración de presión caen debajo de la línea recta horizontal , la Figura 6.9 puede usarse para determinar la presión estática, $\overline{p}$. El procedimiento consiste en calcular t_{DA} para un tiempo de restauración sobre la línea recta y después leer la presión adimensional correspondiente de la Figura 6.9. Luego, $\overline{p}$, puede determinarse de la presión de cierre, p_{ws} , que corresponde a t_{DA} .

Para tiempos cortos de producción, este procedimientos podría dar valores altos de $\overline{p}$.

El Skin puede ser determinado con las ecuaciones (6-16) y (6-17).

Donde:

$$S = 1.151\left[\frac{p_{1hora} - p_{wf}}{m} - \log\frac{k}{\phi\mu c_w^2} + 3.23\right] \quad (6\text{-}39)$$

MÉTODO DE HORNER[9].

La ecuación (6-29) es la ecuación básica de interpretación:

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left(p_i - p_{ws}\right) = \frac{1}{2}\ \ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) + p_D\ \left(t+\Delta t\right)_D$$

$$-\frac{1}{2}\left[\ln\ \left(t+\Delta t\right)_D + 0.80907\right]$$

(6-29)

La ecuación (6-29) puede usarse para preparar la Figura 6.8. Como puede observarse, en dicha figura todos los tiempos de producción $t_{DA} < 0.06$, originan la misma línea recta y tienen la pendiente de 1.151 y la extrapolación es p_i (a una razón de tiempos iguales a uno). $\overline{p}$ Será diferente para todos los diferentes tiempos de producción; esto puede ser determinado de las líneas horizontales a razón de tiempos cercanos a la unidad. El valor de $\overline{p}$ viene dado por el balance volumétrico de la ecuación (6-23).

$$\frac{kh}{141.2q\mu B}\left(p_i - \overline{p}\right) = 2\pi t_{DA} \quad (6\text{-}23)$$

Es interesante notar que $\overline{p}$ se alcanza para todos los casos cuando $\Delta t_{DA} = 0.1$ para un pozo en el centro del cuadrado cerrado. Esto puede ser visto por la línea punteada de la Figura 6.9.

Ramey y Cobb [4] demostraron que el gráfico de Horner[9] producía una línea recta de mayor longitud que en el gráfico de MDH para diversos tiempos de producción y concluyeron que para el caso del yacimiento cuadrado con un pozo en el centro, el método de Horner[14] es superior al método MDH.

Es posible demostrar que:

$$\ln\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} = 4\pi t_{DA} - 2\ p_D(t_D) + \left(\ln\ t_D + 0.80907\right) \quad (6\text{-}40)$$

y si el tiempo de producción es muy corto , tal que, la aproximación logarítmica se cumpla para $P_{D,}$

$$\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} = \exp\ \left(4\pi t_{DA}\right) \quad (6\text{-}41)$$

y si t_D es muy grande tal que la aproximación de flujo semi - continuo se cumpla para P_D.

$$\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} = C_A t_{DA} \quad (6\text{-}2)$$

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 6

Figura 6.1.- Octante de un cuadrado mostrando el pozo y las localizaciones de los puntos de presión.

Figura 6.2.- Superposición de un arreglo infinito de pozos para generar el comportamiento de presión de un yacimiento cuadrado con un pozo en el centro.

Figura 6.3.- P_D vs t_{DA} para un pozo en el centro de un yacimiento cuadrado finito produciendo a tasa de flujo constante.

Figura 6.4.- p_D vs t_D para un pozo en el centro de cuadrado.

Figura 6.5.- Superposición de dos arreglos cuadrados para formar un rectangular 2:1.

Figura 6.6.- Gráfico generalizado de Muskat para un pozo localizado en el centro de un cuadrado.

Figura 6.7.- Intercepto del gráfico de Muskat, como función del tiempo adimensional de producción, para un pozo localizado en el centro de un cuadrado.

Figura 6.8.- Gráfico generalizado de Miller-Dyes-Hutchinson (MDH) para un pozo localizado en el centro de un cuadrado.

Figura. 6.9.- Gráfico de Horner generalizado, para un pozo en el centro de un cuadrado.

REFERENCIAS CAPITULO 6

1. Van Everdingen, A.F. and Hurst, W.: “The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoir, “Trans. AIME (1949) **186**, 305 - 324.

2. Matthews, C.S., Brons, F., and Hazebroek , P.: “A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir“ Trans., AIME (1954) 201**,** 182-191.

3. Earlougher , R.C. , Jr. , Ramey , H.J. , Jr. , Miller , F. G. , and Mueller , T.D. : “Pressure Distributions in Rectangular Reservoirs , JPT. (Fab. 1968) 199 - 208.

4. Ramey , H.J. , Jr. and Cobb , W. M . : “A General Pressure Buildup Theory for a well in a closed Drainage Area” JPT (Dec. 1971) 1493, 1505; Trans., AIME, 251.

5. Brons, F. and Miller, W.C.: “A Simple Method for Correcting Spot Pressure Readings, “ JPT. (Aug. -1961) 803 - 805 .

6. Matthews, C.S.: “Analysis Pressure Build-up and Flow Test Data”, JPT, 1961. 13(9), 862-870.

7. Muskat, M.: “Use of Data on the Build-up of Bottom Hole Pressure”, Trans, AIME (1937) **123**, 44-48.

8. Miller, C.C. -Dyes A-Hutchinson, C.A., Jr.: “The Estimation of Permeability and Reservoirs Pressure from Bottom-Hole Pressure Build-up Characteristics”, Trans., AIME (1950) **189,** 91-104.

9. Horner, D.R.: “Pressure Build-up in Well”, Proc., third World Pet. Cong., E.J. Bill, Leiden (1951) II, 503.

CAPÍTULO 7
REVISIÓN CRÍTICA DE PRUEBAS DE PRESIÓN PARA POZOS EN YACIMIENTOS DE GAS

GIOVANNI DA PRAT
Departamento de Ingeniería Petróleo
INTEVEP, S.A.

RESUMEN: Se presentan los métodos utilizados para interpretar pruebas de presión de pozos situados en yacimientos de gas. Se discuten los fundamentos teóricos y los principios físicos sobre los cuales se basa la interpretación de las pruebas, con la facilidad de conocer sus ventajas y limitaciones. Se analizan dos tipos de pruebas: (a) las que dan información sobre la capacidad de suministro o disponibilidad del yacimiento y (b) las que permiten conocer las características físicas del sistema.

ABSTRACT: The methods used for interpreting pressure data from gas wells are presented.
Their physical principles and theoretical base are discussed in order to better understand the validity of the interpretations and their advantages and limitations. Two types of tests are analyzed: (a) deliverability tests which yield information about the capacity of the reservoir, and (b) transient test that provide data on the physical parameters of the system.

INTRODUCCIÓN

La optimización de la producción de un yacimiento de gas depende en gran parte del conocimiento de los parámetros físicos del sistema. Algunos de ellos, tales como permeabilidad, espesor del yacimiento, daño a la formación y tamaño del sistema, pueden obtenerse por medio de pruebas de presión en el pozo. Estas

pruebas también permiten determinar la capacidad o "disponibilidad" de un yacimiento de gas y estimar la tasa de suministro en función de la caída de presión.

Este trabajo está dirigido al estudio del yacimiento, a través de datos obtenidos mediante pruebas de presión en los pozos (variaciones de presión y tasa de suministro). El análisis de las pruebas permite estimar los valores promedios de las variables básicas del yacimiento y del fluido, i.e., el producto permeabilidad-espesor, (kh), el daño a la formación (s) y el producto ($\Phi\ c_t\ h$). Estas variables sirven para el cálculo de las reservas del yacimiento y de la tasa de suministro en función del tiempo, lo cual a su vez refleja su estado de agotamiento.

PRINCIPIOS FÍSICOS

Entre los antecedentes que tuvieron de base a la formulación de la teoría matemática para interpretar pruebas de presión está el trabajo de Aronofsky y Jenkins[1], quienes concluyeron que las soluciones lineales usadas para describir el flujo de líquidos podían ser aplicadas al flujo de gases ideales con producción a tasa constante.

Posteriormente, se investigó el flujo de gases "reales" en base a propiedades del gas dependiente de la presión, tales como la viscosidad (---) y el factor de comprensibilidad (z). Esta dependencia hace que, la ecuación diferencial que describe el flujo de gas sea no lineal y, por consiguiente que sea posible interpretar una restauración de presión (Build-up), basada en la superposición de soluciones lineales. Al-Hussainy et al.[2], introdujeron el concepto de potencial, a fin de reducir la ecuación para flujo de gas a una ecuación parecida a la difusión de líquidos.

El efecto de la turbulencia es importante en el flujo de gases, ya que la velocidad de flujo del gas aumenta apreciablemente cerca del pozo. Ramey[3], presentó un método, aplicable bajo régimen turbulento y con efecto de almacenamiento de poso (lo cual podía distorsionar los resultados al comienzo de las pruebas de restauración o arrastre).

Los fundamentos teóricos para interpretar pruebas de presión han sido publicados en numerosos artículos, tales como Al-Hussainy et al[2], Energy Resources Conservation Board[4], Ikoku [5] y Sampaio De Almeida [6]. En general, se supone un sistema radial ideal de flujo, en donde el espesor de la formación, la porosidad, la permeabilidad, la temperatura y composición del gas son constantes y uniformes a través del yacimiento y la comprensibilidad, viscosidad y densidad del gas, son funciones de la presión. Combinando las ecuaciones de continuidad, Darcy y de estado para un gas no ideal, se obtiene la siguiente ecuación no lineal:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{rp}{\mu(p)z(p)}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{p}{z(p)}\right] \qquad (7\text{-}1)$$

(Cuyos símbolos son definidos en la nomenclatura)

Bajo la suposición de un gradiente de presión despreciable, esta ecuación se transforma en una expresión similar a la usada para estudiar la conducta de un gas ideal. Sin embargo, esta suposición no es válida en muchos casos.
Usando la siguiente definición:

$$m(p)=2\int_{p_b}^{p}\frac{p}{\mu(p)z(p)}dp \qquad (7\text{-}2)$$

en donde p_b es una presión de referencia, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 m(p)}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial m(p)}{\partial r}\right]=\frac{\phi\mu(p)c_g(p)}{k}\left[\frac{\partial m(p)}{\partial t}\right] \qquad (7\text{-}3)$$

Luego:

$$c_g(p)=\frac{1}{p}-\frac{1}{Z(p)}\left[\frac{dz(p)}{dp}\right] \qquad (7\text{-}4)$$

(Representa la comprensibilidad isotérmica del gas).

La ecuación (7-3) es similar a la ecuación para líquidos, pero no es lineal ya que depende de la presión.

Aronofsky y Jenkins[1] demostraron que la producción de un gas natural proveniente de un yacimiento infinito puede ser analizada por medio de las soluciones de van Everdingen y Hurst [7], para el caso líquido. Basado en esta observación, Al Hussainy et al [2], demostraron que la solución para flujo de gas real se puede correlacionar como función de tiempo adimensional, en base a los valores iniciales de la viscosidad y de la comprensibilidad, es decir, definiendo a t_D como:

$$t_D = \frac{kt}{\phi(\mu c_g) r_w^2} \tag{7-5}$$

y la caída de potencial adimensional, m_D, como:

$$m_D(r_D, t_D) = \frac{\pi k h T_{sc}}{q_{sc} p_{sc} T}\left[m(p_i) - m(r,t)\right] \tag{7-6}$$

Esta ecuación es análoga a la definición de la caída de presión adimensional para el caso de flujo de líquidos p_D (r_D, t_D):

$$p_D = \frac{kh}{141.2 q B_o \mu}\left(p_i - p_{wf}\right) \tag{7-7}$$

De acuerdo a Al-Hussainy et al[2], las soluciones para m_D y p_D son aproximadamente iguales (Figura 7.1) en el intervalo mostrado de la tasa de producción (incluyendo condensados) y para tiempos en los cuales no hay efectos de borde. Para tiempos con efectos de bordes notables, m_D es inferior a p_D y no hay manera de predecir la calidad de la aproximación.

Wattenbarger y Ramey[8] extendieron el trabajo de Al-Hussainy et al.[2], empleando el concepto de potencial m (p), para estudiar el efecto de la turbulencia en un

prueba de caída de presión o en una prueba de restauración. Así mismo, estudiaron los efectos de almacenamiento de pozo y daño a la formación. Por su parte, Ikoku [5], concluyó que dada la relación existente entre m_D y p_D, muchas de las reglas usadas comúnmente en los análisis de prueba de presión para líquidos (e.g., estimar el inicio de la recta semilogarítmica), también puede aplicarse al flujo de gas.

La solución m (p) en la ecuación (7-3), para un pozo localizado en un yacimiento infinito con efecto de daño a la formación y turbulencia, está dado por:

$$m(p_{wf}) = m(p_i) - 1637(\log t_D + 0.3513 + 0.87S + 0.87Dq) \qquad (7\text{-}8)$$

Esta ecuación se puede aplicar a pruebas de restauración de presión y pruebas de flujo. En el caso de flujo, la gráfica de m (p) vs. Log t_D es una recta, de cuya pendiente m se puede obtener el producto permeabilidad-espesor:

$$kh = 1637\frac{qT}{m} \qquad (7\text{-}9)$$

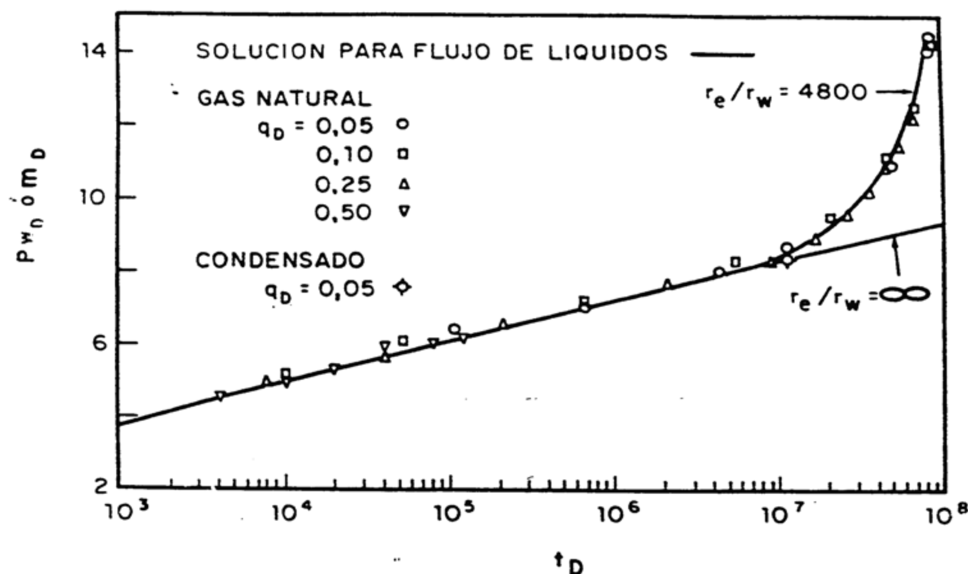


Figura 7.1.s Soluciones para m_D y p_D según Al-Hussainy et al[2].

En el caso de una prueba de restauración, se obtiene la siguiente ecuación:

$$m(p_{ws}) = m(p_i) - 1637\frac{qT}{kh}\log\left(\frac{t_D + \Delta t}{\Delta t}\right) \quad (7\text{-}10)$$

Así, una gráfica tipo Horner[14] $m(p_{ws})$ vs. Log $((t_D+\Delta t)/\Delta t)$ debe producir una línea recta cuya pendiente, permite calcular el producto (Kh) por medio de la Ecuación (7-9). El daño a la formación (S) y el factor de la turbulencia (D), se pueden calcular de las siguientes ecuaciones:

$$S + Dq = 1.151\left[\frac{m(p_i) - m(p1hr)}{-m} - \log\frac{k}{\phi(\mu c_t)_i r_w^2} + 3.23\right] \quad (7\text{-}11)$$

Otra prueba de interés es la interferencia, la cual consiste en observar las variaciones de presión en un pozo a raíz de la inyección o producción en un pozo adyacente. Esta prueba permite calcular los productos (Kh) y (Φ C_th)
Flingelman [9], concluye que las pruebas de interferencia utilizando el concepto de m(p) son útiles, ya que permiten, utilizar los análisis convencionales de Curva Tipo. Este método puede ser aplicado directamente a las pruebas de contra-presión ("back-pressure") para determinar la capacidad de suministro del sistema. La interpretación de una prueba de este tipo se basa en la ecuación siguiente:

$$q = C\left(\bar{p}^2 - p_{wf}^2\right)^n \quad (7\text{-}12)$$

Según la cual la representación gráfica de la tasa $q \text{ vs.} \left(\bar{p}^2 - p_{wf}^2\right)$ en el papel Log - Log daría una línea recta (Ver Figura 7.2). El coeficiente C y el exponente n son tomados como constantes, e independientes de la tasa de suministro.
De manera similar, si se usa la definición m(p) y se presenta gráficamente Log [m(p) – $m(p_{ws})$] vs. Log(q) debe obtenerse una curva tipo contra-presión, cuya expresión matemática es la siguiente:

$$q = 1.987x10^{-5}\left(\frac{khT_{sc}}{p_{sc}T}\right)\left(m(\bar{p}) - m(p_{ws})\right) + \left(\ln\left(\frac{0.472r_e}{r_w}\right) + S + Dq\right) \quad (7\text{-}11)$$

De acuerdo a esta situación, la curva no tiene que ser línea recta. (Figura 7.4)

En resumen, hay dos relaciones para interpretar pruebas de pozos en yacimiento de gas: la ecuación (7-12), basada en observaciones empíricas y en diversas suposiciones, y la ecuación (7-13), fundamentada en la teoría de flujo de gas. El uso de una u otra, depende de las condiciones específicas y para ciertos casos sus resultados similares, en particular para tasas pequeñas.

El cálculo de la tasa en función del tiempo de vida del yacimiento, se puede hacer mediante la Figura 7.5 y una gráfica de p/z vs. Producción acumulada, sujeto a las condiciones específicas en los contratos de venta para la tasa de producción

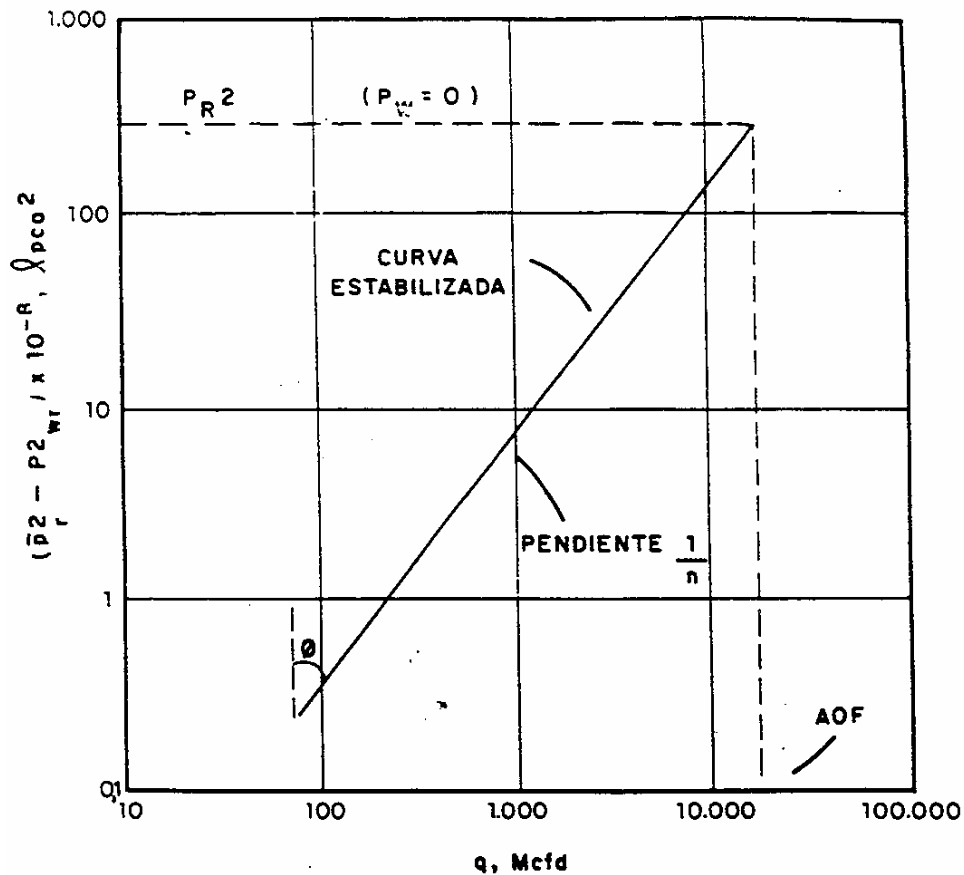


Figura 7.2. Representación gráfica de $\left(\overline{p}^2 - p_{wf}^2\right)$ vs log(q)

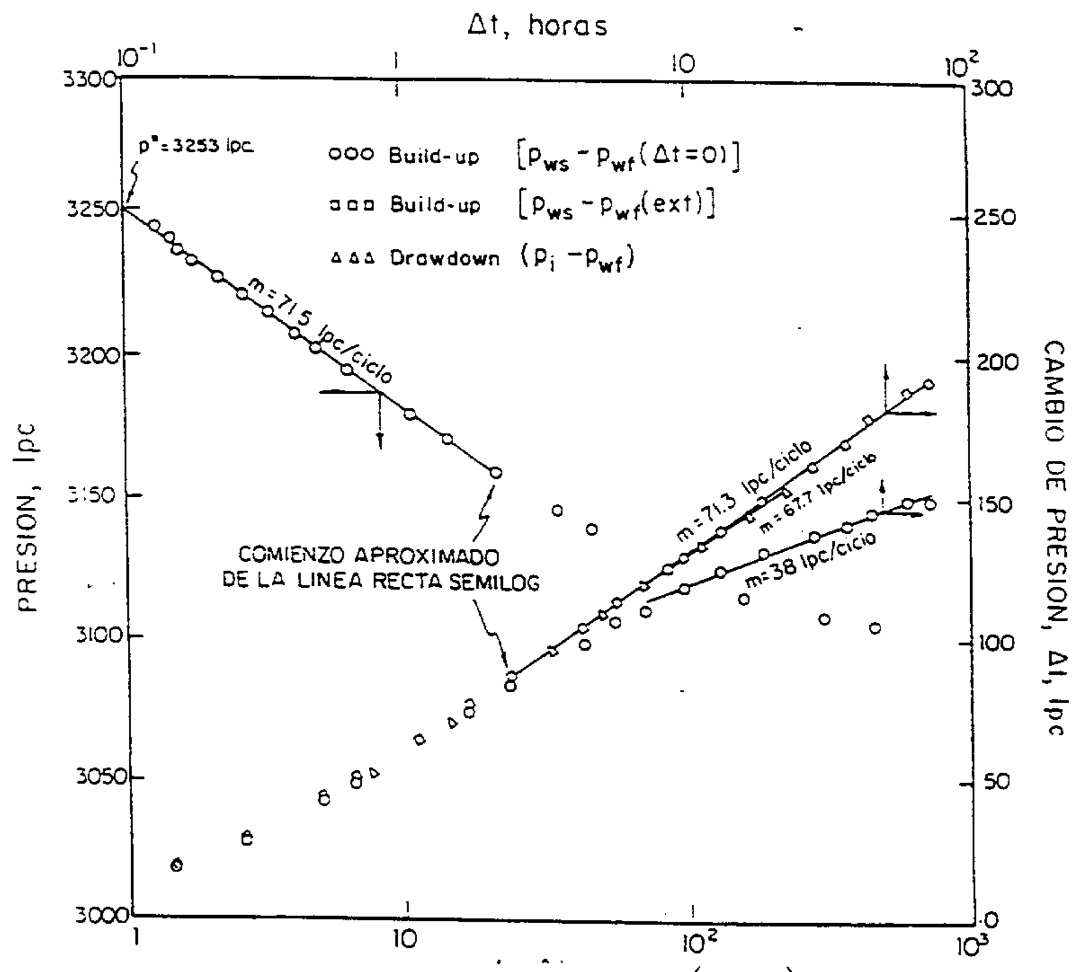


Figura 7.3. Gráfico de Horner m(p_{ws}) vs $\log\left(\frac{t_D + \Delta t}{\Delta t}\right)$

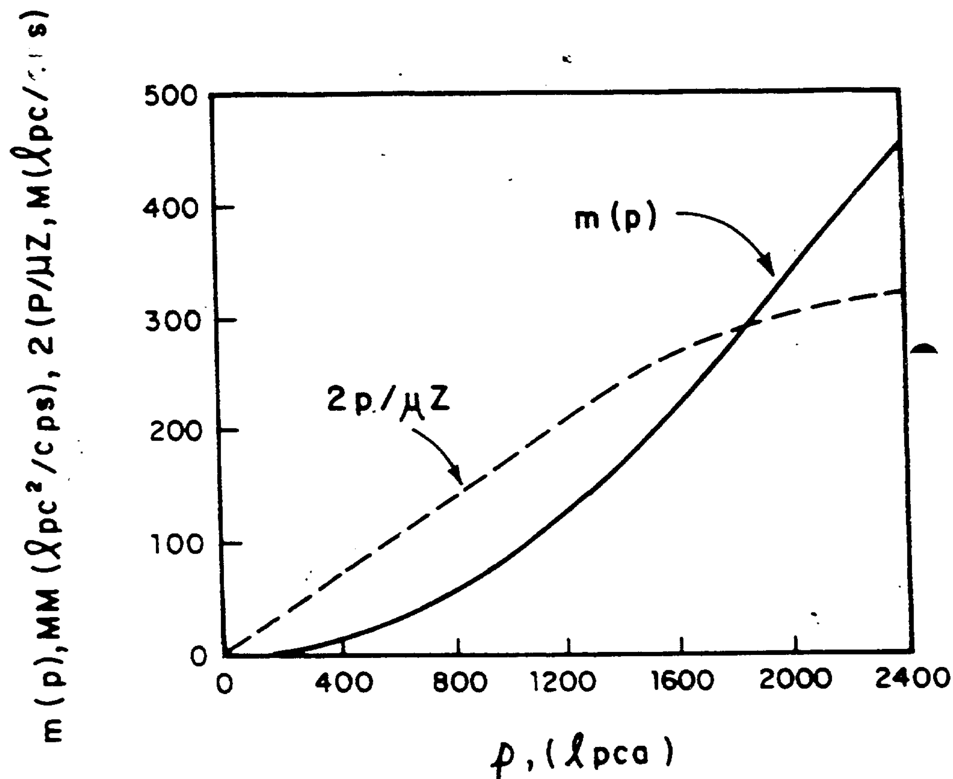


Figura 7.4. Curva tipo m(p) vs. p

TIPOS DE PRUEBAS

Anteriormente, el potencial de un pozo se determinaba ventilando gas a la atmósfera y midiendo la tasa la cual representaba el potencial máximo (AOF). Este método ha sido desechado ya que dala el pozo y desperdicia una cantidad considerable de gas. Hoy día, se utilizan básicamente dos tipos de pruebas: las de flujo estabilizado y las de flujo transitorio.

Entre las primeras se encuentra la prueba tipo convencional (ver Figura 7.5) en donde se selecciona una tasa q_1 y se espera a que la presión de fondo se estabilice a un nivel p_{wf}. El proceso se repite aumentando gradualmente la tasa y observando la presión estabilizada hasta que finalmente se cierra el pozo. Luego

se prepara la gráfica $\mathrm{Log}\left(\bar{p}^2 - p_{wf}^2\right)$ vs. Log q, y se obtiene una curva similar a la de la Figura 7.5, la cual es una curva estabilizada que puede ser usada para cálculos directos de suministro o disponibilidad futuros. Esta prueba es deseable para formaciones de alta permeabilidad. Otra prueba que no depende de la estabilización de la presión es la prueba isocronal.

En la Figura 7.6 se observa que, después de cada cambio en magnitud de la tasa, se toman las presiones a intervalos iguales y luego se cierra el pozo hasta restaurar la presión original. Se repite para las tasa q_2, q_3, q_4 y q_5, y se mide la presión estabilizada. Antes de la prueba isocronal, debe haberse alcanzado la presión estabilizada en el yacimiento. Esto puede ser poco práctico, en especial para las formaciones de poca permeabilidad. Otra prueba que evita dicha limitación es la prueba isocronal modificada (Figura 7.7), la cual se inicia a la presión no estabilizada. En esta prueba el tiempo de producción es igual al tiempo de cierre del pozo.

En las pruebas transitorias no es preciso esperar que la presión se estabilice. Estas pruebas comprenden caída de presión, restauración e interferencia. Así, en una prueba de caída de presión o de flujo se observa la presión en función del tiempo de producción; en una prueba de restauración en función del tiempo de cierre y en una prueba de interferencia en varios pozos simultáneamente, las ecuaciones (7-8), (7-9), (7-10) y (7-11) se pueden utilizar para la interpretación y análisis de estas pruebas.

CONCLUSIONES

El uso de la función m(p), o potencial del gas, facilita la interpretación de los resultados de las pruebas de presión en pozos situados en yacimientos de gas. Esta función permite linealizar la ecuación de flujo para gases, por lo que se puede aplicar muchas de las reglas válidas para pruebas de presión en líquidos, tales como la identificación del inicio de la recta semilogarítmica y los efectos asociados al pozo.

El tipo de prueba que se realiza depende del yacimiento bajo estudio. La permeabilidad juega un papel importante, pues está relacionada con el tiempo de estabilización. Los objetivos principales de las pruebas son la obtención de la relación tasa de producción vs. Presión en el yacimiento, lo cual permite saber cuántos pozos de producción son necesarios y por cuánto tiempo. Otro objetivo de las pruebas, es determinar el producto permeabilidad-espesor, el daño a la formación y el factor de turbulencia.

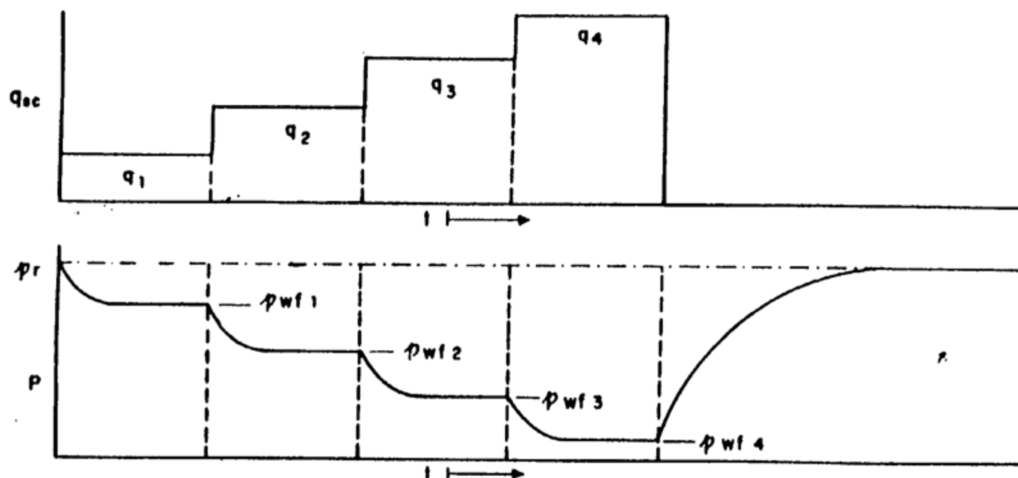


Figura 7.5. Prueba Convencional. Diagrama de Tasa de Presión

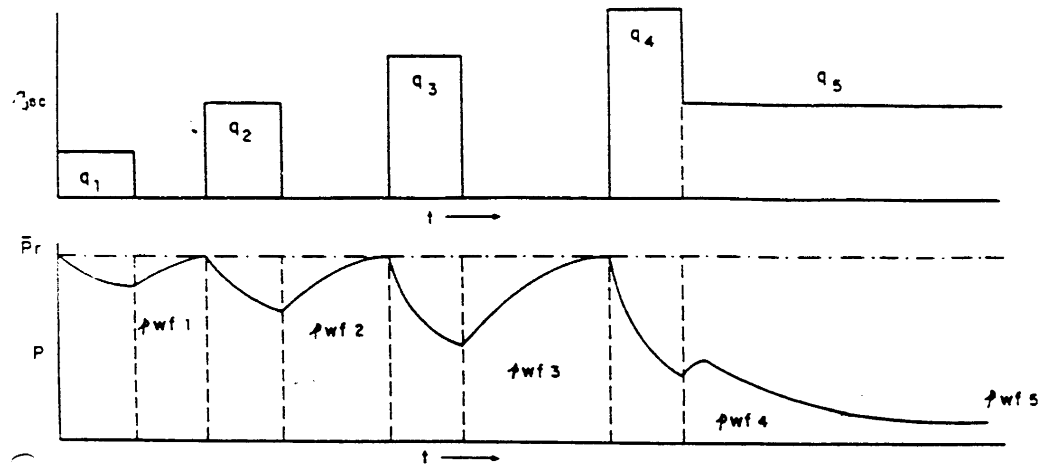
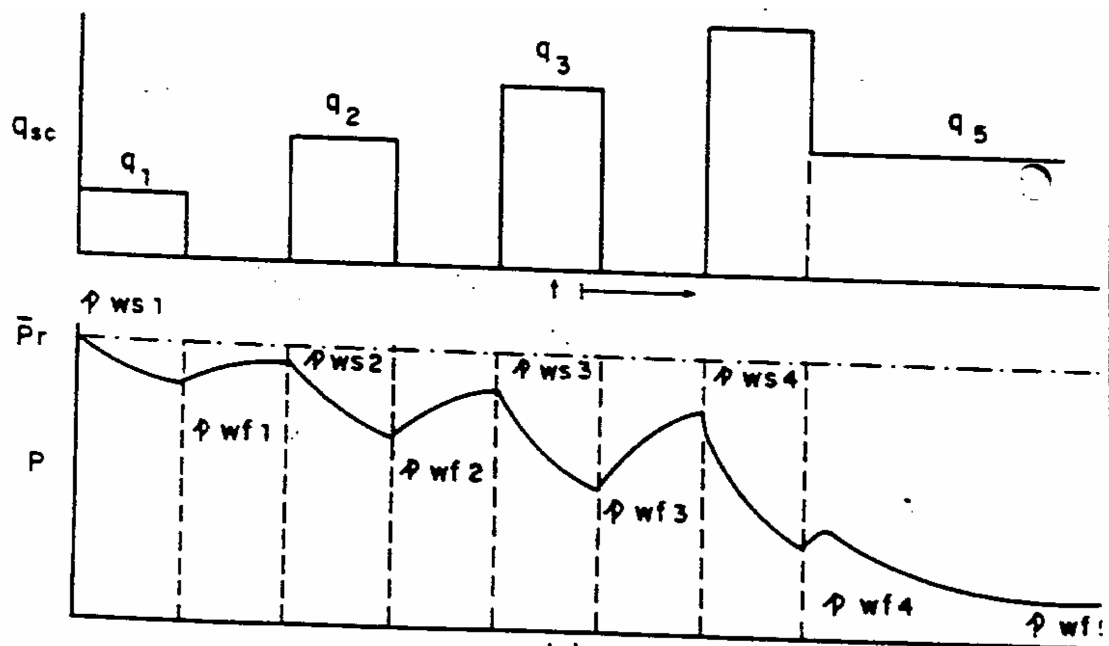


Figura 7.6. Prueba Isocronal. Diagrama de Tasa de Producción.

ura 7.7. Prueba Isocronal Modificada. Diagrama de Tasa de Presión



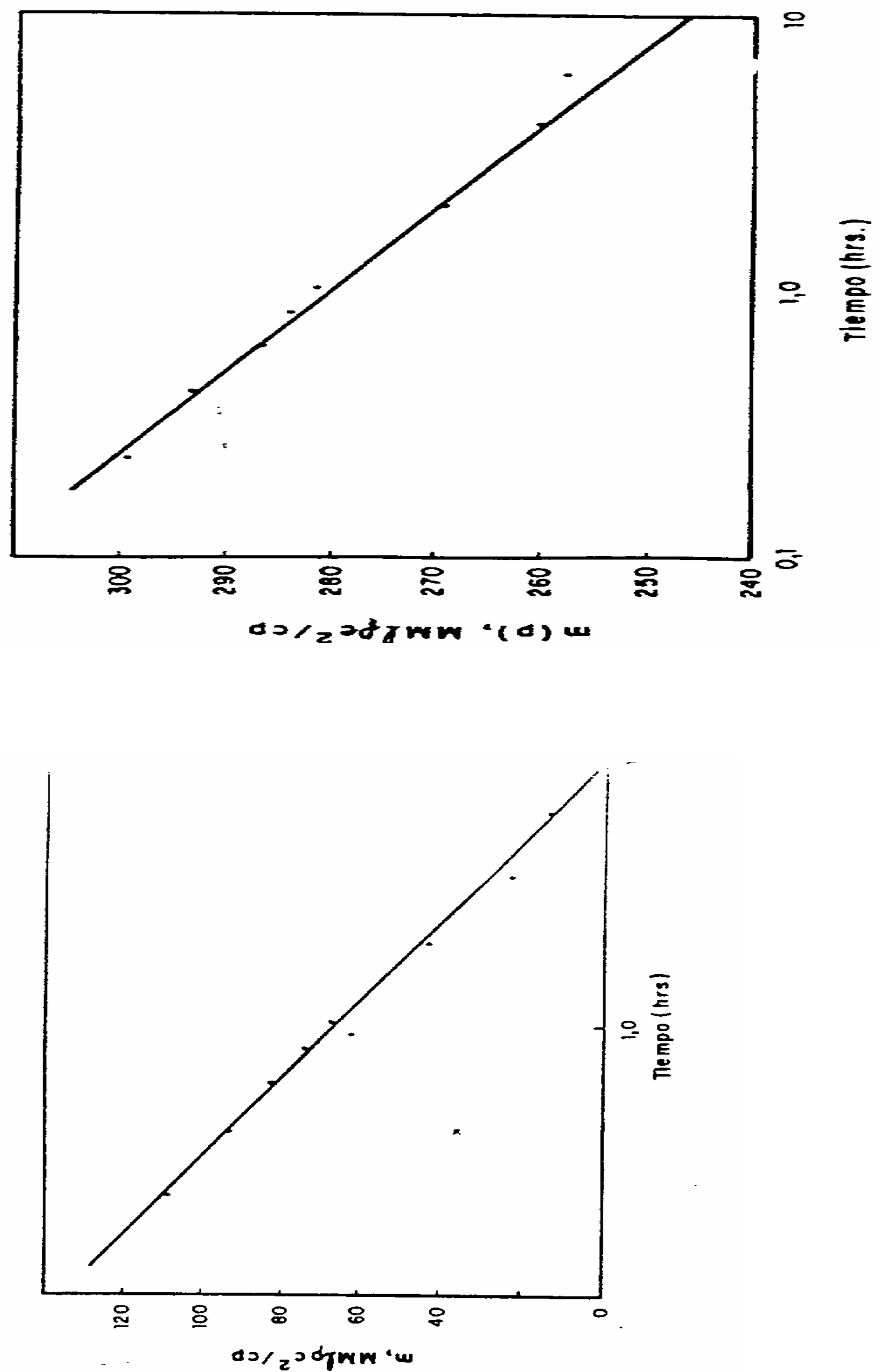


Figura 7.8. Gráfica de mp vs. tp.(Tiempo de Producción), para q_1=1600 y q_2=3200

LISTA DE FIGURA

CAPÍTULO 7

Figura 7.1. Soluciones para m_D y P_D según Al-Hussainy et al[2]

Figura 7.2. Representación gráfica de $\left(\overline{p}^2 - p_{wf}^2\right) \text{vs. Log (q)}$.

Figura 7.3. Gráfico de Horner m(p_{ws}) vs log $\frac{\left(t_D + \Delta t\right)}{\Delta t}$

Figura 7.4. Curva tipo m(p) vs p.

Figura 7.5. Prueba Convencional Diagrama de Tasa de Presión.

Figura 7.6. Prueba Isocronal. Diagrama de Tasa de Presión.

Figura 7.7. Prueba Isocronal Modificada. Diagrama de Tasa de Presión.

Figura 7.8. Gráfica de mp vs tp. (Tiempo de Producción), para q_1 = 1600 y q_2 = 3200.

REFERENCIAS CAPÍTULO 7

1. Aronofsky, J.S.: Jenkins, R. A.: "simplified Analysis of Unsteady Radial Gas Flow". Trans., AIME, (1954), 201, 149.

2. Al-Hussainy., R. Ramey., H.J.; Crawford, P.B.: "The Flow or Real Gases through Porous Media". JPT, (1966), 18(5): 624-636.

3. Ramey, H.J.: "Non-Darcy Flow and Wellbore Storage Effects in Pressure Buildup and Draw down of Gas Wells. JPT. (Feb, 1965), 223-233.

4. Energy Resources Conservation Board. Testing of Gas Wells. Alberta, Canada (1975).

5. Ikoku, Chiu: "Natural Gas Engineering a System Approach", Tulsa, Oklahoma, Pennwell Publ. Co. 1980.

6. Sampaio De Almeida A.: "A Simulations of a Natural Gas Reservoir Producing at Constant Wellhead Flowing Pressure Subject to a non-Darcy Flow Effect and Formation Damage". M.S. Thesis. Stanford University. 1981.

7. Van Everdingen. A.F. and Hurts, W.: "The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs". Trans. AIME. (1949) **186,** 305-324.

8. Wattenbarger. R.A. and Ramey Jr., H.J.: "Gas Well testing with Turbulence Damage and Well bore Storage" JPT. (1968), **20,** 877-887.

9. Flingelman, H.: "The Flow of Real Gas Including Skin Turbulence and Wellbore Storage Effects". Ph.D. Thesis. Department of Pet. Eng., Stanford. University California, 1981.

10. Railroad Commission of Texas “Back Pressure Test for Natural Gas”, Texas A & M. University Austin. 1950.

11. Al-Hussainy R. Ramey, H.J.: “Application of Real Gas Flow Theory to Well Testing and Deliverability Forecasting”. JPT T. (1966). 18-37. 642.

12. Mathews, C.S.: “Analysis of Pressure Build-up and Flow Test Data” JPT. (1961). 13(9): 862-870..

13. Carter, R.D. “solutions of Unsteady-State Radial Gas Flow” JPT, (1962).. 14(5): 549-554.

14. Horner, D.R.:”Pressure Buildup in Well”, Proc. Third world Pet. Cong., E.J. Bill. Leiden (1.951).

ANEXO 7

EJEMPLO 7.1.

Se presenta un ejemplo de aplicación práctica de la prueba isocronal para una prueba de flujo, tomando de la literatura [5. 11]. La prueba se hizo para dos tasas diferentes y sus resultados, así como las propiedades del gas, se presentan en la Tabla 7-11.

En primer lugar se determina m(p) vs. p según la ecuación (7-2) y se ajusta a los resultados de la Tabla 7-12. En la Figura 7.4 se presenta la función m(p) vs. P. Luego, se representa gráficamente m(p) vs. (t_p), el tiempo de producción tal como se muestra en la Figura 7.8.

Para q_1 = 1600 Mscf / D y q_2 = 3200 Mscf / D, respectivamente,

DATOS DEL YACIMIENTO

P_i = 2300 ipca

h = 10 pies

r_W = 0.5 pies

r_e = 2.980 pies

T = 130°F

Φ = 0.1

S_g = 0.77

Solución.

Para q_1 la pendiente es m_1 = 33.1 x 10^6 (lpca²/cp) / ciclo, mientras que para q_2 tiene un valor de m_2 = 68.8 x 106 (lpca² / cp). Aplicando la ecuación (7-9) se obtienen k = 4,67 md.

A continuación se calcula S + Dq, según la ecuación (7-11), para las tasas q_1 y q_2, lo que resulta en:

$S + Dq_1 = 0.54$

$S + Dq_2 = 1.36$

El daño a la formación, S, es:

$S = 0.284$

y el factor de turbulencia D. es igual a:

$D = 5.13 \times 10^{-4} \text{ (Mscf /D)}^{-1}$

Una vez obtenidos los valores de kh, S y D, se pueden sustituir en la ecuación (7-13) y llegar a una expresión para la curva de estabilización que permite calcular la tasa de producción futura en función de la declinación de presión en el yacimiento, o sea: q vs. $[m(p) – m(p_{wt})]$

El mismo problema pudo ser resuelto empleando ecuaciones similares a las de flujo de líquido equivalentes, como la propuesta por Matthews [12] , en cuyo caso se usa un valor promedio para el producto (μ B_g), o las ecuaciones para el flujo de gas ideal, modificadas para gases reales por Carter[13] en donde las propiedades del gas con evaluadas a una presión promedio. La ventaja de utilizar m(p), es que no hay necesidad de suponer valores promedios para las propiedades del gas.

TABLA 7-1.1. PROPIEDADES DEL GAS Y RESULTADOS DE LA PRUEBA ISOCRONAL.

PROPIEDADES DEL GAS

P (lpca)	**z**	**viscosidad (cp)**
400	0.95	0.0117
800	0.90	0.0125
1200	0.86	0.0132
1600	0.81	0.0146
2000	0.80	0.0163
2400	0.81	0.0180

DATOS DE PRESIÓN

Tiempo de Flujo	**Flujo N° 1 (q= 1600 Mscf/D)**	**Flujo N° 2 (q= 3200 Mscf/D)**
(horas)	P_{wf} (lpca)	P_{ws} (lpca)
0.232	1855	1105
0.4	1836	1020
0.6	1814	954
0.8	1806	906
1.0	1797	860
2.0	1758	700
4.0	1723	539
6.0	1703	387

TABLA 7.1.2. CÁLCULO DE m(p)

P (lpca)	**x**	**μ (cp)**	**m(p) (lpca^2 / cp)**
400	0.95	0.0117	14.4×10^6
800	0.90	0.0125	57.3×10^6
1200	0.86	0.0132	128.0×10^6
1600	0.81	0.0146	224.5×10^6
2000	0.80	0.0163	340.0×10^6
1400	0.81	0.0180	467.6×10^6

CAPÍTULO 8

MÉTODO DE CURVA TIPO

El problema del pozo produciendo a tasa de flujo constante en la superficie, con efecto de daño, puede ser formulado en la forma siguiente:

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**:**

Ecuación de difusividad**:**

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D} + \frac{1}{2}\frac{\partial p_D}{\partial r} = \frac{\partial p_D}{a\ t_D} \qquad (8\text{-}1)$$

Condición Inicial**:**

$$p_D\ (r_D,0)\ = 0 \qquad 1 \le r_D \le \infty \qquad (8\text{-}2)$$

Condiciones de contorno Interna:

1. Condición de contorno por efecto de llene:

$$C_D \frac{d\ p_{wfD}}{d\ t_D} - \left(r_D \frac{\partial\ p_D}{\partial\ r_D} \right)_{r_D=1} = 1 \qquad (8\text{-}3)$$

2. Condición de contorno por efecto “Skin”**:**

$$p_{wfD} = \left[p_D - S \left(r_D \frac{\partial\ p_D}{\partial\ r_D} \right) \right] \qquad (8\text{-}4)$$

Condición de contorno Externa:

$$\lim_{r_D \to \infty} p_D\,(r_D\,,t_D) = 0 \qquad (8\text{-}5)$$

SOLUCIÓN**:**

La solución a este problema fue obtenida en el campo de Laplace, por Agarwal, Al- Hussainny y Ramey[1], y es la siguiente:

$$\overline{p}_{wfD} = \frac{C_D \left[K_0\left(\sqrt{s}\right) + S\ \sqrt{s}\ K_1\left(\sqrt{s}\right) \right]}{\sqrt{s}\ K_1\left(\sqrt{s}\right) + C_D\ s \left[K_0\left(\sqrt{s}\right) + S\ \sqrt{s}\ K_1\left(\sqrt{s}\right) \right]} \qquad (8\text{-}6)$$

La ecuación (8-6) se obtuvo aplicando la transformada de Mellin, en el campo complejo, y la solución de la misma, según Agarwal et al[1] se presenta en la gráfica log - log de la Figura 8.1.

Esta solución depende de dos parámetros: C_D y S.
Donde:
$p_{wfD} = p_{wfD}\ (t_D, C_D\ , S)$.

A tiempos pequeños, se cumple que:

$$p_D = \frac{t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}7)$$

Además, graficando p_D vs. t_D / C_D, se obtiene una línea de 45° con respecto a la horizontal. A este período se llama efecto de llene puro.
Este método no da indicación sobre las propiedades de la formación y fue el primer método que apareció para analizar pruebas de pozos, con efecto de llene y de daño.
El comienzo de la línea recta semi - log puede obtenerse haciendo un ajuste de los datos de campo sobre la Curva Tipo, en cualquier arreglo de parámetro el intercepto de la Curva paramétrica del ajuste con la curva de la aproximación logarítmica modificada por Skin (C_D =0), se toma como comienzo de la línea recta semi log. (En el gráfico de aproximación logarítmica para prueba de flujo o en el gráfico de Horner para prueba de restauración de presión). (Figura 8.2)
El problema práctico que se ha, es planteado que el ajuste de los datos de campo a la Curva Tipo podía hacerse en varias posiciones diferentes del ajuste.

Esta falta de unicidad en la respuesta podía reducirse u obviarse si se conociera la constante de llene a priori, la cual puede determinarse de datos de completación.

La constante de llene, así calculada, debe ser aproximadamente igual a aquella obtenida del análisis log-log, del período del efecto de llene.

El comienzo de la línea recta semi-log, también puede ser estimado mediante la siguiente fórmula desarrollada por Ramey y Standing [2]:

$$t_D = 60\ (C_D + 3.5S) \qquad (8\text{-}8)$$

o aplicando la regla del $1^1/_2$ ~.

APRÓXIMACIONES DE LA SOLUCIÓN DE AGARWAL ET AL.[1]:

A tiempos pequeños:

$$p_D = \frac{t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}7)$$

A tiempos grandes:

$$p_D \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0.80907 + 2S\right) \qquad (8\text{-}9)$$

APLICACIÓN PRÁCTICA DEL MÉTODO DE CURVA TIPO.

Procedimientos:

1. Si se puede estimar C_D, (C_D conocido) entonces: $p_D = \frac{1}{C_D} t_D$ (8-7)

Prepare una recta sobre la Curva Tipo usando la ecuación (8-7); déle valores (al menos dos valores) de t_D y calcule p_D. Dibuje la línea recta que modela el efecto de llene puro (los primeros puntos) y haga el ajuste, alineando los primeros

puntos del gráfico de campo con la línea recta dibujada sobre la Curva Tipo.

2. Del ajuste de Curva Tipo registre el valor de S. Tome un punto sobre el gráfico de campo, que sería el punto de ajuste. (Figura 8.2)
3. Obtenga las coordenadas del punto de ajuste y resuelva las siguientes ecuaciones para k ó kh y ϕ ó ϕc_t

$$[p_D]_M = \frac{kh}{141.2qB\mu}[\Delta p]_M \quad y \quad [t_D]_M = \frac{0.000264\,[t]_M}{\phi\mu c_t r_w^2} \tag{8-10}$$

Debido al problema de unicidad con este método, muy popular en los primeros años de la década de los 70, no se utiliza con frecuencia, y sólo se usa para determinar el comienzo de la línea recta semi - log.
Su uso actual está muy limitado debido a la introducción de otros modelos de análisis más avanzado.
Las Curvas Tipo, en general, se desarrollan para pruebas de Drawdown, sin embargo, pueden utilizarse para Build-up bajo ciertas condiciones:

Ecuación general de restauración de presión:

$$\frac{kh\,(p_i - p_{ws})}{141.2qB\mu} = p_D\left(\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \tag{8-11}$$

en el momento de cerrar el pozo puede escribirse la siguiente ecuación:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{wf}) = p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \tag{8-12}$$

Restando miembro a miembro la ecuación (8-12) menos la ecuación (8-11), se obtiene:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_{ws} - p_{wf}) = p_D\left(\frac{\Delta t_D}{c_D}\right) + p_D\left(\frac{t_D}{c_D}\right) - p_D\left(\frac{t_D}{c_D} + \frac{\Delta t}{c_D}\right) \tag{8-13}$$

Comparando la ecuación (8-12) con la ecuación (8-13), para Draw-down en general, resulta:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{wf}) = p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \qquad (8\text{-}12)$$

En el gráfico de campo se dibuja $(p_i - p_{wf})$ vs. t.

Para Build-up se debe graficar $(p_{ws} - p_{wf})$ vs. Δt, (Figura 8.2) para lo cual (para poder usar la curva de Drawdown para analizar la prueba de Buildup) se requiere que :

$$p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \approx 0 \qquad (8\text{-}14)$$

y esto se cumple cuando:

1. $t >> \Delta t \Rightarrow \frac{t_D}{C_D} \cong \frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}$

2. para pozos dañados normalmente se cumple:

$$p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \cong p_D\left(\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right)$$

3. Para cualquier valor de Δt, hasta tanto se cumpla la ecuación (8-14)

Cuando el tiempo de cierre alcanza un valor tal, que no se cumple la ecuación (8-14), esto es: Δt es bastante grande en comparación a (t), los datos de presión tratan de volverse, o seguir a una curva casi horizontal, existiendo el problema de hacer el ajuste a una curva de mayor valor de C_De^{2S}, que el correspondiente al valor correcto.

Para remediar este problema se puede usar el Método de Agarwal[1], de tiempo equivalente o como veremos mas adelante, utilizar el método de la derivada de

Bourdet et al.[6]

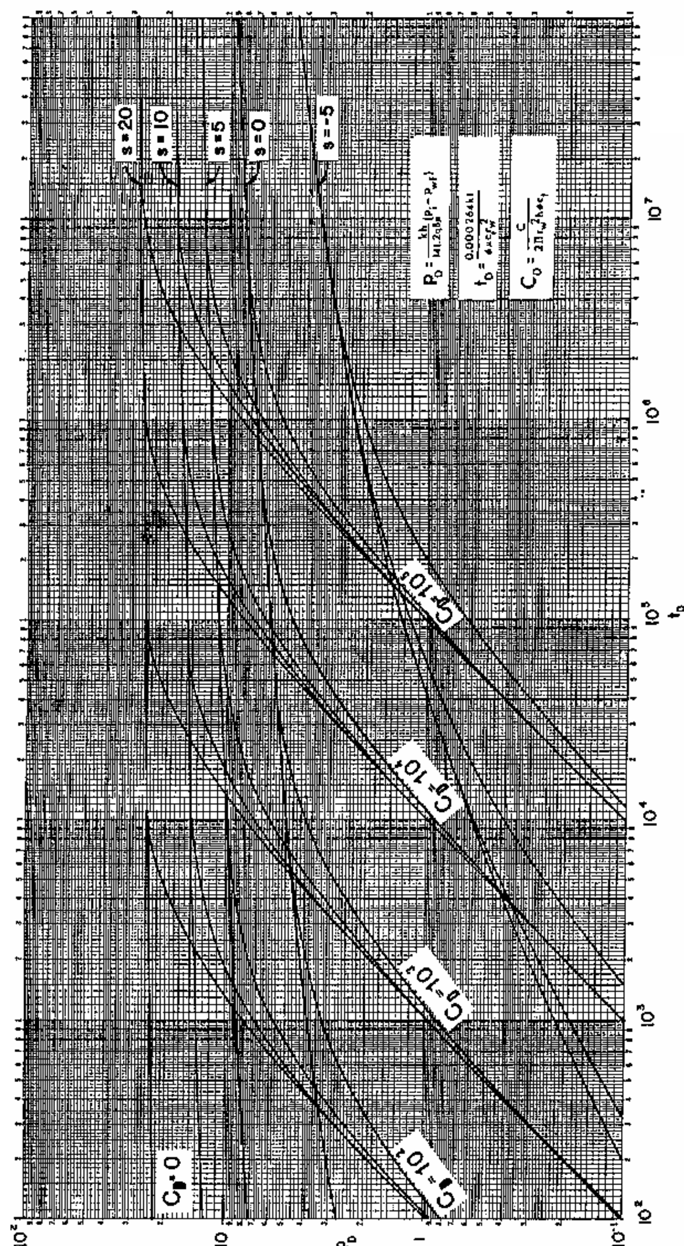


Figura 8.1. Solución de Argawall, All Hussainy y Ramey[1], de presión adimensional (p_D) para un sistema pozo – yacimiento infinito, Con efecto de llene y "Skin", incluidos

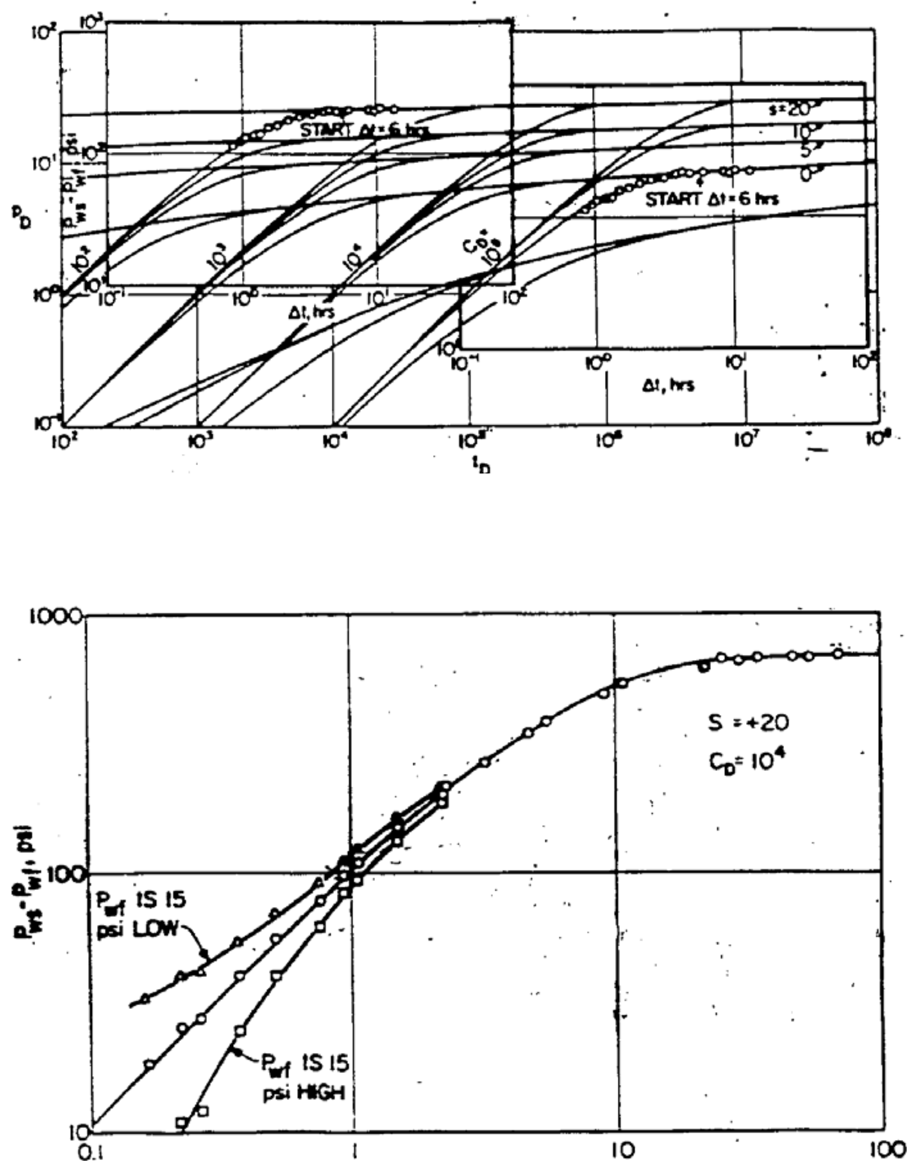


Figura 8.2. Curva tipo de prueba de flujo (Dranwdown) con efecto de llene y Skin.

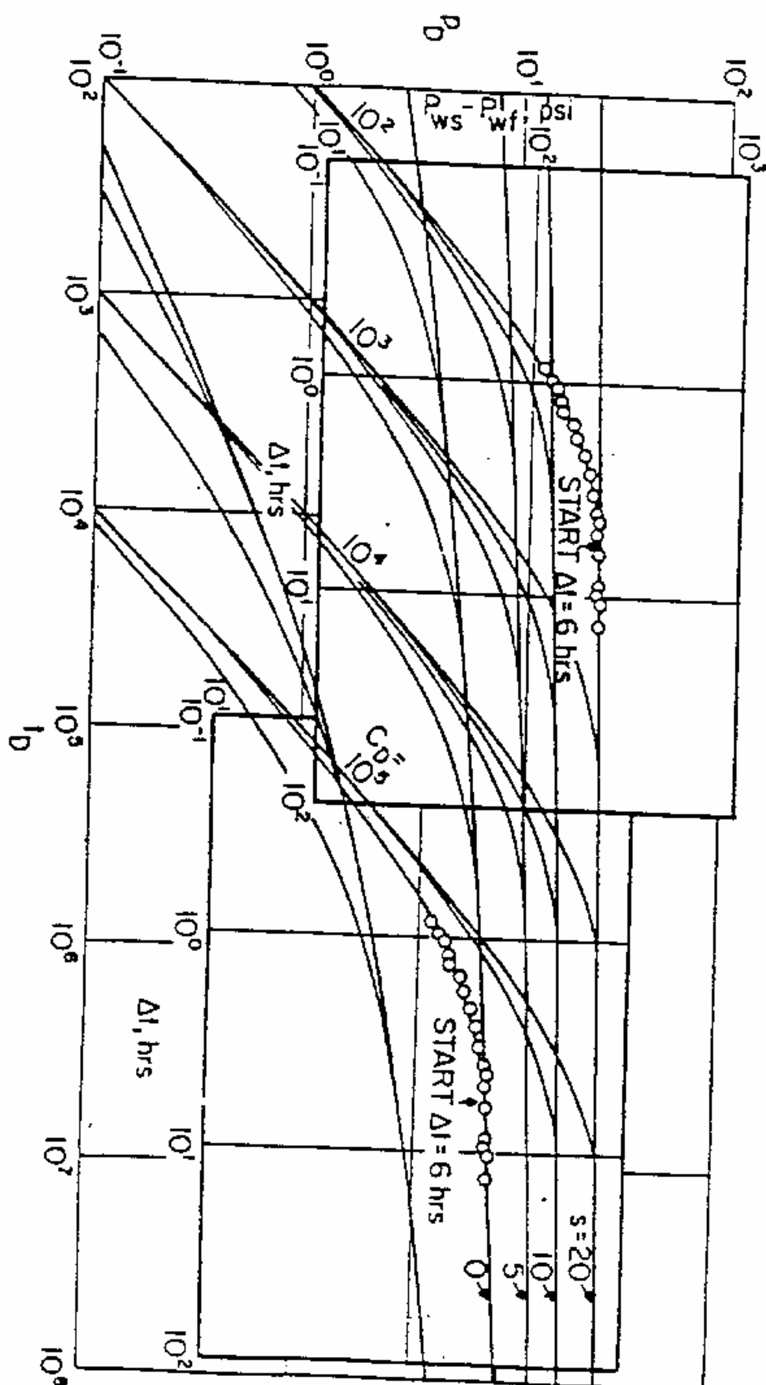


Figura 8.3. Curva tipo de ajuste de p_D vs. t_D, con gráfico de campo de $p_{ws} - p_{wf}$ vs Δt

PhD. Douglas Alvarado

CURVA TIPO DE MC KINLEY[3].

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA:

Es un modelo numérico desarrollado para pruebas de Build-up. La condición de contorno en el límite exterior es de presión cortante. Solamente considera un valor de difusividad $k / \phi \mu c_t r_w^2 = 10^7$.

Además, considera el efecto de llene finito y el problema de daño cualitativo.

La Curva Tipo es un gráfico log - log de tiempo de cierre en minutos, como función del grupo de **presion=5.61CΔp/qB** donde, el parámetro de la curva es **kh/5.61**μC**.** (Figura 8.4).

Esta Curva Tipo es más sencilla y simple en su aplicación, solamente hay que desplazar los datos de campo en la dirección horizontal hasta lograr el ajuste con una de las curvas paramétricas. Todas las curvas emergen o convergen, a una curva de tiempos pequeños. (*)

(*) El método ha recibido muchas críticas, especialmente en su base teórica.

Procedimiento de análisis:

1. Preparar el gráfico log-log de tiempo de cierre (t), en minutos, versus, la caída de presión $\Delta p = p_{ws} - p_{wf}$. (Figura 8.3).
2. Deslizar horizontalmente el gráfico de campo hasta lograr el ajuste con una curva de parámetro $\frac{kh}{5.61\mu C}$, y registrar el valor numérico del parámetro $\left(\frac{kh}{5.61\mu C}\right)_M$ (Figura 8.4).
3. Tomar un punto de ajuste sobre el gráfico de campo, registrar el valor de $(\Delta p)_M$ correspondiente al valor de $\left(\frac{kh}{5.61\mu C}\right)_M \cdot \left(\frac{5.61\ C\Delta p}{qB}\right)_M$. (Figura 8.5)

como $\left(\frac{kh}{5.61\ \mu C}\right)_M \cdot \left(\frac{5.61\ C\Delta p}{qB}\right)_M = \frac{kh}{\mu}\frac{(\Delta p)_M}{qB}$

4. Luego, la transmisibilidad $\frac{kh}{\mu}$ puede obtenerse en $\frac{md-pie}{cp}$, de:

$$\frac{kh}{\mu} = \left(\frac{kh}{5.61\ \mu C}\right)_M \ x \ \left(\frac{5.61\ C\ \Delta p}{qB}\right)_M \ x \ \frac{qB}{(\Delta p)_M} \qquad (8\text{-}15)$$

5. El efecto de daño se presenta en forma cualitativa: Si los primeros datos tratan al final de saltar o alinearse con la curva paramétrica (parámetro = kh /5.61 μ C), hacia la izquierda (de mayor transmisibilidad), el pozo esta dañado. Si los datos se desplazan hacia una curva parámetrica hacia la derecha el pozo está estimulado.

6. El efecto de llene se obtiene de:

$$\left(\frac{kh}{5.61\mu C}\right)_M = \frac{kh}{\mu}\cdot\frac{1}{5.61}\cdot\frac{1}{C} \qquad (8\text{-}16)$$

Donde:

$$C = \frac{\frac{kh}{\mu}}{\left(\frac{kh}{5.61\mu C}\right)_M}\cdot\frac{1}{5.61} \qquad (8\text{-}17)$$

CURVA TIPO DE EARLOUGHER Y KERSCH[4]

Análisis:

Es un gráfico log -log del grupo $\frac{\Delta p}{\Delta t}\cdot\frac{24C}{qB}$

como función de $\left(\frac{kh}{\mu}\right)\left(\frac{\Delta t}{C}\right)$ en $\left(\frac{md\ pie}{cp}\ .\ \frac{hr}{bbl/lpc}\right)$ (Figura 8.6)

PhD. Douglas Alvarado

Las curvas son de parámetro C_De^{2S}, un solo parámetro, lo cual simplifica el procedimiento de ajuste notablemente. Estas curvas convergen a tiempos pequeños, a la unidad.

Procedimiento:

1. Si se conoce C, se puede preparar un gráfico de campo de $\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)\frac{24C}{qB}$ vs Δt

con esto, las ordenadas del gráfico de campo y de la Curva Tipo son comunes.

2. Deslizar el gráfico de campo hasta lograr un ajuste con la Curva Tipo de parámetro C_De^{2S}. Registre el parámetro (C_De^{2S}) M.

3. Defina el punto de ajuste sobre el gráfico de campo y obtenga las coordenadas en la dirección de las abscisas. Determine k ó kh;

Así:

$$\left(\frac{kh}{\mu}\right)\cdot\left(\frac{\Delta t}{C}\right)_M = \left(\frac{kh}{\mu}\right)\frac{(\Delta t)_M}{C} \tag{8-18}$$

Luego:

$$k = \frac{\mu C}{(\Delta t)_M}\cdot\left(\frac{kh}{\mu}\right)\left(\frac{\Delta t}{C}\right)_M \tag{8-19}$$

4. Obtenga:

$$C_D = \frac{0.8936\ C}{\phi c_t h r_w^2} \tag{8-20}$$

$$S = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{\left(C_De^{2S}\right)_M}{C_D}\right] \tag{8-21}$$

PhD. Douglas Alvarado

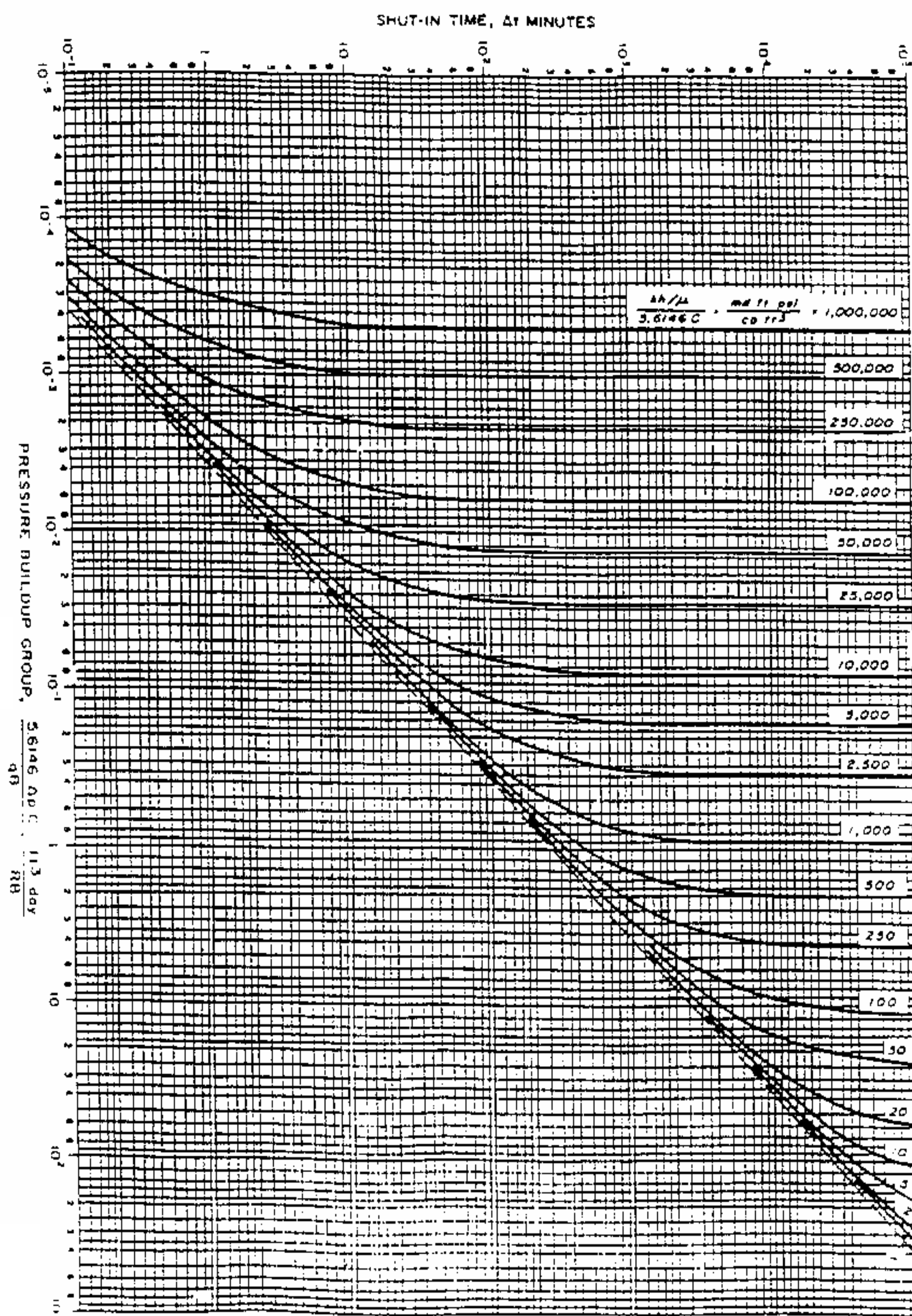


Figura 8.4. Curva tipo de Mckinley para un sistema infinito, incluyendo efecto de llene y Skin en el pozo

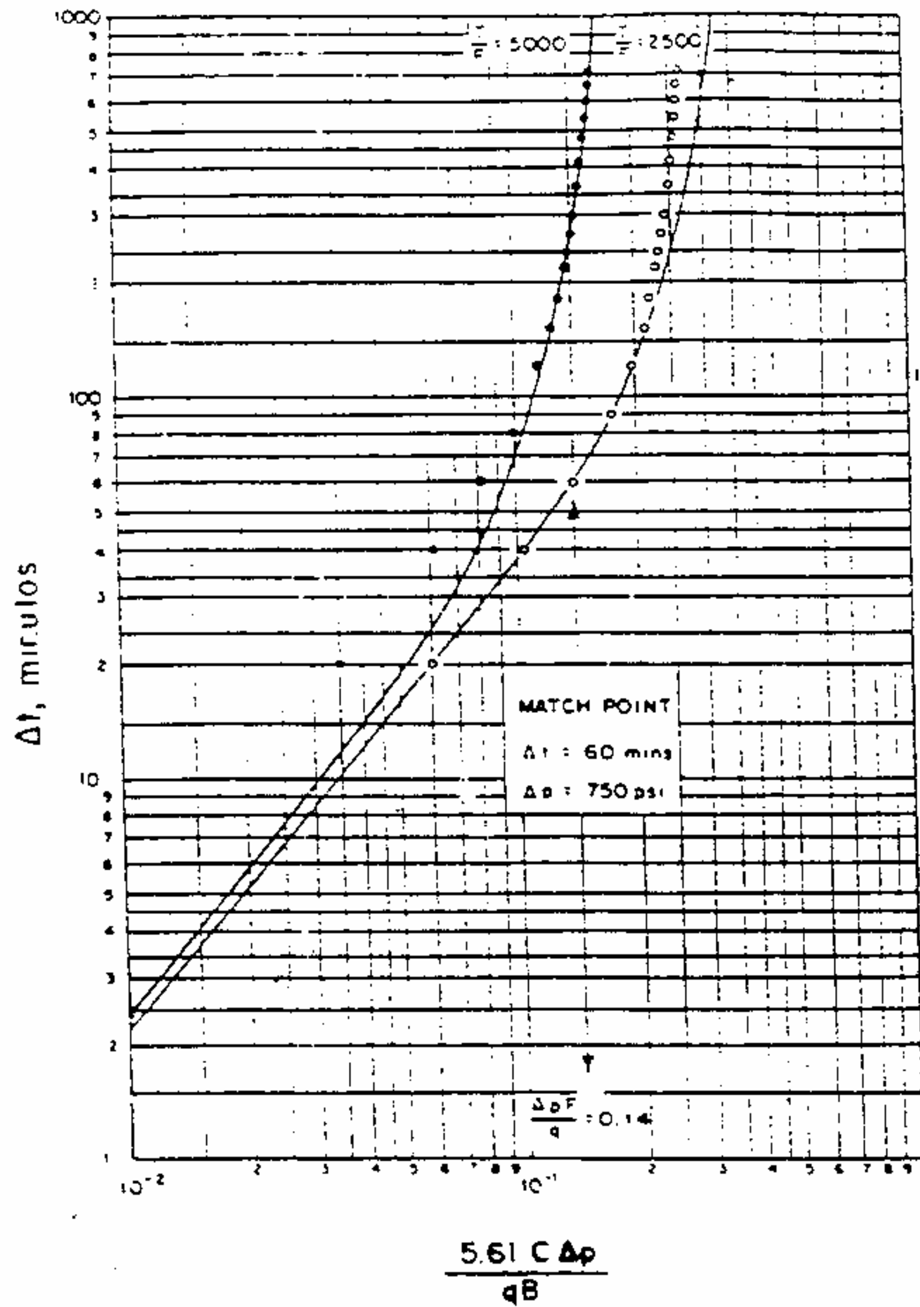


Figura 8.5. Ajuste de los datos de campo a la curva tipo de MCKINLEY

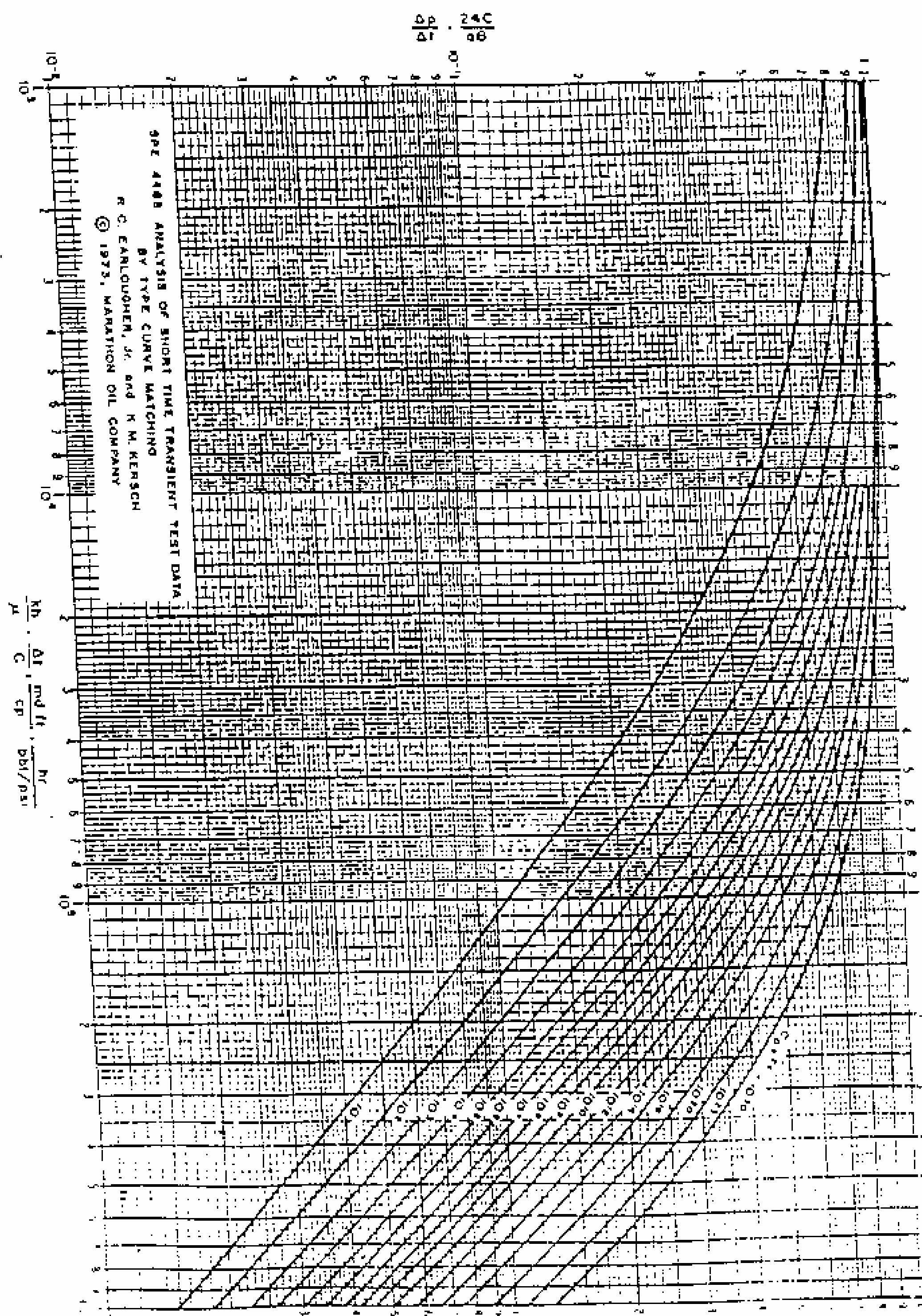


Figura 8.6. Curva Tipo de Earlougher y Kersch para un pozo en yacimiento infinito

CURVA TIPO DE GRINGARTEN ET AL[5].

Bases matemáticas:

La solución de Agarwal et al[1]. En el campo de Laplace es:

$$\bar{p}_{wD} = \frac{\left[K_o\left(\sqrt{s'}\right) + S\ \sqrt{s'}\ K_1\left(\sqrt{s'}\right)\right]}{s'\ \left\{\sqrt{s'}\ K_1\left(\sqrt{s'}\right) + C_D s'\ \left[K_o\left(\sqrt{s'}\right) + S\ \sqrt{s'}\ K_1\left(\sqrt{s'}\right)\right]\right\}} \qquad (8\text{-}6)$$

Gringarten et al[5], modificaron la solución en el campo de Laplace, de la forma siguiente:

$$\bar{p}_{wD} = s'\left[\frac{\sqrt{s'}K_1\left(\sqrt{s}\right)}{K_0\left(\sqrt{s'}\right) + S\sqrt{s'}K_1\left(\sqrt{s'}\right)} + s'C_D\right] \qquad (8\text{-}22)$$

$$\bar{p}_{wD} = s'\left[s'C_D + \frac{1}{\dfrac{K_o\left(\sqrt{s'}\right)}{\sqrt{s'}\ K_1\left(\sqrt{s'}\right)} + S}\right] \qquad (8\text{-}23)$$

$$\frac{K_o\left(\sqrt{s'}\right)}{\sqrt{s'}\ K_1\left(\sqrt{s'}\right)} + S \cong \ln\left(\frac{2}{\gamma\ \sqrt{s'e^{-2S}}}\right) \qquad (8\text{-}24)$$

Sustituyendo la ecuación (8-24) en la ecuación (8-23), se obtiene:

$$\bar{p}_{wD} = s'\left[s'C_D + \frac{1}{\ln\dfrac{2}{\gamma\ \sqrt{s'e^{-2S}}}}\right] \qquad (8\text{-}25)$$

Si $\overline{p}_{wD}$, está basado en t_D ; hagamos $s'C_D = s$; asi $\overline{p}_{wD}(s)$ estará basada en $\frac{t_D}{C_D}$

Luego:

$$\overline{p}_{wD} = s\left[s + \frac{1}{\ln\left(\dfrac{2}{\gamma\sqrt{s/C_D\, e^{2S}}}\right)}\right] \qquad (8\text{-}26)$$

y finalmente :

$$\overline{p}_{wD} = s\left[s + \frac{1}{\ln\left(\dfrac{2}{\gamma\sqrt{s/C_D\, e^{2S}}}\right)}\right] \qquad (8\text{-}27)$$

Si $\overline{p}_{wD}$ está basado en $\frac{t_D}{C_D}$, γ =exp (0.57721566490153...) =1.781072418...

Esta es una Curva Tipo de $p_D = \dfrac{kh\,(p_i - p_{wf})}{141.2qB\mu}$ vs $\dfrac{t_D}{C_D} = 0.000295\left(\dfrac{kh}{\mu C}\right)\Delta t$

(Figura 8.7)

El parámetro de las curvas es $C_D e^{2S}$ y presenta sobre la línea de efecto de llene puro, información sobre el final aproximado del efecto de llene puro para diferentes valores del parámetro.

La aproximación a tiempos pequeños de flujo es:

$$p_{wfD} = \frac{t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}28)$$

La aproximación a tiempos altos de flujo es:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln \frac{t_D}{C_D} + \ln C_D e^{2S} + 0.80907\right) \qquad (8\text{-}29)$$

Sobre la Curva Tipo, se presenta una línea punteada, que describe el lugar geométrico del comienzo de la línea semi-log apropiada.

La curva presenta información gráfica sobre la condición del pozo, de acuerdo al valor del parámetro de la curva de ajuste:

Valor del parámetro C_De^{2S}	**Condición del pozo**
$C_De^{2S}>10^3$	pozo dañado
$5< C_De^{2S}<10^3$	pozo no-dañado
$0.5<C_De^{2S}<5$	pozo estimulado
$C_De^{2S}<0.5$	pozo fracturado

En la parte derecha de la ordenada presenta una escala para aplicar la Curva Tipo de “Draw-down”, para el análisis de pruebas de restauración de presión. (Figura 8.7).

Aunque la Curva Tipo presenta un avance notable con respecto a las tres primeras Curvas Tipo aparecida en los primeros años de la década del 70, todavía adolece

de la falta de unicidad en la respuesta, especialmente para pozos dañados, tal como lo señala Bourdet et al[6] .

El método de Gringarten et al[5]., se usa actualmente en el método de la derivada de Bourdet et al[6]. (Curva doble de presión Gringarten et al[5]., y derivada, lo cual constituye la Curva Tipo de Bourdet et al[6)].

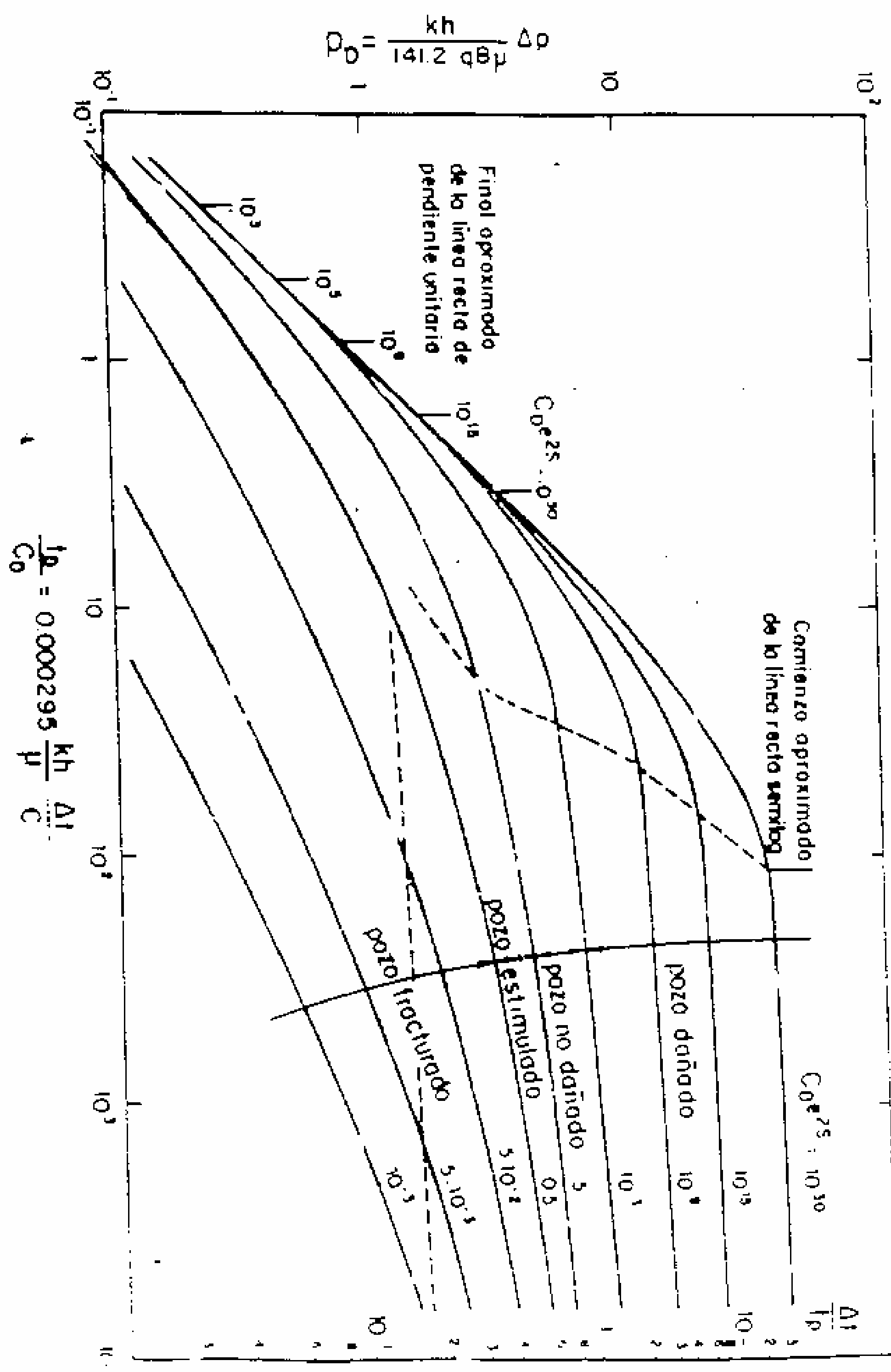


Figura 8.7. Curva Tipo Gringarten et al. para pozo con efecto de llene y de daño, produciendo a tasa constante

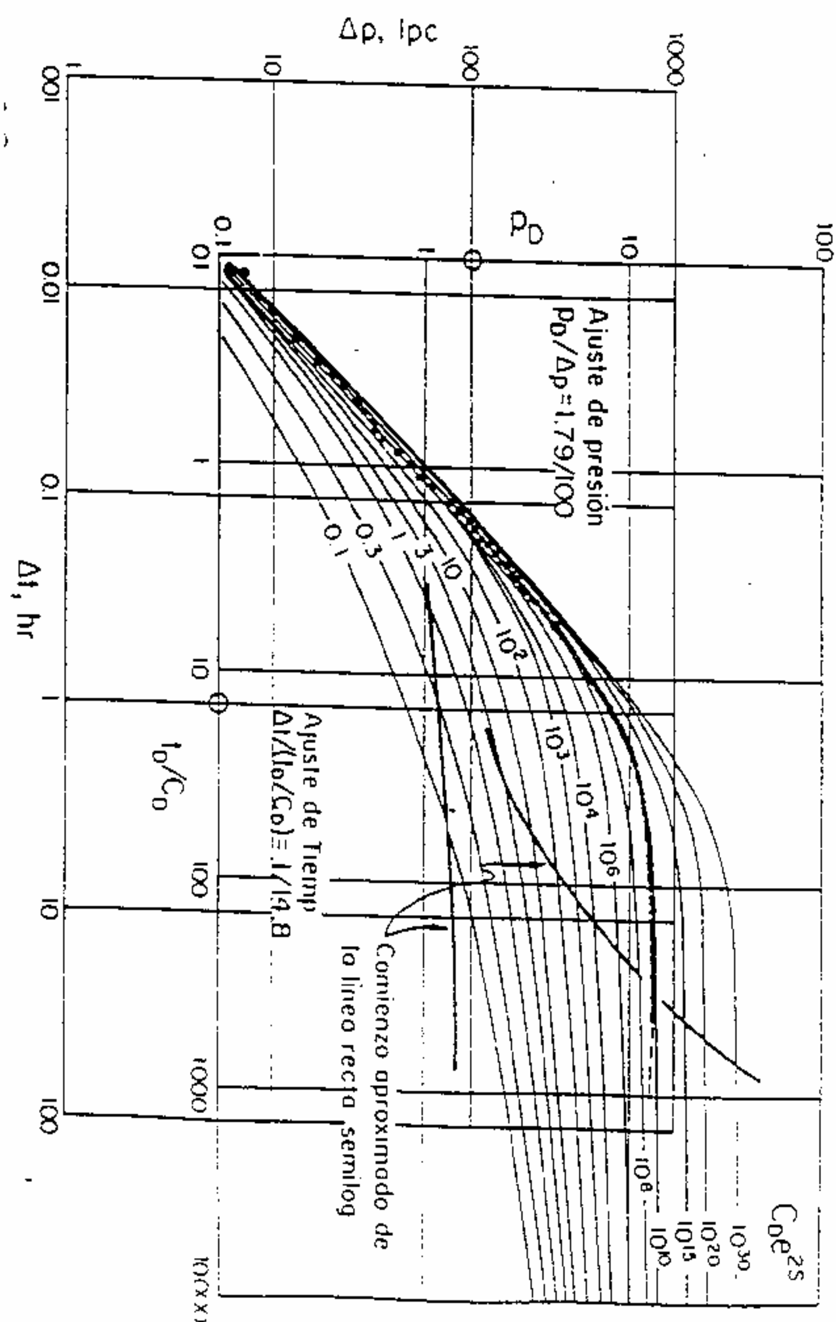


Figura 8.8. Técnica de ajuste del Gráfico de Campo a la Curva Tipo Gringarten et al.[5]

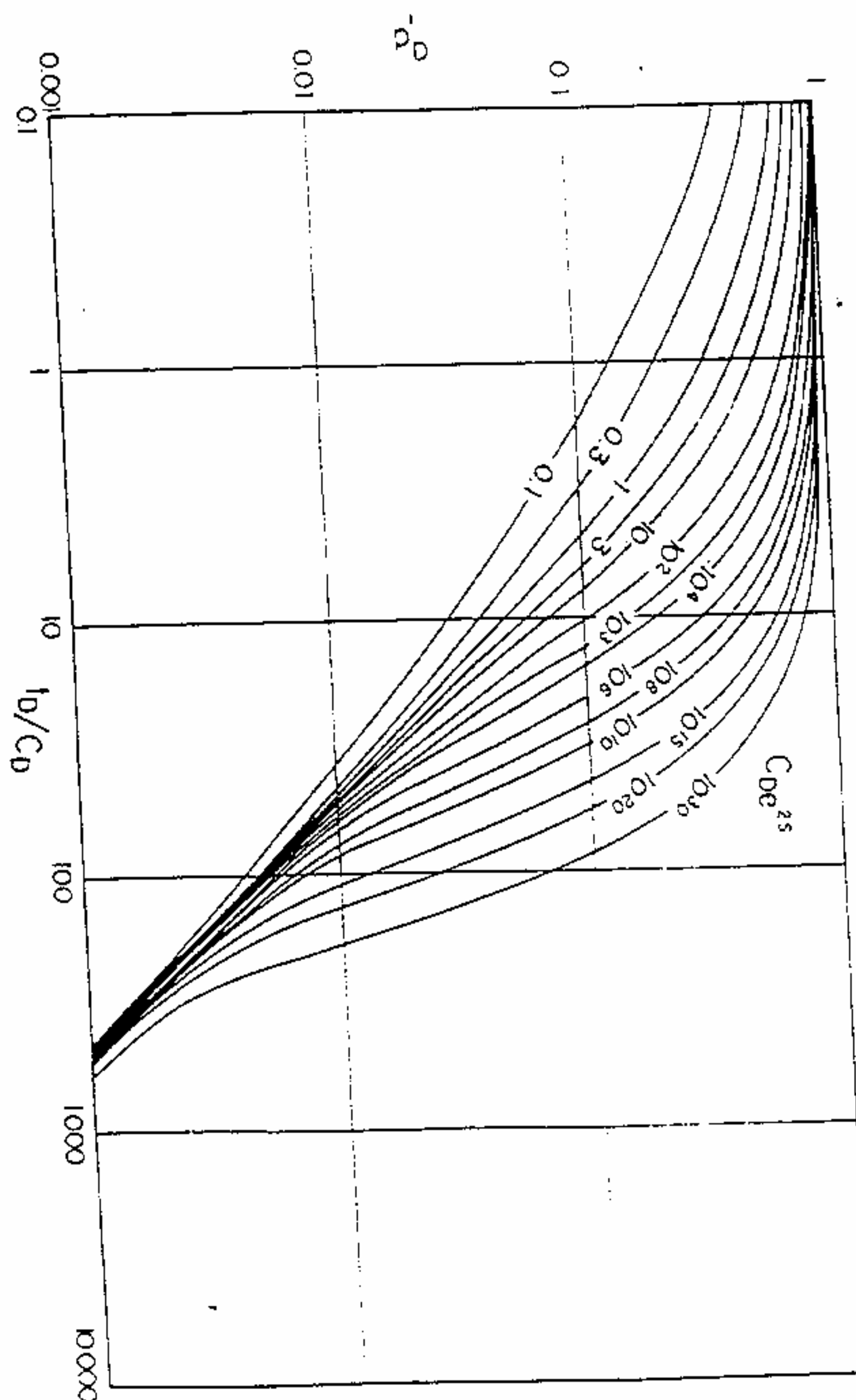


Figura 8.9. Gráfico de la Derivada de la Presión Adimensional mostrando que a cortos y largos tiempos la Curvas Convergen a líneas rectas asintóticas.

TIEMPO DE AGARWAL[1].

Cuando el tiempo de cierre es relativamente grande, con respecto al tiempo de producción, generalmente se presentan problemas para ajustar la curva de datos de presión, a la curva parámetrica, (parámetro C_De^{2S}). Para resolver este problema Agarwal[1] convierte la prueba de Restauración de Presión en prueba equivalente de flujo, y para esto define un tiempo equivalente de flujo de uso Standard en las pruebas de restauración, principalmente cuando se utiliza una Curva Tipo Simple de presión:

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}(p_i - p_{ws}) = p_D\left(\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \tag{8-30}$$

$$\frac{kh\ (p_i - p_{wf})}{141.2qB\mu} = p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \tag{8-31}$$

Restando la ecuación (8-31) menos la ecuación (8-30), miembro a miembro, se obtiene la Ecuación General de Restauración de presión:

$$\frac{kh\ (p_{ws} - p_{wf})}{141.2qB\mu} = p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) + p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \tag{8-32}$$

Para flujo radial:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{C_D} + \ln\ C_{De}{}^{2S} + 0.81\right) \tag{8-33}$$

Suponiendo que en cada uno de los flujos del miembro derecho de la ecuación (8-32) se haya obtenido flujo radial:

$$\frac{kh\ (p_{ws} - p_{wf})}{141.2qB\mu} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) - \frac{1}{2}\ln\left(\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) + \frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{C_D} + \ln C_De^{2S} + 0.81\right) \tag{8-34}$$

$$\frac{kh\ (p_{ws}-p_{wf})}{141.2qB\mu}=\frac{1}{2}\left[\ln\left(\frac{\frac{t_D}{C_D}\cdot\frac{\Delta t_D}{C_D}}{\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}}\right)+\ln t_D\ C_De^{2S}+0.81\right] \quad (8\text{-}35)$$

$$\frac{kh(p_{ws}-p_{wf})}{141.2qB\mu}=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{t\ \Delta t}{t+\Delta t}\right)+\ln\ C_De^{2S}+0.81 \quad (8\text{-}36)$$

Se puede graficar los datos de campo como (p_{ws} - p_{wf}) vs. (t_e), tiempo equivalente. (Figura 8.8).

Donde: $t_e=\dfrac{t\Delta t}{t+\Delta t}$

MÉTODO DE LA CURVA TIPO DOBLE DE PRESIÓN Y DERIVADA (WOLD OIL).

La presión a tiempos pequeños para efecto de llene puro, está dada por:

$$p_D=\frac{t_D}{C_D} \quad (8\text{-}7)$$

La derivada de la ecuación (8-7) es:

$$\frac{d\ p_D}{d\left(\frac{t_D}{C_D}\right)}=1 \quad (8\text{-}37)$$

Para tiempos grandes, la presión es: (en flujo radial)

$$p_D=\frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{C_D}+\ln C_De^{2S}+0.81\right) \quad (8\text{-}33)$$

Para la derivada:

$$\frac{d\ p_D}{d\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{1}{2}\frac{1}{\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} \qquad (8\text{-}38)$$

Luego:

$$p'_D = \frac{d\ p_D}{d\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} \qquad (8\text{-}39)$$

Lo cual representa una línea recta, en gráfico log -log, de pendiente igual a 1

Si tomamos la derivada con respecto al $\ln\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)$, obtenemos:

A tiempos pequeños:

$$\frac{d\ p_D}{d\ \ln\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} = d\frac{\dfrac{t_D}{C_D}}{d\ \ln\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{1}{\dfrac{1}{\dfrac{t_D}{C_D}}} = \frac{t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}40)$$

$$\frac{d\ p_D}{d\ \ln\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{d\ p_D}{d\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} \cdot \frac{1}{\dfrac{d\ \ln\dfrac{t_D}{C_D}}{d\ \dfrac{t_D}{C_D}}} = \frac{d\ p_D}{d\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} \cdot \frac{t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}41)$$

Entonces:

$$\frac{d\ p_D}{d\ \ln\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{d\ p_D}{d\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} \cdot \frac{t_D}{C_D} = \frac{t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}42)$$

A tiempos grandes: (flujo radial)

De la ecuación (8-38), podemos escribir:

$$\frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} \cdot \frac{t_D}{C_D} = \frac{1}{2} \qquad (8\text{-}43)$$

como:

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{dp_D}{d\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} \cdot \frac{t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}42)$$

$$\frac{dp_D}{d\ln\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{1}{2} \qquad (8\text{-}44)$$

El gráfico de la “derivada“ de presión en coordenadas log - log para Drawdown puede observase en la Figura 8.9.

PREPARACIÓN DEL GRÁFICO DE CAMPO, PRUEBA DE FLUJO, GRÁFICO DOBLE:

Para la presión:

$$p_D = \frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_i - p_{wf}\right) \qquad (8\text{-}45)$$

Para la derivada:

$$\frac{d\ p_D}{d\ \ln\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{d\ p_D}{d\ \left(\frac{t_D}{C_D}\right)} \cdot \frac{t_D}{C_D} = \left(\frac{kh}{141.2qB\mu}\right) \frac{d\ \left(p_i - p_{wf}\right)}{141.2qB\mu} \cdot t \qquad (8\text{-}46)$$

En conclusión, para la presión debe graficarse (p_i - p_{wf}) vs. t, y para la derivada

$$\frac{d\ \left(p_i - p_{wf}\right)}{d\ t} \cdot t \quad vs \quad t \qquad (8\text{-}47)$$

Observe la misma constante de proporcionalidad $\left(\frac{kh}{141.2qB\mu}\right)$ y la abscisa común (t) que está relacionada al tiempo adimensional, así:

$$\frac{t_D}{C_D} = 0.000295\left(\frac{kh}{\mu C}\right)t$$

PRUEBA DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN.

Tiempos pequeños de cierre, Δt.

Usando la ecuación general de "Buildup".

$$\frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_{ws} - p_{wf}\right) = p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) - p_D\left(\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}\right) + p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \qquad (8\text{-}32)$$

para tiempos de Buildup (Δt), pequeños:

$$\frac{\Delta t_D}{C_D} << \frac{t_D}{C_D}$$

la ecuación (8-45) se convierte en :

$$p_{DBU} = \frac{kh}{141.2qB\mu}\left(p_{ws} - p_{wf}\right) = p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) \qquad (8\text{-}48)$$

Este es un caso análogo al Drawdown para tiempos pequeños, porque la ecuación (8-48) es análoga a la ecuación (8-32)

Luego:

$$p_{DBU} = p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right) = \frac{\Delta t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}49)$$

Entonces:

$$\frac{dp_{DBU}}{d\,\dfrac{\Delta t_D}{C_D}} = 1 \qquad (8\text{-}50)$$

$$\frac{dp_{DBU}}{d\,\dfrac{\Delta t_D}{C_D}} \cdot \frac{\Delta t_D}{C_D} = \frac{\Delta t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}51)$$

multiplicando el numerador del miembro izquierdo por $\frac{t_D}{C_D} + \frac{\Delta t_D}{C_D}$ y el denominador por $\frac{t_D}{C_D}$ con $t + \Delta t \cong t$, se obtiene :

$$\frac{d\ p_{DBU}}{d\left(\dfrac{\Delta t_D}{C_D}\right)} . \frac{\dfrac{\Delta t_D}{C_D} . \left(\dfrac{t_D}{C_D} + \dfrac{\Delta t_D}{C_D}\right)}{\left(\dfrac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{\Delta t_D}{C_D} \qquad (8\text{-}52)$$

Tiempos grandes de cierre, Δt(flujo radial):

Derivando a la ecuación (8-52):

$$\frac{d\ p_{DBU}}{d\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)} = \frac{d\ p_D\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)}{d\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)} - \frac{d\ p_D\left(\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)}{d\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)} \qquad (8\text{-}53)$$

Cada término del miembro derecho de la ecuación (8-53) es un flujo (Drawdown), o sea:

$$p'_{DBU} = \frac{1}{2}\frac{1}{\left(\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)} - \frac{1}{2}\frac{1}{\left(\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)} \qquad (8\text{-}54)$$

$$p'_{DBU} = \frac{1}{2}\left[\frac{\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}-\frac{\Delta t_D}{C_D}}{\frac{\Delta t_D}{C_D}\left(\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)}\right] \qquad (8\text{-}55)$$

$$p'_{DBU}\ \frac{\frac{\Delta t_D}{C_D}\left(\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)}{\left(\frac{t_D}{C_D}\right)} = \frac{1}{2} \qquad (8\text{-}56)$$

El mismo valor que se obtuvo con la derivada aplicada a “Drawdown” para tiempos grandes (flujo radial)

PREPARACIÓN DEL GRÁFICO DE CAMPO DE BUILD-UP, TANTO PARA TIEMPOS PEQUEÑOS COMO PARA TIEMPOS GRANDES (ECUACIONES 8-53

Y 8-57).

El miembro izquierdo de la derivada de presión adimensional en la ecuación. (8-56), es:

$$p'_{DBU}\frac{\frac{\Delta t_D}{C_D}\left(\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)}{\left(\frac{t_D}{C_D}\right)}$$

y es igual a :

$$p'_{DBU}\frac{\frac{t_D}{C_D}\left(\frac{t_D}{C_D}+\frac{\Delta t_D}{C_D}\right)}{\left(\frac{t_D}{C_D}\right)}=\left(\frac{kh}{141.2qB\mu}\right)\frac{\Delta p'\left[\Delta t\ \left(t+\Delta t\right)\right]}{t} \tag{8-58}$$

Observa la misma constante de proporcionalidad $\frac{kh}{141.2qB\mu}$. De modo que, para pruebas de Buildup, debemos graficar en log – log:

1. Para presión: $(p_{ws} - p_{wf})$ vs. Δt. (Figura 8-8).

2. Para la "derivada": $\frac{\Delta p'\ \Delta t\ (t+\Delta t)}{t}$ vs. Δt. (Figura 8-9).

Note que dos tratamientos diferentes fueron desarrollados por el método de Bourdet et al.[6] para "Drawdown" y "Buildup".

PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN DE LA CURVA TIPO (MÉTODO DE GRINGARTEN ET AL.[5] Y DE BOURDET ET AL).[6]

1. Preparar el gráfico de campo.

Para Drawdown**:**

Graficar: Presión Derivada

$(p_i - p_{wf})$

$$\frac{d\left(p_i - p_{wf}\right)\cdot t}{dt}$$

Como función de (t)

Para Buildup:

Graficar: presión Derivada

$(p_{ws} - p_{wf})$

$$\frac{d\left(p_{ws} - p_{wf}\right)}{d\ \Delta t}\cdot\frac{\Delta t\ \left(t + \Delta t\right)}{t}$$

como función de (Δt).

2. Hacer el ajuste simple (Método de Gringarten et al.)[5] o el ajuste doble de cotejo de presión y derivada (Bourdet et al.)[6]. Figura 8.8.

3. Del ajuste de presión o de la derivada registrar el parámetro $(C_D e^{2S})_{To}$ tomar el punto de ajuste y escribir las coordenadas del gráfico real y de la Curva Tipo. Figura 8.10.

4. Resolver las siguientes ecuaciones para determinar k (ó kh) y C, del ajuste de las ordenadas y de las abscisas, respectivamente.

Como la constante de proporcionalidad, $\frac{kh}{141.2qB\mu}$ es la misma, para la presión y la derivada, (la constante que relaciona las presiones y derivada, dimensionales y adimensionales), se utiliza la más sencilla de ellas, la presión (p_D) en las ordenadas, así:

$$[p_D]_M = \frac{kh}{141.2qB\mu}[\Delta p]_M \qquad (8-58)$$

y en las abscisas :

$$\left[\frac{t_D}{C_D}\right]_M = 0.000295\frac{kh}{\mu C}[t]_M \qquad (8-59)$$

la ecuación (8-58) se resuelve para k (ó kh) y la ecuación (8-59) para C.

5. Determinar C_D:

$$C_D = \frac{0.8937\ C}{\phi c_t h r_w^2} \qquad (8-60)$$

6. Determinar S:

$$S = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{\left(C_D\ e^{2S}\right)_M}{C_D}\right] \qquad (8-61)$$

7. Obtener p*:

$$p* = p_{ws} + m\ \log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right) \qquad (8-62)$$

Donde p_{ws} es medido para un Δt, tal que se haya obtenido Flujo Radial.

8. Determinar $\bar{p}$:

$$\bar{p} = p* - m\ \log\left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} \qquad (8-63)$$

$$donde \left(\frac{t+\Delta t}{\Delta t}\right)_{p_{ws}=\bar{p}} = \text{antilog}\ \ p_{DMBH}(t_{DA})$$

PhD. Douglas Alvarado

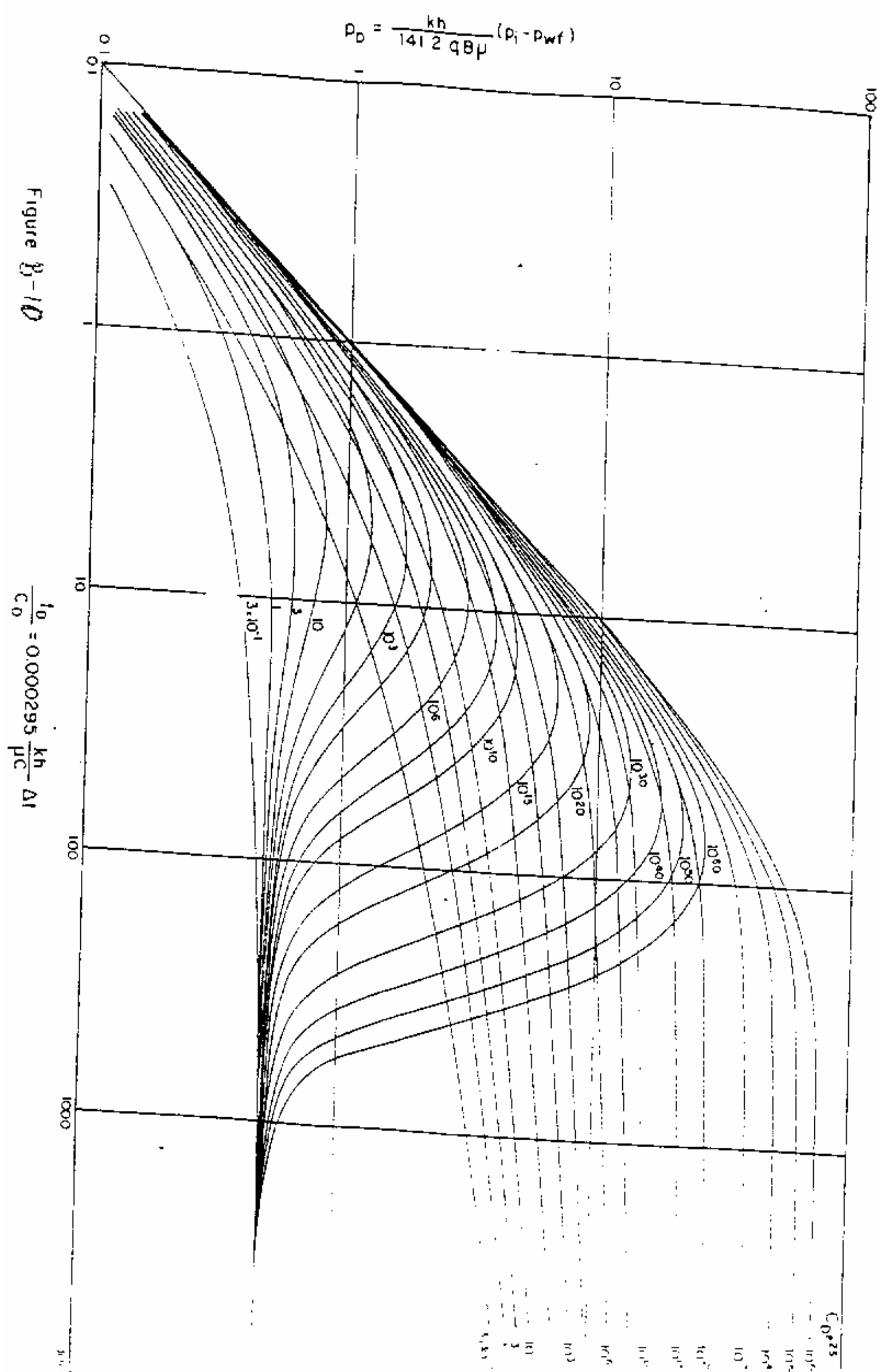


Figura 8.10. Gráfico de Presión y Derivada Adimensional versus Tiempo Adimensional, mostrando efecto de llene y daño en el pozo.

Figura 8.1. Solución de Agarwall, Al Hussainy y Ramey[1], de presión adimensional (p_D) para un sistema pozo-yacimiento infinito, con efecto de llene y "Skin", incluidos.

Figura 8.2. Curva Tipo de Prueba de Flujo (Dranwdown), con efecto de llene y Skin.

Figura 8.3.Curva Tipo de Ajuste de p_D vs t_D, con Gráfico de Campo de $p_{ws} - p_{wf}$ vs Δt .

Figura 8.4. Curva Tipo de McKinley para un sistema infinito, incluyendo efecto de llene y Skin, en el pozo.

Figura 8.5. Ajuste de los Datos de Campo a la Curva Tipo de McKinley.

Figura 8.6. Curva Tipo de Earlougler y Kersch para un pozo en yacimiento infinito.

Figura 8.7. Curva Tipo de Gringarten et al.[5], para pozo con efecto de llene y de daño; produciendo a tasa de flujo constante.

Figura 8.8. Técnica de Ajuste del Gráfico de Campo a la Curva Tipo de Gringarten et al.[5]

Figura 8.9. Gráfico de la derivada de la presión adimensional mostrando que a cortos y largos tiempos la Curvas Convergen a líneas rectas asintóticas.

Figura 8.10. Gráfico de Presión y Derivada adimensional Versus Tiempo adimensional, mostrando efecto de llene y daño en el pozo.

Figura 8.11. Gráfico de Presión y Derivada Versus Tiempo, mostrando reducción del efecto de llene con cierre en el fondo del pozo.

REFERENCIAS

CAPÍTULO 8

1. Agarwal,R.G, Al-Hussainny, R. and Ramey, H.J.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow", SPE J. (Sept 1970), 279-290.Trans, AIME, 249 ,

2. Ramey, H.J, and Standing. "Short-Time Well Test Data Interpretation in the Presence of Skin Effect and Wellbore Storage", JPT (Jun 1970) 97-104; Trans., AIME, 249.

3. Mc. Kinley, R.M.: "Wellbore Transmissibility from After Flow-Dominated Pressure Buildup Data" JPT (July 1971) 863-872; Trans, AIME, 251.

4. Earlougher, R.C. and Kersch, K.M. "Some characteristics of Pressure Buildup Behavior in Bonded Multiple" JPT (Oct. 1974), 1178-1186, Trans AIME, 257.

5. Gringarten, A.C., Ramey, H.J. and Raghavan, R.: "Unsteady-State Pressure Distributions Created by a Well with a Single Infinite Conductivity Vertical Fracture", SPEJ, (Aug. 1974) 347-360, Trans, AIME, 257.

6. Bourdet D.P, Gringarten, A.C., Landel, P.A., and Kniazeff, V.F.: "A comparison Between Different Skin and Wellbore Storage Type Curves for Early-Time transient Analysis", SPE 82005 of AIME 1979.

7. Ramey, H.J.: "Practical Use of Modern Well Test Analysis", APE 5878 presented at the SPE-AIME 51st Annul Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Oct. 3-6, 1976.

8. Mckinley, R.M.: "Estimating Flow Efficiency from After Flow-Distorted Pressure Buildup Data," JPT. (Jun-1974) 696-697.

9. Joseph, J.A., and Koederitz, L.F.: Unsteady-State Spherical Flow with Storage and Skin", SPEJ. (Dec. 1985) 804-822.

10. Bourdet, D.P., Gringarten, A.C.: "Determination of Fisme Volume and Block Since in Fractured Reservoirs by type Curve Analysis". SPE 9293 (1980).

ANEXO 8

EJEMPLO 8.1. MÉTODO DE AGARWAL, ET AL[1].

Un pozo ha estando produciendo durante 96 horas a una tasa de flujo de 515 BN/día. La Tabla 8.1, presenta la información pertinente a los pozos y a las propiedades de los fluidos del yacimiento; y la Tabla 8.1, presenta la información de presiones registradas.

TABLA 8.1

Propiedades de los fluidos y del yacimiento para el ejemplo 8.1 e información pertinente al pozo.

h = 13 pies | r_w = 0.2 pies

μ = 0.92 cp | ϕ = 22.3%

B_0 = 1.06 | S_w = 32%

q_0 = 519 BN/D | c_t = 13 x 10^{-6} lpc^{-1}

El petróleo es altamente no- saturado. El volumen de la tubería de producción y del annulus es aproximadamente 51 lb./pie^3, a la presión promedio en el pozo.

TABLA 8.2

Registro de Presiones

t, horas	p_{ws} , lpc
96.5	3607
96.75	3632
97	3652
97.5	3684
98	3101
98.5	3724
99	3737
101	3767
106	3781
120	3782
174	3782
168	3787

La Figura 7.2 representa la diferencia de presión (p_{ws}-p_{wf}) graficada como función del tiempo de cierre. Como puede mostrarse hasta $\Delta t = 0.7$ horas (aproximadamente) el efecto de llene domina la prueba, como puede determinarse de la línea recta a 45° de pendiente igual a uno. Para estimar en comienzo de la línea recta puede utilizarse la ecuación (7.6) o bien utilizar la regla del uno y medio ciclo Log. De acuerdo a esta regla el comienzo de la línea recta debe comenzar aproximadamente 10 a 12 horas, lo cual demuestra que la segunda línea en el gráfico semilog de Horner es la correcta ver Figura 7.3.

De la línea de pendiente unitaria, determinamos un punto cualquiera a $\Delta t = 0.5$ hrs, Δ p = 70 lpc. Calculamos la constante de llene.

$$C = \frac{(519BN/dia)(1.06\ BY/BN)(0.5\ hrs)}{(24\ hrs/dia)(70\ lpc)}$$

Luego:

C = 0.1637 BY/lpc

Note que este valor compara muy bien con el valor de C determinado de los datos de completación del pozo, C =0.3/0.354 = 0.26

y

$$C_D = \frac{0.8736\ C}{\phi h c_t r_w^2} = \frac{0.8936(0.1637)}{(0.223)(13)\left(13x10^{-6}\right)(027)^2} = 5.31\ x\ 10^4$$

Usemos ahora la curva tipo a través de la línea $p_D = t_D/(5.31 \times 10^4)$. Ajustando los datos de campo de la curva tipo en la Figura 7.1 se obtiene por interpolación S = 9, tal se muestra en la Figura 7.2.

Del punto de ajuste:

$$\left(p_D / \Delta p\right)_m = 7.3/100 \ \text{lpc}^{-1}$$

Luego de

$$p_D = \frac{kh}{141.2qB\mu}\Delta p$$

$$k = \frac{141.2qB\mu}{h}\left(\frac{p_D}{\Delta p}\right)_m = \frac{(141.2)(519)(0.92)(1.06)(7.3)}{(13)\qquad\qquad(100)}$$

= 402 md

Este valor compara bien con el valor de k = 420 md, obteniendo con el método de Horner. Del ajuste del tiempo podemos obtener el producto ϕc_t :

Del punto de ajuste: $\left(t / t_D\right)_M = \left(1/5.5 \ \text{x} \ 10^4\right)$ hr

y de

$$t_D = \frac{0.000264k \ t}{\phi\mu c_t r_w^2}$$

$$\phi c_t = \frac{0.000264 \ k}{\mu r_w^2}\left(t / t_D\right)_M = \frac{(0.000264)(402)}{(0.92)}\frac{1}{5.5 \ \text{x} \ 10^5} =$$

$$\phi c_t = 3.48 \ \text{x} \ 10^{-6} \text{lpc}^{-1}$$

El valor de ϕc_t obtenido de datos independientes es:

ϕc_t = (0.223)(13 x 10^{-6}) = 2.9 x 10^{-6} lpc^{-1}

CAPÍTULO 9
ANÁLISIS DE PRUEBAS DE POZOS
COMPORTAMIENTO DE YACIMIENTOS FRACTURADOS HIDRAÚLICAMENTE

TEORÍA DE FLUJO "TRANSIENT".

Cuando un pozo es interceptado por una fractura de conductividad finita pueden ocurrir los siguientes períodos de flujo:

1. **Período de flujo lineal**.

De pequeña duración y dominio, por efecto de llene.

2. **Período de flujo bilineal**.

Existe flujo lineal en la fractura y en la formación.

Los extremos de la fractura no afectan el comportamiento de la presión en el pozo.

El flujo de una fase es drenado de una región de la formación, que es pequeña comparada con la longitud de la fractura.

El problema es modelado matemáticamente mediante dos formas lineales de la ecuación de difusividad, aplicados a la formación y a la fractura, respectivamente.

La aproximación a un tiempo largo del modelo, describe el régimen de flujo bilineal según la siguiente ecuación:

$$p_{wD} = \frac{2.45}{\left[(k_w w)_D\right]^{1/2}}\left(t_{Dxf}\right)^{1/4} \qquad (9\text{-}1)$$

3. **Flujo lineal**.

A medida que el tiempo aumenta y los fluidos son drenados desde grandes distancias, los sistemas con alta conductividad desarrollan el régimen o período lineal de la formación.

4. **Flujo pseudoradial**.

Se presenta posterior al flujo lineal. El modelo matemático descriptivo es similar a la aproximación logarítmico de la solución de la línea fuente.

El modelo matemático usualmente empleado consiste en un modelo de dos dimensiones que incluye los límites (generalmente un rectángulo) y el pozo fracturado como una condición de contorno interior reflejando el efecto de los extremos de la fractura (“tips”).

5. **Flujo semi-continuo**.

Si las dimensiones geométricas del sistema de fractura es comparable al área de drenaje, se produce el efecto de límite y para un sistema cerrado al flujo, puede obtenerse flujo semi-continuo.

La aproximación a tiempos cortos produce flujo bilineal.

$$p_{wD}\left(x_D, t_{Dxf}\right) = \left(\pi t_{Dxf}\right)^{1/2} \qquad -1 < x_D < 1 \tag{9-2}$$

La aproximación a tiempo, largo produce flujo pseudoradial.

$$p_{wD}\left(x_D, y_D, t_{Dxf}\right) = \frac{1}{2}\left(\ln t_{Dfx} + 2.2\right) \tag{9-3}$$

(Referidas a las Figuras 9-1 y 9-2, respectivamente.)

Observaciones:

1. El flujo bilineal es experimentado solamente por fracturas de conductividad finita. Otro tipo de restricción al flujo, por ejemplo “choked fracture” y daño por pérdida de fluidos, producen una respuesta de presión plana a tiempos cortos de presión (Ver Figura 9.3).
2. A tiempos mayores la respuesta de presión se hace cóncava hacia arriba y a mayores tiempos se hacen paralelas al comportamiento de fractura de conductividad infinita.
3. El comportamiento de presión para pozos interceptados por fracturas verticales de conductividad adimensional $(k_f w)_D$ mayor de 300, es idéntica al comportamiento de fractura de conductividad infinita.
4. El comienzo del período de flujo pseudoradial depende de la conductividad de la fractura.

5. El régimen lineal puede no ocurrir cuando la fractura presenta valores bajos o intermedios de conductividad. El modelo presenta información acerca de la naturaleza de la distribución de flujo a lo largo de la fractura. (Ver Figura 9.4).

En una fractura de alta conductividad : $wk_f / \pi x_f k = 10^4$.

6. Para pequeños tiempos la densidad de flujo es uniforme y la tasa de flujo de la formación hacia la fractura es menor que la tasa total de producción, debido a la capacidad de almacenamiento de la fractura. A medida que el tiempo incrementa, el fluido producido proviene de afuera de la fractura.

7. La Figura 9.5, presenta la distribución de flujo estabilizado para fractura de diferente conductividad.

Es importante crear fractura de alta conductividad en pozos dañados.

La mayoría de los fluidos producidos, provienen del segmento de fractura mas alejado, mientras que la restricción al flujo, causadas por daño en la zona de formación, se localiza alrededor del pozo.

La distribución de flujo es más uniforme cuando el daño de fractura es causada por pérdida de fluidos en lugar de “choked fracture”.

ANÁLISIS DE CURVAS TIPO

Importancia:

1. El problema de unicidad puede ser removido parcialmente escogiendo coordenadas convenientes, aún sin el auxilio de la técnica de la derivada de presión.

2. Los datos correspondientes a diferentes regímenes de flujos y transiciones, pueden ser identificados para interpretación subsecuente, mediante métodos apropiados de análisis (análisis convencionales segmentados o análisis especializados).

CURVAS TIPO PARA FRACTURA SIN EFECTO DE DAÑO Y SIN EFECTO DE LLENE.

1. Para tiempos cortos de análisis

$$p_{wD}\left(k_f w\right)_D \quad \text{vs. } t_{Dxf}\left(k_f w\right)_D^2$$

Graficar en papel log - log. (Figura. 9-1).

2. Para tiempos grandes de análisis

$$p_{wD} \quad \text{vs. } t_D r'_w$$

Donde:

$$t_D r'_w = \frac{kt}{\phi \mu c_t \left(r'_w\right)} \tag{9-4}$$

Graficar en papel log-log (Figura 9.2)

Análisis:

∗ Bajo flujo pseudo-radial todas las curvas convergen a una sola curva, para todo valor de la conductividad finita de la fractura.

∗ Como el tiempo adimensional se ha definido en términos del radio aparente del pozo, (r'_w), es necesario usar un gráfico auxiliar para determinar la mitad de la longitud de fractura, (x_f). (Figura 9-6).

∗ Ambas figuras muestran el lugar geométrico al final del flujo bilineal y los comienzos del flujo lineal y pseudoradial.

∗ El flujo bilineal se caracteriza por la pendiente igual a 1/4.

∗ El flujo lineal se caracteriza por la pendiente igual a 1/2.

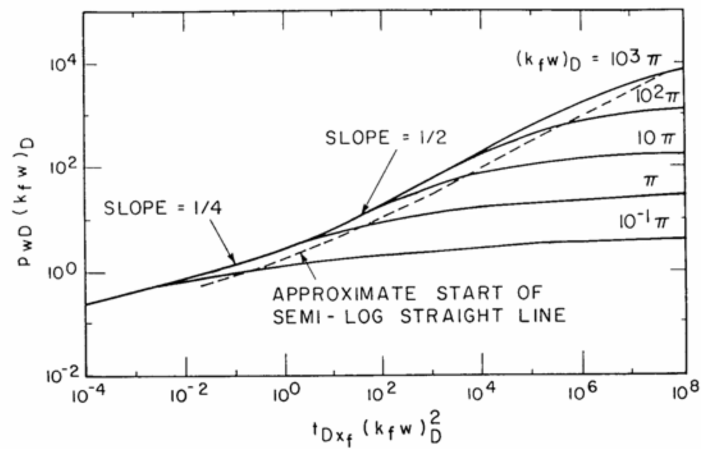


FIGURA 9.1. Curva tipo para pozo fracturado verticalmente

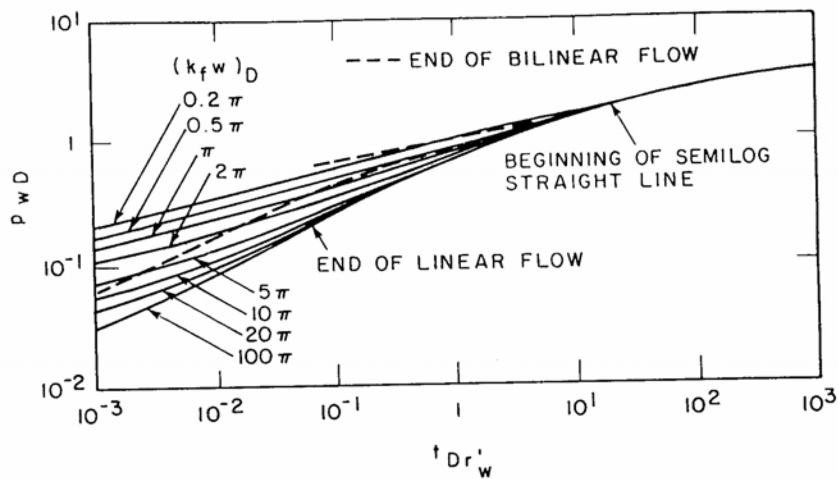


Figura 9.2. Curva tipo para pozos fracturados verticales de conductibilidad finita. Flujo bilineal.

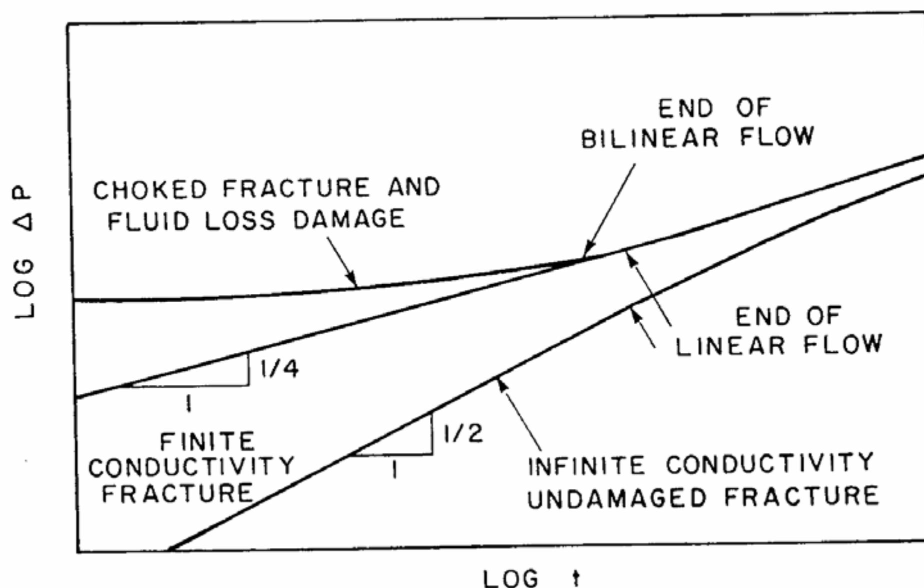


Figura 9.3. Gráfico Log – Log de variación de presión contra tiempo en pozos fracturados.

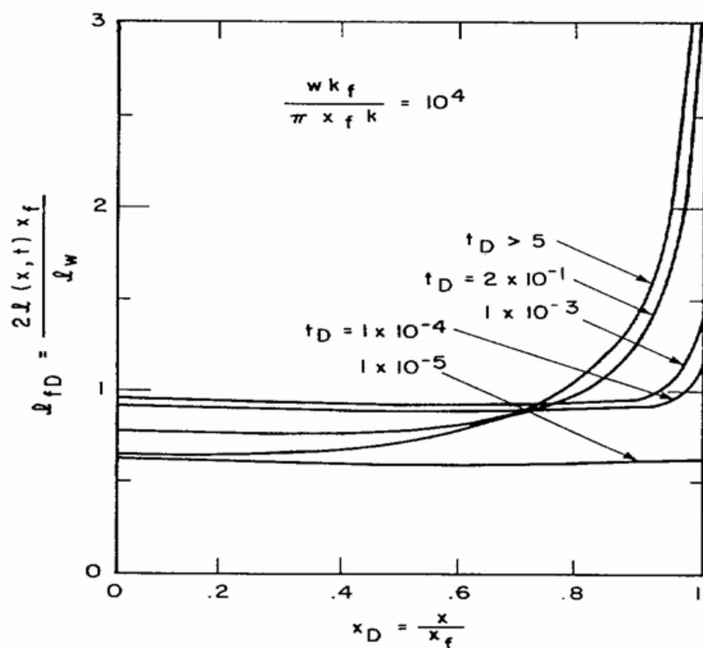


Figura 9.4. Distribución de flujo a varios tiempos a lo largo de fractura de alta conductividad.

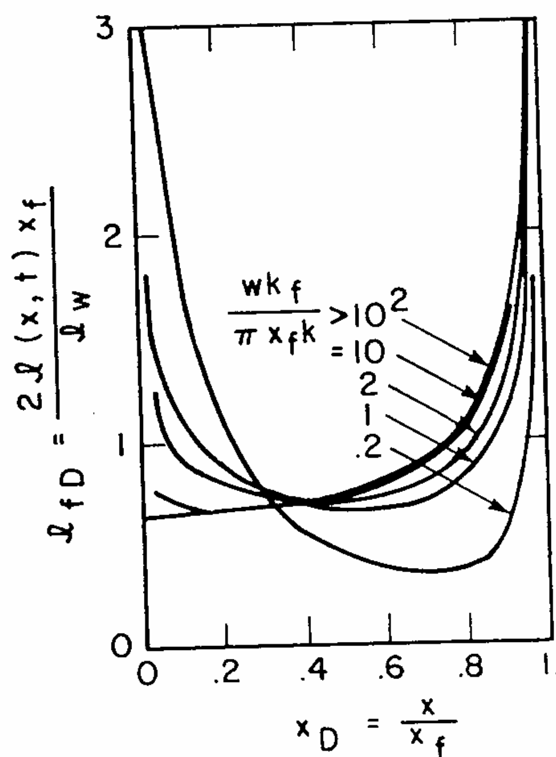


Figura 9.5. Distribución de flujo estabilizado para fracturas de diferentes de conductividad.

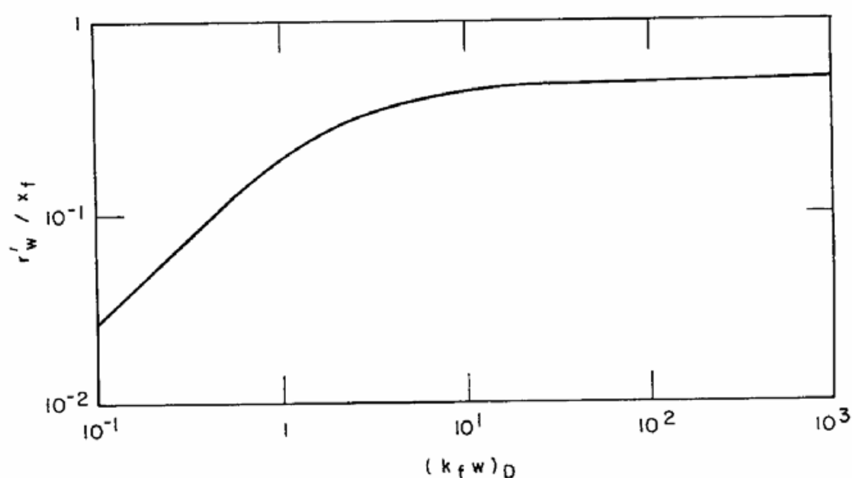


Figura 9.6. Radio aparente del pozo versus fractura vertical adimensional conductiva.

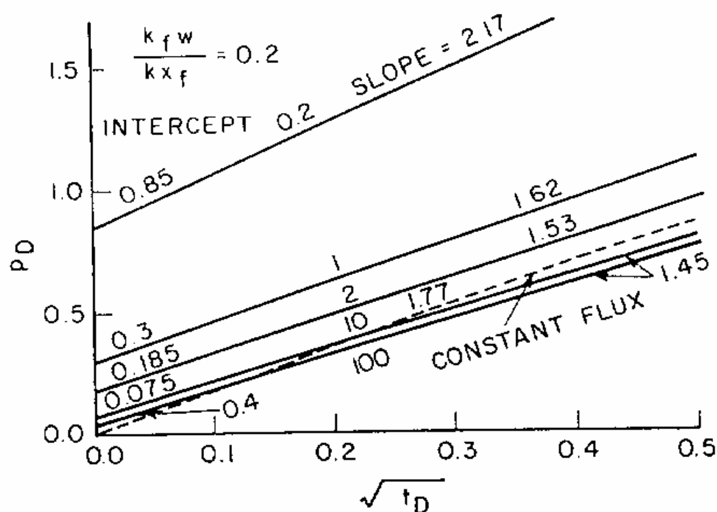


Figura 9.7. Método Modificado de Millheim – Cichowicz[1] (MC).

MÉTODOS CONVENCIONALES:

FLUJO BILINEAL

Relación lineal p_w vs. $t^{1/4}$

$$\Delta p = \frac{44.1\ qB\mu}{h_f (k_f w)^{1/2} (\phi \mu c_t k)^{1/4}} t^{1/4} = m_{bf0} t^{1/4} \qquad (9\text{-}5)$$

de la pendiente $m_{bfo} \rightarrow k_f w$

FINAL DEL FLUJO BILINEAL.

$$t_{Debf} \approx \frac{0.1}{(k_f w)_D^2} \quad \text{para} \quad (k_f w) \geq 3 \qquad (9\text{-}6)$$

$$t_{Debf} \approx 0.0205 \left[(k_f w)_D - 1.5 \right]^{-1.53} \qquad (9\text{-}7)$$

para $1.6 \le (k_f w)_D \le 3$

$$t_{Debf} \approx \left\{ \frac{4.55}{(k_f w)_D^{1/2}} - 2.5 \right\}^{-4} \qquad (9\text{-}8)$$

para $(k_f w)_D \le 1.6$

El flujo bilineal para $t_D > t_{Debf}$ puede ser una curva:

* Cóncava hacia arriba, si $(k_f w)_D > 1.6$

* Cóncava hacia abajo, si $(k_f w)_D < 1.6$

ANÁLISIS:

∗ Las propiedades de la formación, deben ser conocidas antes de evaluar las características de la fractura por este método.

∗ El flujo bilineal está restringido a fractura de conductividad finita, cuando no hay efecto de llene y no hay daño por restricción al flujo, debido a pérdidas de fluído o a daño en la fractura (“choked fracture”)

∗ De acuerdo a la ecuación (9-5) un gráfico de p_w vs. $t^{1/4}$ debe pasar por el origen, de lo contrario , como se muestra en la (Fig.9-3) , el comportamiento a tiempos cortos de la presión es una linea casi horizontal plana , interceptando al eje de presión en Δp_s.

PERÍODO DE FLUJO LINEAL EN LA FORMACIÓN:

$$\Delta p = \frac{4.064 qB}{h_f x_f} \sqrt{\frac{\mu t}{k \phi c_t}} = m_{bfo} \sqrt{t} \qquad (9\text{-}9)$$

Donde:

$$m_{bfo} = 147.86 \frac{qB\mu}{h} \frac{x_f}{k_f w} \qquad (9\text{-}10)$$

De la pendiente, m_{bfo} se obtiene h_f , x_f y el intercepto es m_{bfo}.

Algunos comentarios sobre el período de flujo lineal:

a) El flujo lineal se presenta en fracturas de alta conductividad: Un gráfico de p_w vs. $t^{1/2}$ debe pasar por el origen, de lo contrario, la prueba presenta alguna clase de restricción.

b) La permeabilidad de la formación debe ser conocida de una fuente independiente para poder determinar la mitad de la longitud de la fractura.

c) El efecto de llene debe disiparse antes de que termine el flujo lineal.

MÉTODO MODIFICADO DE MILLHEIM-CICHOWICZ[1] (M-C).

Este método fue propuesto por Lee y Holditch[2], con las siguientes características:

* Es el método de Curva Tipo que trata únicamente flujo lineal.
* Se gráfica p_D vs $t_D^{1/2}$ y se ajusta la curva tipo de la Figura 9-7
* El intercepto de la línea se utiliza para estimar la conductividad de la fractura y el ajuste de tiempo se usa para determinar x_f:

$$x_f = \left[\frac{2.64x10^{-4} k}{\phi \mu c_t} \right]^{1/2} \left[\frac{t}{t_D} \right]_M \qquad (9\text{-}11)$$

PhD. Douglas Alvarado

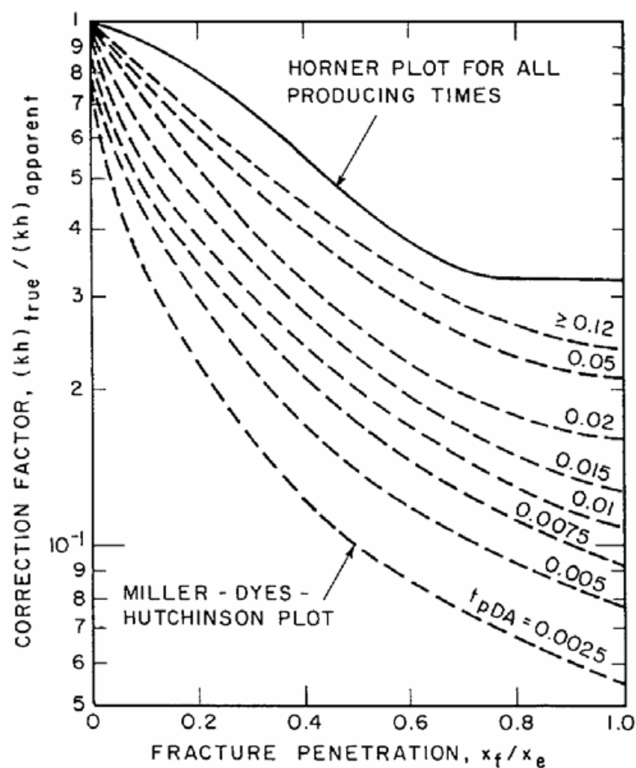


Figura 9.8. Factor de Corrección de KH estimado de la prueba de presión de Buildup en pozos fracturados verticalmente.

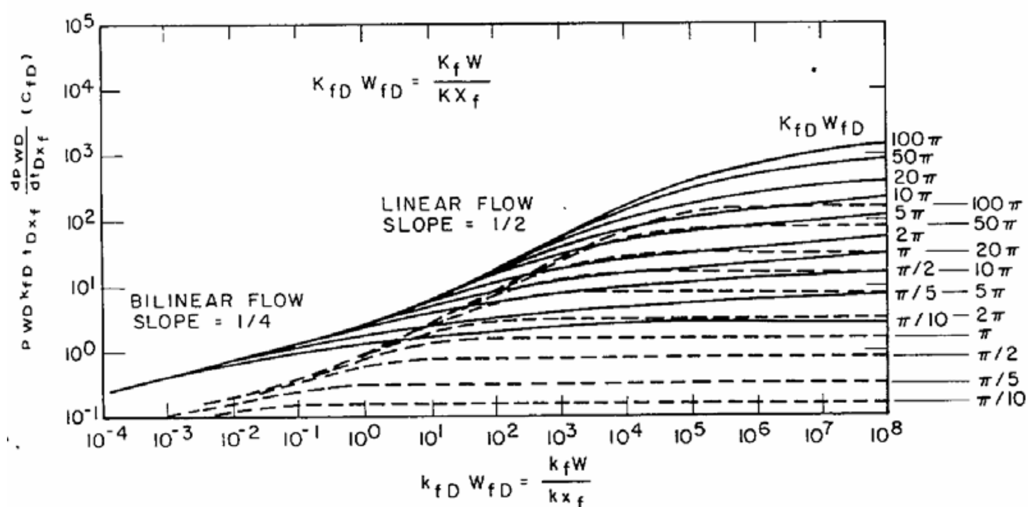


Figura 9.9. Curva Tipo Doble de Presión y Derivada, sin efecto de llene y Skin, para analizar fracturas de conductividad finita.

FLUJO PSEUDORADIAL:

* Se alcanza para todas las fracturas a altos tiempos de flujo.

* Se aplican las ecuaciones desarrolladas para yacimientos homogéneos, en la interpretación de los datos.

* Sin embargo, este análisis no determina:

* El tipo de restricción que ocurre.

* Los parámetros de la fractura.

* La presión es gobernada por la ecuación (9-12) y el "skin", se obtiene con la ecuación (9-13)

$$p_{wf} = p_i - m \left[\log t + \log \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} - 3.23 + 0.87S \right] \qquad (9\text{-}12)$$

$$S = 1.151 \left\{ \frac{p_{wf}(t=1) - p_i}{m_1} - \log \frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2} + 3.23 \right\} \qquad (9\text{-}13)$$

* El problema es, que el flujo pseudoradial puede no haberse obtenido y que los límites del área de drenaje afecten el tratamiento matemático.

Este último problema ha sido tratado por Rusell y Truit[3] y por Raghavan et al[4], quienes propusieron un procedimiento de ensayo y error para determinar la verdadera permeabilidad (valor correcto de permeabilidad). (Figura 9.8)

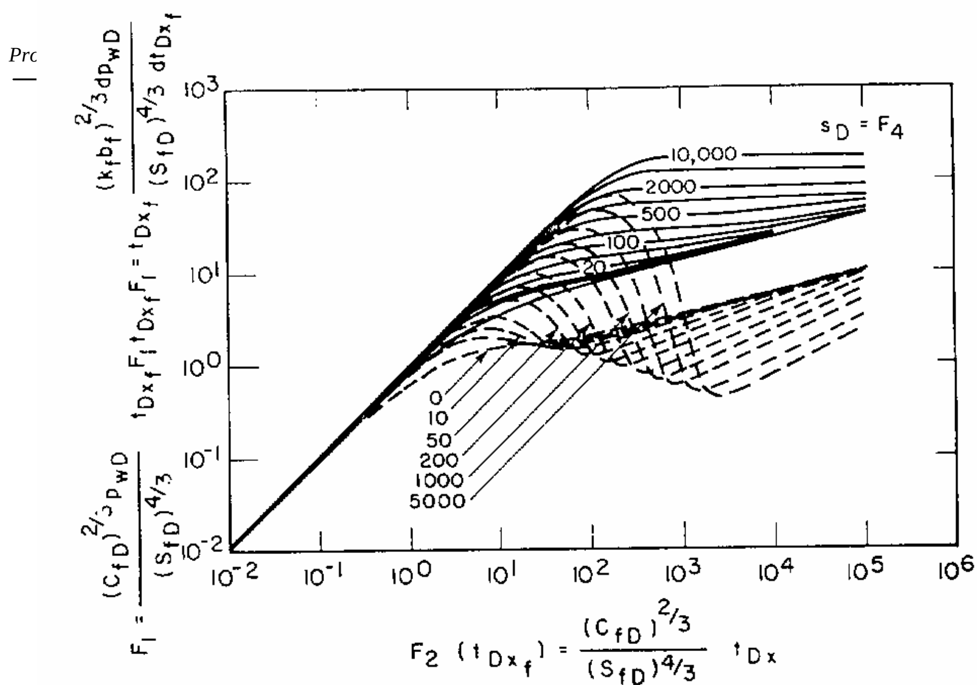


Figura 9.10. Curva Tipo Doble de Presión y Derivada, con efecto de llene y Skin, para analizar fracturas de conductividad finita.

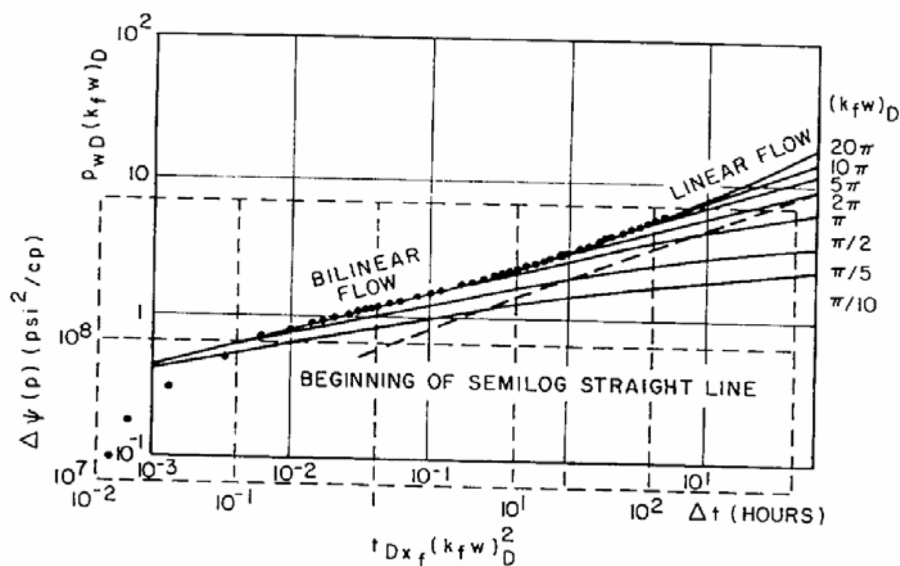


Figura 9.11. Curva Tipo de ajuste para prueba Buildup[11]

FACTOR DE DAÑO Y EFECTO DE LLENE

Dos tipos de daño pueden ocurrir:

a. “The choked fractured”:

* Daño causado por material de relleno desmenuzado y ocurre en la vecindad del pozo.

* El daño es aditivo a la solución de conductividad infinita, de modo que exhibe las mismas características de flujo lineal, transición y flujo pseudoradial como las fracturas de conductividad infinita no dañada (no existe flujo bilineal).

b. Fractura dañada por pérdidas de fluido hacia zonas alrededor de la fractura:

* Bajo estas condiciones el efecto skin se añade a la solución de fractura de conductividad infinita solamente en el caso de flujo lineal.

* Para la transición y para el flujo pseudoradial, la siguiente ecuación aplica:

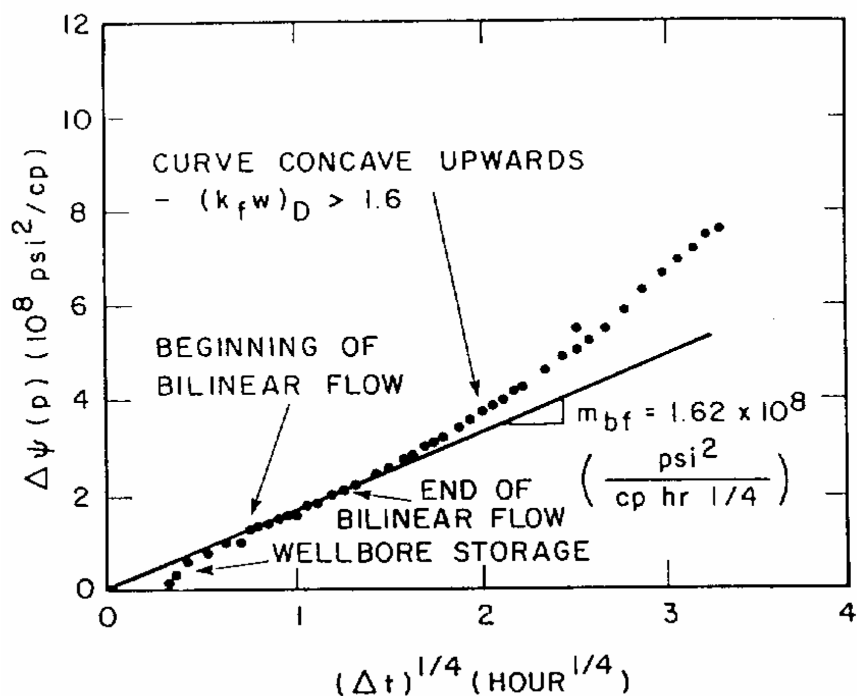
$$p_{wD}\left(t_{Dxf}, S_f\right) = p_{wD}\left[\ t_{Dxf}, \left(k_f w\right)_D \to \infty\ \right] + \Delta p_{sD}\left(S_f, t_{Dxf}\right) \qquad (9\text{-}14)$$

Donde:

Δp_{sD} es la presión adimensional adicional causada por el daño de la fractura .

Las ecuaciones de interpretación para los regímenes de flujo bilineal no consideran explícitamente el daño “skin”.

En el caso de flujo pseudoradial, el “skin” refleja el efecto total de la fractura en el comportamiento de presión.



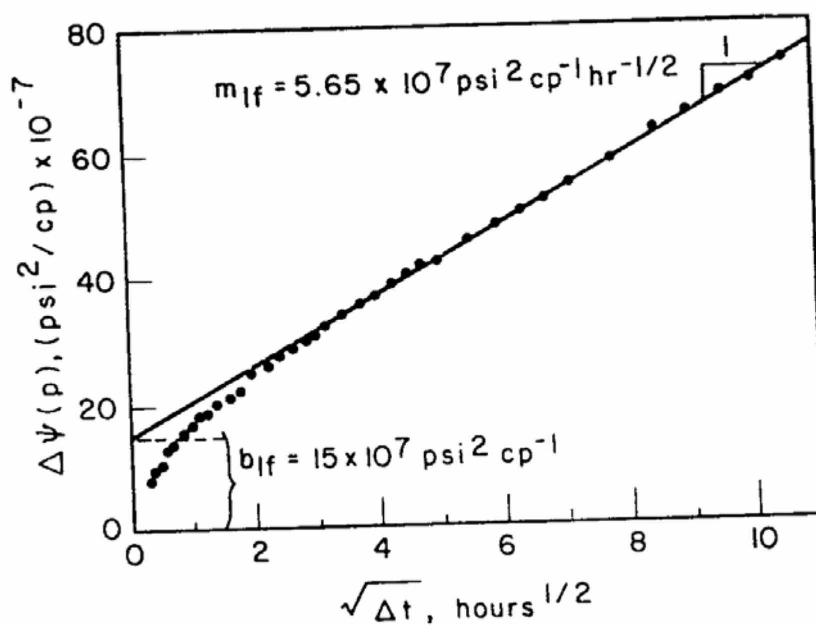


Figura 9.13. Gráfico lineal de ejemplo prueba Buildup[14]

EFECTO DE LLENE SOBRE POZO FRACTURADO VERTICALMENTE:

Este efecto ha sido analizado por Ramey y Gringarten[5,] y Cinco-Ley y Samaniego[6].

El problema de unicidad de otras Curvas Tipo ha sido reducido con la introducción del método de la Derivada de Presión[7].

La (Figura 9.9), presenta una Curva Tipo Doble, de presión y derivada, sin "skin" y sin efecto de llene, para analizar fracturas de conductividad finita.

La (Figura 9.10), presenta la Curva Doble de presión y derivada, para un pozo con una fractura de conductividad finita con efecto de llene y "skin", para flujo bilineal.

Las pruebas de "Drawdown" se caracterizad por condición de presión constante en el fondo del pozo, esto es, tasa de flujo variable de producción, por lo que algunos autores utilizan o recomiendan graficar los datos, mediante el uso de función de respuesta de tasa constante P_{FCN} (t_n).

$$P_{FCN}(t_n) = \frac{\Delta\Psi\left[p(t_n)\right] - \sum_{i=2}^{n} \left[q_i - q_{i-1}\right] P_{FCN}(t_n - t_{i-1})}{q_1} \qquad (9\text{-}15)$$

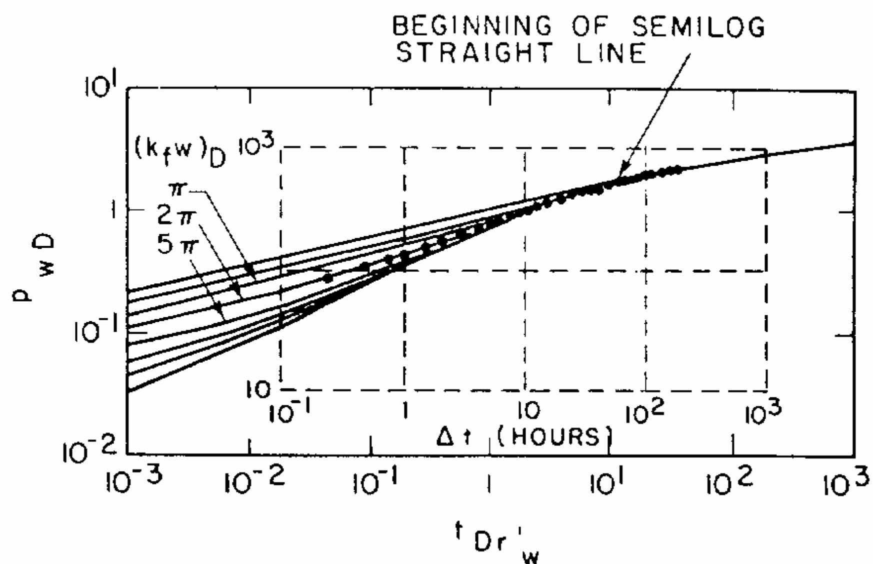


Figura 9.14. Curva tipo de ajuste para ejemplo prueba Buildup[11]

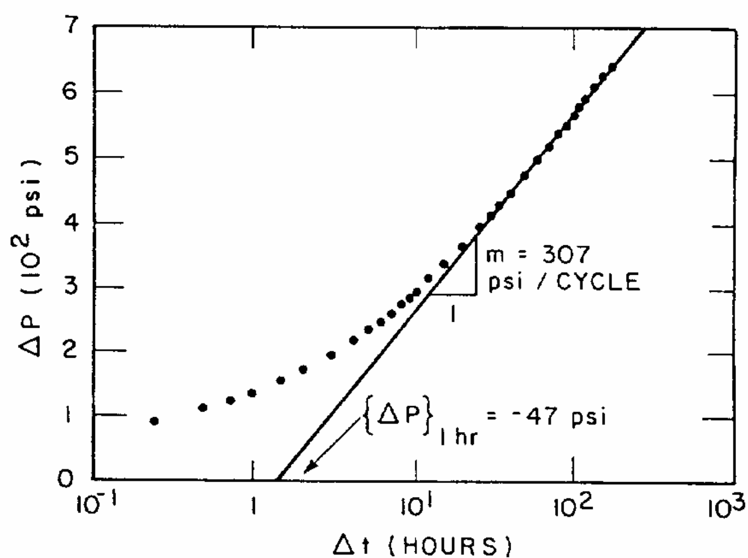


Figura 9.15. Gráfico semilog de ejemplo prueba Buildup[11]

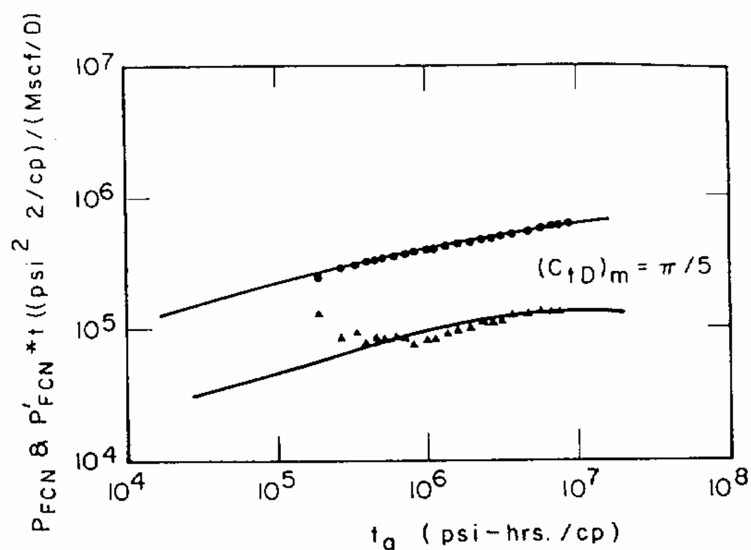


Figura 9.16. Curva tipo de ajuste de presión y derivada de ejemplo de Prueba de Drawndown[13]

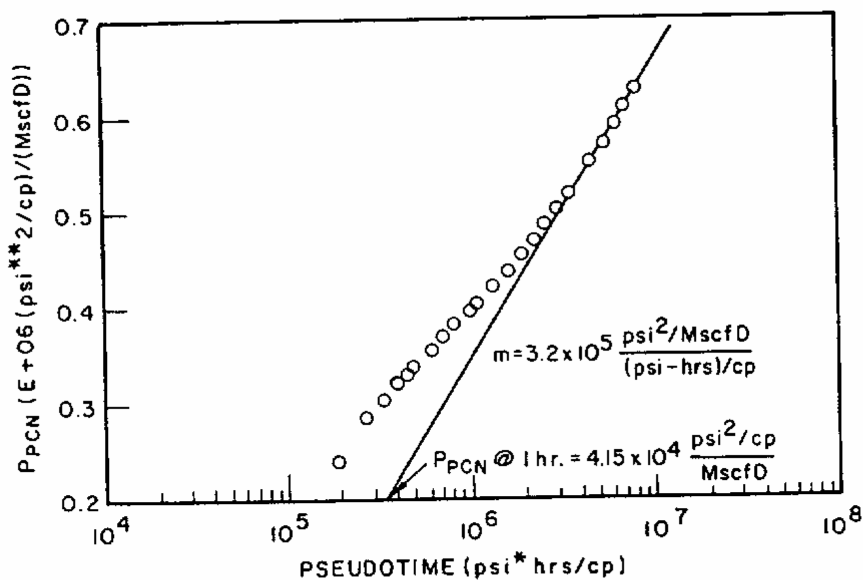


Figura 9.17. Gráfico semilog de ejemplo de Prueba de Drawndown[13]

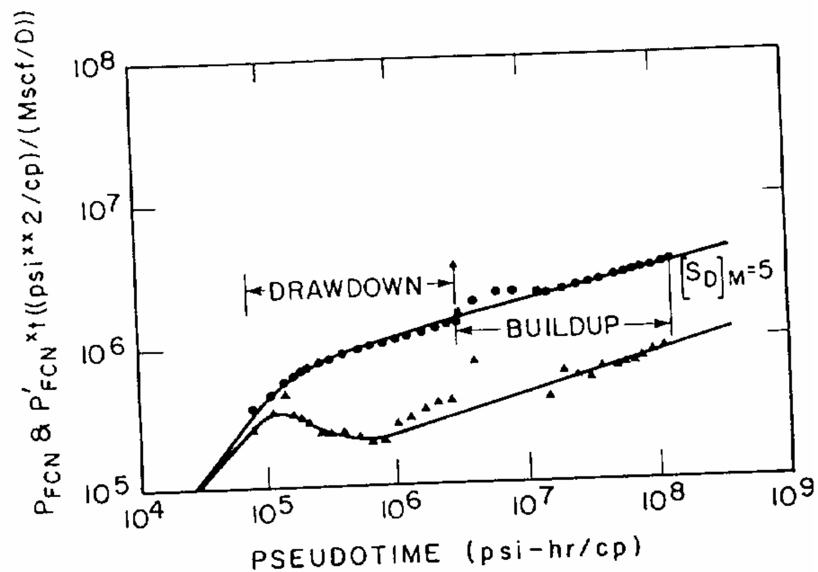


Figura 9.18. Curva tipo de ajuste de presión y derivada para ejemplo de Prueba de Drawndown y Buildup[13]

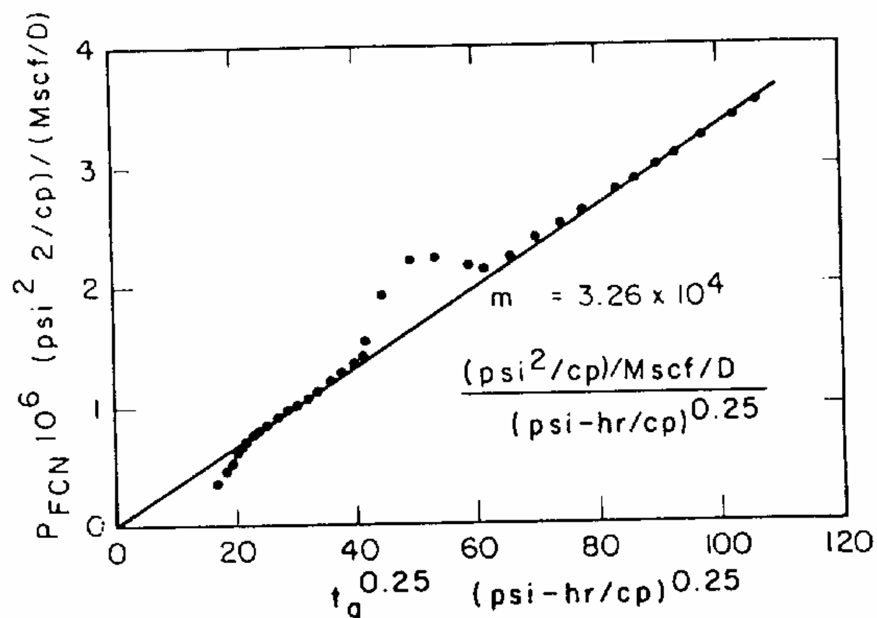


Figura 9.19. Gráfico bilineal para ejemplo de Prueba de Drawndown y Buildup[13]

PhD. Douglas Alvarado

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 9

Figura 9.1.- Curva Tipo para pozos fracturados verticalmente.

Figura 9.2.- Curva Tipo para pozos, fracturas verticales de conductividad finita. Flujo bilineal.

Figura 9.3.- Gráfico Log-Log de variación de presión contra tiempo, en pozos fracturados.

Figura 9.4.- Distribución de flujo a varios tiempos, a lo largo de fracturas de alta conductividad.

Figura 9.5.- Distribución de flujo estabilizado para fracturas de diferentes conductividad.

Figura 9.6.- Radio Aparente del pozo versus Fractura vertical adimensional conductiva.

Figura 9.7.- Método modificado de Millheim-Cichowicz [1] (MC).

Figura 9.8.- Factor de corrección de kh, estimado de la prueba de presión de Buildup en pozos fracturados verticalmente.

Figura 9.9.- Curva Tipo Doble de Presión y Derivada, sin efecto de llene y skin, para analizar fracturas de conductividad finita.

Figura 9.10.- Curva Tipo Doble de Presión y Derivada con efecto de llene y skin, para pozos con fractura de conductividad finita y condiciones de flujo bilineal.

Figura 9.11.- Curva Tipo de Ajuste para Prueba Buildup.

Figura 9.12.- Gráfico Bilineal de Ejemplo Prueba Buildup.

Figura 9.13.- Gráfico Lineal de Ejemplo Prueba Buildup.

Figura 9.14.- Curva Tipo de Ajuste para Ejemplo Prueba Buildup.

Figura 9.15.- Gráfico Semilog de Ejemplo Prueba Buildup.

Figura 9.16.- Curva Tipo de Ajuste de Presión y Derivada de Ejemplo de Prueba Drawdown.

Figura 9.17.- Gráfico semilog de Ejemplo de Prueba de Drawndown.

Figura 9.18.- Curva Tipo de Ajuste de Presión y Derivada para Ejemplo de Prueba de Drawdown y Buildup.

Figura 9.19.- Gráfico Bilineal para Ejemplo de Prueba Drawdown y Buildup.

REFERENCIAS CAPÍTULO 9

1. Millheim, K.K., and - Cichowicz, L.: “Testing and Analyzing Low Permeability Fractured Gas Well” JPT (Feb., 1968) 193-198. AIME, 243.

2. Lee, W.J, and, Holditch, S.A.: “Fractured Evaluation with Pressure Transient testing in Low Permeability Gas Reservoirs”, JPT, Sept 1.981.

3. Rusell, D.G. and Truitt, N.E.: “Transient Pressure Behavior in Vertically Fractured Reservoir” J.P.T. (Oct. 1964) 1159-1170.

4. Raghavan, R.: “An investigation by Numerical Methods of the Effect of Pressure and fluid properties on well flow test”. SPE (Junio, 1972) 267.

5. Ramey, H. J., and Gringarten, A.C.: “Unsteady State Pressure Distribution created by a Well a Single Horizontal Fracture.” SPEJ (Ang. 1974) 413-426; Trans., AIME, 257.

6. Cinco, L.H. y Samaniego, V.F., and Domoninguez, A.N.: “Transient Pressure Behavior for a Well with a finite conductivity Vertical Fractured”. SPEJ (Aug 1978) 253-264.

7. Bourdet, D. et al.: “A new Set of type Curves Simplifies Well Test Analysis”, World Oil (May.1983).

8. Ramey, H.J., Jr.: “Short-Time Well Test Data Interpretation in the presence of Skin Effect and Wellbore Storage”. JPT. (Jan.1970) 97-104; Trans., AIME, 249.

9. Horner, D.R..: “Pressure Buildup in Well”. Third World Pet. Cong., E.J. Brill, Leiden (1951) II, 503.

10. Gringarten, A.C., Ramey, H.J., and Raghavan, R.: "An Investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow". SPEJ (Sep. 1970) 279-290, Trans., AIME, 249.

11. Cinco-Ley, H., and. Samaniego, V.F "Transient Pressure Analysis: Finite Conductivity Fracture Case", paper SPE 10179, presented at the 56th Ann. Fall Techn. Conf. And Exh. of SPE of AIME, Oct. 5-7, San Antonio, Texas, 1981.

12. Raghavan, R. Cady, G.V. and, Ramey H.J.: "Well Test Analysis for Vertically fractured Wells", JPT, Aug. 1.972.

13. Wong, D.W., Harringto, G.A. and, Cinco-Ley, H.: "Application of the Pressure-Derivative Function in the Pressure transient testing of Fractured Wells", SPJ Formation Evaluation, Oct. 1.986.

14. Cinco-Ley, H., Samaniego, H., Rodriguez. F.: "Application of the Pseudo linear Flow Model to the Pressure Transient Analysis of Fractures Wells", paper SPE 13059, presented at 59th Ann. Techn. Conf. And Exh., Houston, 1.984.

CAPÍTULO 10
YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

Modelos convencionales (primeros modelos): Basados en los trabajos de Barenblatt[1], no toma en cuenta la compresibilidad de la fractura.

Modelo de Warren y Root[2]

Suposiciones:

1. El pozo produce a través de fracturas únicamente.
2. Fluido de compresibilidad constante
3. Flujo interporoso de la matriz a la fractura en flujo semicontinuo.
4. Medio poroso formado por matriz y fractura.
5. Propiedades de la matriz: $(\phi_m, k_m, c_m, \ldots)$
6. Propiedades de la fractura: $(\phi_f, k_f, c_f, \ldots)$

Se definen dos parámetros básicos:

$$\omega = \frac{(\phi vc)_f}{(\phi vc)_f + (\phi vc)_m} \qquad (10\text{-}1)$$

$\omega =$ razón de almacenamiento (la capacidad de almacenamiento relativa)

v razón del volumen de un medio determinado, al volumen total de la muestra.

$$\lambda = \alpha\, r_w^2 \frac{k_m}{k_f} \qquad (10\text{-}2)$$

$\lambda =$ parámetro de flujo interporoso

$\alpha =$ constante que depende del área de contacto interporoso.

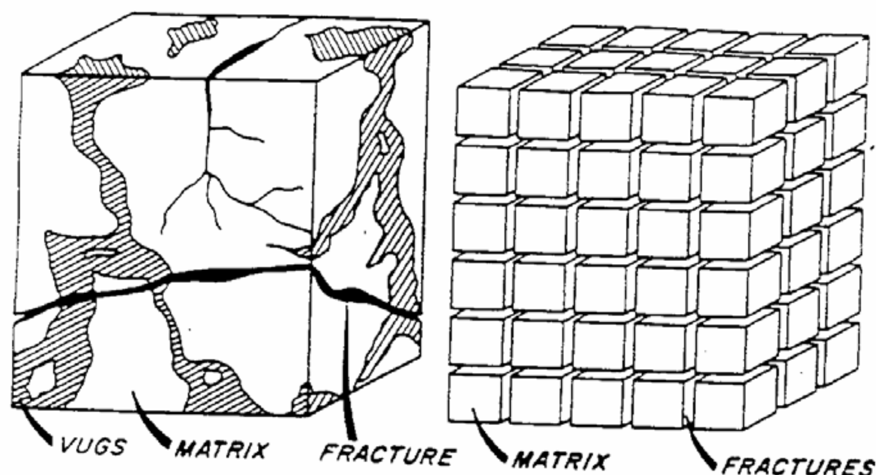


Figura 10.1. Ilustración esquemático de un yacimiento naturalmente fracturado y su idealización, según Modelo de Warren y Root[2]

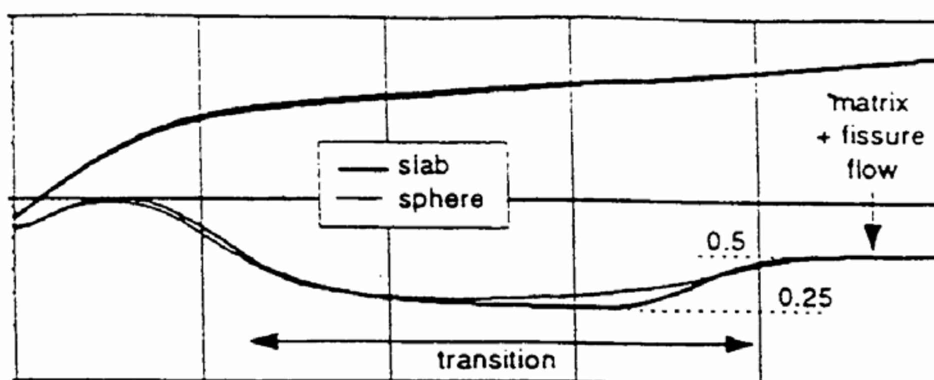


Figura 10.2. Repuesta Típica de un Modelo de Flujo Doble - Porosidad "Transient" en un Yacimiento comparando capas laminadas y esféricas.

MÉTODO DE ANÁLISIS CONVENCIONAL PARA "BUILDUP".

Se prepara un gráfico semi log de p_{ws} vs $\frac{t+\Delta t}{\Delta t}$

Descripción:

Región 1: Sólo produce el pozo de fracturas: El período de fractura (período de flujo homogéneo) generalmente no aparece, debido al efecto de llene y al Skin.

Región 2: Transición, la matriz alimenta de fluidos a la fractura, (período de transición).

Región 3: Período de flujo homogéneo, la matriz y la fractura forman un sistema de fluido homogéneo.

Análisis:

m : pendiente igual para ambas rectas

$$m = \frac{162.6 q B \mu}{k_f h} \tag{10-3}$$

$$k_f h = \frac{162.6 q B \mu}{m} \tag{10-4}$$

$$\omega = 10^{-\delta p/m} \equiv e^{-2.303\ \delta p/m} \tag{10-5}$$

$\delta p =$ diferencia de presión en la dirección vertical de dos rectas.

$$\omega = \frac{t_1}{t_2} \tag{10-6}$$

$$\lambda = 0.56(1-\omega)e^{-\frac{2.3\Delta p\lambda}{m}} \qquad \left(\text{van Golf-Racht}^3\right) \tag{10-7}$$

$$\omega = e^{2(s-s_f)} \tag{10-8}$$

s_f = Skin falso de la 1era recta usada en almacenamiento total, en vez del almacenamiento de la fractura .

$$\ln\frac{2}{\gamma\sqrt{\lambda e^{-2S}}} = \frac{1}{2}\left[\ln(t_{1D})_f + 0.80907 + 2S\right] \qquad (10\text{-}9)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\ln(t_{2D})_{f+m} + 0.80907 + 2S\right] \qquad (10\text{-}10)$$

$$S = 1.15\left[\frac{p_{ws1hora} - p_{wf}}{m} - \log\frac{k_f}{\phi\mu c_t r_w^2} + 3.23\right] \qquad (10\text{-}11)$$

$$(t_{1D})_f = (t_{2D})_{f+m} = \frac{1}{\gamma\lambda} \qquad (10\text{-}12)$$

$$\lambda = \frac{(\phi v c_t)_f \mu r_w^2}{\gamma k_f t_1} = \frac{(\phi v c_t)_{f+m} \mu r_w^2}{\gamma k_f t_2} \qquad (10\text{-}13)$$

MÉTODO DE SOLUCIÓN USANDO CURVAS TIPO.

Modelo de flujo interporoso semicontinuo.

Procedimiento:

1. Del ajuste de presión obtener k_f
2. Del ajuste de tiempo obtener C
3. Con el valor de C, determinar C_D
4. Determinar el Skin:

$$S = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{(C_D e^{2S})_{f+m}}{(C_D)_{f+m}}\right] \qquad (10\text{-}14)$$

5. Determinar ω:

$$\omega = \frac{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}{\left(C_D e^{2S}\right)_f} \tag{10-15}$$

6. Leer $\left(\lambda e^{-2S}\right)_M$ del ajuste durante el período de transición, y obtener:

$$\lambda = \left(\lambda e^{-2S}\right)_M \; e^{2S} \tag{10-16}$$

Modelo de flujo interporoso "transient".

Desarrollado por De Swaan[4] y usado por Bourdet y Gringarten[5].

Características:

1. El modelo homogéneo se aplica a tiempos pequeños y grandes.

2. La transición comienza muy temprano y esta transición se modela con el "modelo homogéneo" desplazado por un factor de 2, tanto en ambos ejes de coordenadas.

Procedimiento:

1. $$\omega = \frac{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}{\left(C_D e^{2S}\right)_f} \tag{10-15}$$

2. Obtener $k_f h$ del ajuste de presión

3. Obtener C del ajuste de tiempo

4. Determinar $$C_{Df+m} = \frac{0.8936C}{\left(\phi v c_t\right)_{f+m} h r_w^2} \tag{10-17}$$

5. Se obtiene β' del ajuste de transición:

$$\beta' = \delta' \frac{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}{\lambda e^{2S}} \tag{10-18}$$

Donde:

$\delta' = 18914$ para láminas

$\delta' = 10508$ para esferas

Luego:

$$\lambda e^{-2S} = \left[\frac{\delta' \left(C_D e^{2S} \right)_{f+m}}{\beta'} \right] \qquad (10\text{-}19)$$

Entonces:

$$\lambda = \left[\frac{\delta' \left(C_D e^{2S} \right)_{f+m}}{\beta'} \right] . \; e^{2S} \qquad (10\text{-}20)$$

DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE DIFUSIVIDAD PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.

Ecuación de difusividad.

En la fractura:

$$\frac{k_f}{\mu} \nabla^2 p_f = \left(\phi V c_t \right)_f \frac{\partial p_f}{\partial t} - q^* \qquad (10\text{-}21)$$

En la matriz:

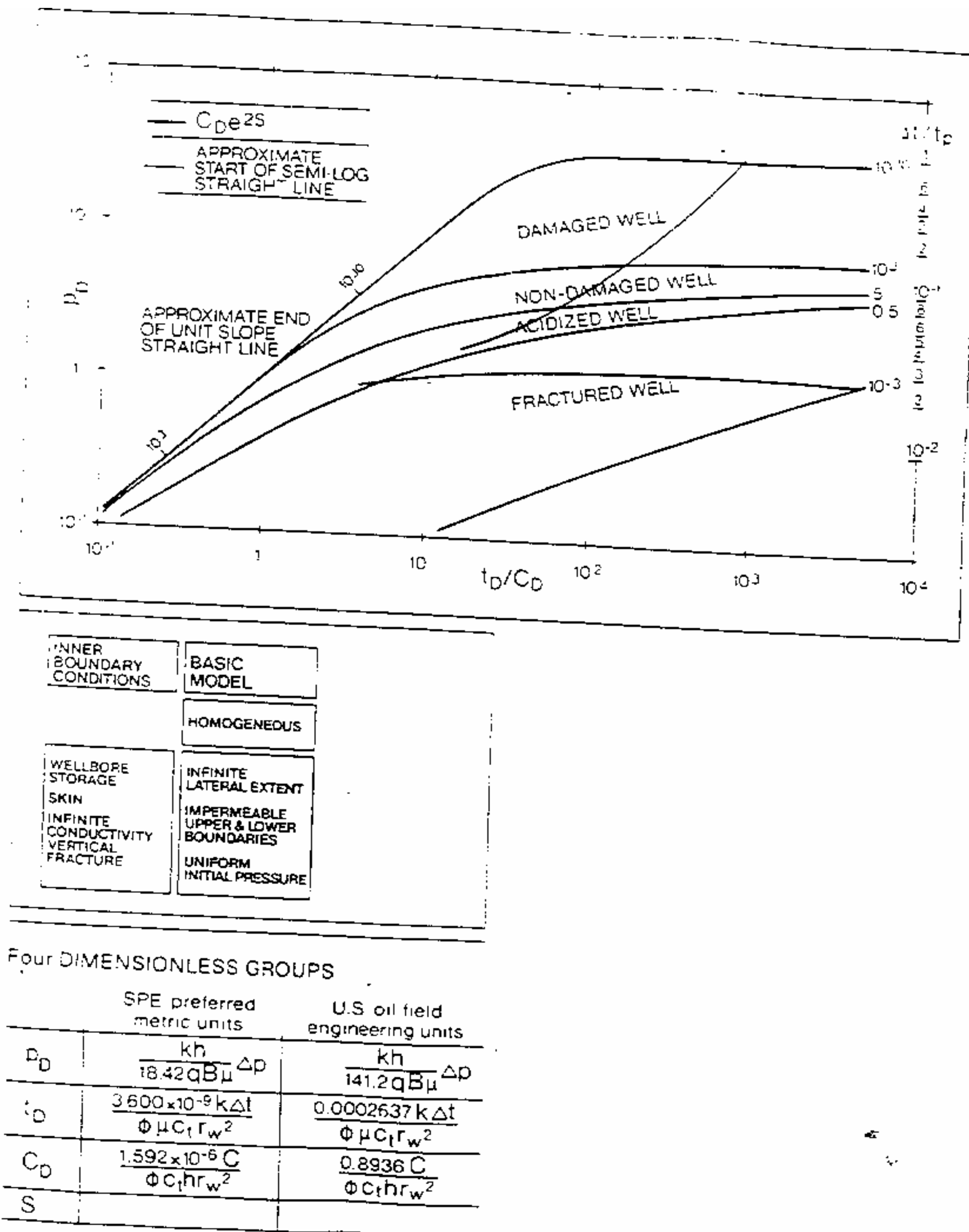
$$\frac{k_m}{\mu} \nabla^2 p_m = \left(\phi V c_t \right)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} + q^* \qquad (10\text{-}22)$$

si $k_m \rightarrow 0$, entonces

$$q^* = -\left(\phi V c_t \right)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} \qquad (10\text{-}23)$$

Supongamos flujo semi-continuo (flujo interporoso)

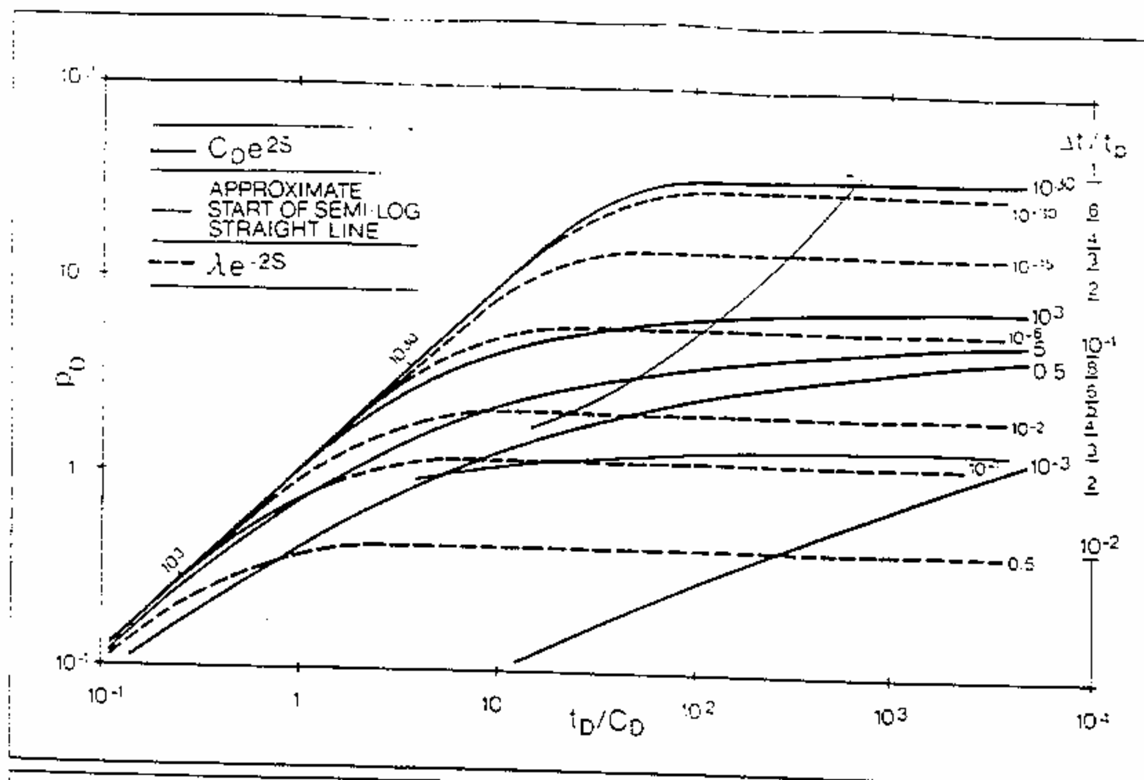
$$q^* = \alpha \frac{k_m}{\mu} \left(p_m - p_f \right) \qquad (10\text{-}24)$$



Four DIMENSIONLESS GROUPS

	SPE preferred metric units	U.S oil field engineering units
p_D	$\frac{kh}{18.42 qB\mu}\Delta p$	$\frac{kh}{141.2 qB\mu}\Delta p$
t_D	$\frac{3.600\times10^{-9} k\Delta t}{\Phi\mu c_t r_w^2}$	$\frac{0.0002637 k\Delta t}{\Phi\mu c_t r_w^2}$
C_D	$\frac{1.592\times10^{-6} C}{\Phi c_t h r_w^2}$	$\frac{0.8936 C}{\Phi c_t h r_w^2}$
S		

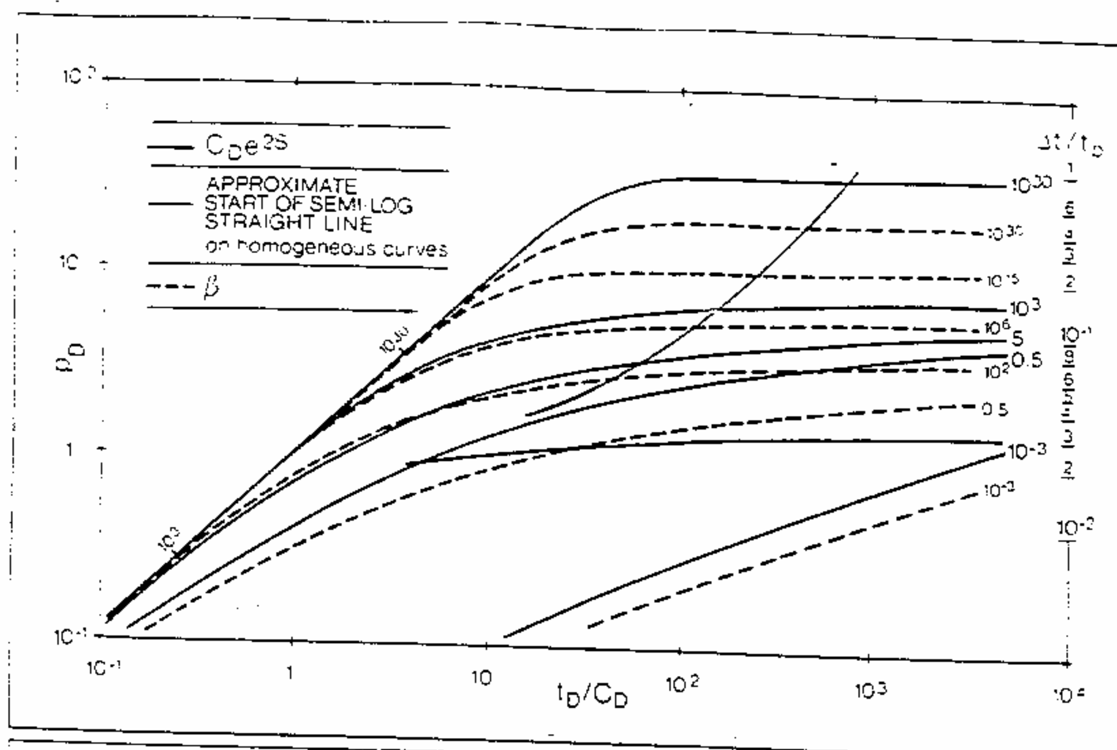
Figura 10.3. Efecto de Llene y Daño en Yacimiento con comportamiento Homogéneo.



INNER BOUNDARY CONDITIONS	BASIC MODEL
	DOUBLE POROSITY pseudo-steady state interporosity flow
WELLBORE STORAGE SKIN FRACTURES PARTIAL PENETRATION etc	INFINITE LATERAL EXTENT IMPERMEABLE UPPER & LOWER BOUNDARIES UNIFORM INITIAL PRESSURE

Five DIMENSIONLESS GROUPS

p_D t_D C_D S	same as WELLBORE STORAGE AND SKIN. RESERVOIR WITH HOMOGENEOUS BEHAVIOR
λ	same as OBSERVATION WELL. RESERVOIR WITH DOUBLE POROSITY BEHAVIOR - pseudo steady state interporosity flow.



INNER BOUNDARY CONDITIONS	BASIC MODEL
	DOUBLE POROSITY transient interporosity flow
WELLBORE STORAGE SKIN FRACTURES PARTIAL PENETRATION etc	INFINITE LATERAL EXTENT IMPERMEABLE UPPER & LOWER BOUNDARIES UNIFORM INITIAL PRESSURE

Five DIMENSIONLESS GROUPS

p_D t_D C_D S λ	same as WELLBORE STORAGE AND SKIN. RESERVOIR WITH DOUBLE POROSITY BEHAVIOR - pseudo steady state interporosity flow.

PhD. Douglas Alvarado

Figura 10.5. Efecto de Llene y Daño en Yacimiento con comportamiento de Doble Porosidad y Flujo Inteporoso "Trasient".

Sustituyendo q* de (10-24), en la ecuación (10-23):

$$\alpha \frac{k_m}{\mu}\left(p_m - p_f\right) = -\left(\phi V c_t\right)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} \qquad (10\text{-}25)$$

Si definimos:

$$p_{fD} = \frac{2\pi k_f h}{q\mu}\left(p_i - p_f\right) \qquad (10\text{-}26)$$

$$p_{mD} = \frac{2\pi k_f h}{q\mu}\left(p_i - p_m\right) \qquad (10\text{-}27)$$

$$\left(t_D\right)_{f+m} = \frac{k_f}{\left[\left(\phi V c_t\right)_f + \left(\phi V c_t\right)_m\right] \mu r_w^2} \Delta t \qquad (10\text{-}28)$$

Siendo:

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

Donde:

$\phi =$ Es una razón de volumen poroso de un medio al volumen total del medio.

V = Es la razón de volumen de un medio dado al volumen total.

q*= Es volumen de fluido, fluyendo desde la matriz hasta la fracturas, por unidad de volumen total, por unidad de tiempo.

$$\omega = \frac{\left(\phi V c_t\right)_f}{\left(\phi V c_t\right)_f + \left(\phi V c_t\right)_m} \qquad (10\text{-}29)$$

$\omega =$ Es la razón de capacidad ("storativity") del sistema de fractura, a la capacidad del sistema total.

$$\lambda = \alpha r_w^2 \left(\frac{k_m}{k_f} \right) \quad (10\text{-}30)$$

$\lambda =$ Es un parámetro de flujo interporoso.

Restando la ecuación (10-26) menos la ecuación (10-27), se obtiene:

$$p_m - p_f = \frac{q\mu}{2\pi k_f h} \left(p_{fD} - p_{mD} \right) \quad (10\text{-}31)$$

Entonces:

$$\frac{\partial p_m}{\partial t} = \frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \frac{\partial p_m}{\partial p_{mD}} \frac{dt_D}{dt} \quad (10\text{-}32)$$

$$\frac{\partial p_m}{\partial t} = \frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \left[\frac{-q\mu}{2\pi k_f h} \right] \frac{k_f}{\left(\phi V c_t \right)_{f+m} \mu r_w^2} \quad (10\text{-}33)$$

y de la ecuación (10-25)

$$\alpha \frac{k_m}{\mu} \left[\frac{q\mu}{2\pi k_f h} \right] \left(p_{fD} - p_{mD} \right) = -\left(\phi V c_t \right)_m \frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \left[-\frac{q\mu}{2\pi k_f h} \right] \frac{k_f}{\left(\phi V c_t \right)_{f+m} \mu r_w^2} \quad (10\text{-}34)$$

Luego:

$$\alpha r_w^2 \frac{k_m}{k_f \left(p_{fD} - p_{mD} \right)} = \frac{\left(\phi V c_t \right)_m}{\left(\phi V c_t \right)_{f+m}} \left(\frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \right) \quad (10\text{-}35)$$

$$\lambda \left(p_{fD} - p_{mD} \right) = \left(1 - \omega \right) \frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \quad (10\text{-}36)$$

y de la ecuacion (10 - 22) si $k_m \rightarrow 0$

$$q^* = -(\phi V c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} \tag{10-37}$$

y como :

$$q^* = \alpha \frac{k_m}{\mu}(p_m - p_f) \tag{10-24}$$

Sustituyendo la ecuación (10-31); se obtiene:

$$q^* = \alpha \frac{k_m}{\mu}\left[\frac{q\mu}{2\pi k_f h}\right](p_{fD} - p_{mD}) = -(\phi V c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} \tag{10-38}$$

Luego:

$$\frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} = \frac{(\phi V c_t)_{f+m} \mu r_w^2}{k_f} \tag{10-39}$$

$$\alpha r_w^2 \frac{k_m}{k_f}(p_{fD} - p_{mD}) = \frac{(\phi V c_t)_m}{(\phi V c_t)_{f+m}}\left(\frac{\partial p_m}{\partial t_D}\right) \tag{10-40}$$

Entonces:

$$\alpha \frac{k_m}{\mu}\left[\frac{q\mu}{2\pi k_f h}\right](p_{fD} - p_{mD}) = -(\phi V c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t_D}\left[\left[-\frac{q\mu}{2\pi k_f h}\right]\frac{k_f}{(\phi V c_t)_{f+m} \mu r_w^2}\right] \tag{10-41}$$

Introduciendo las cantidades adimensionales definidas para p_{mD} y p_{fD}, y haciendo uso de expresiones que definen a ω y λ, ecuaciones (10-27) y (10-26) se obtiene:

$$\lambda(p_{fD} - p_{mD}) = (1 - \omega)\frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \tag{10-42}$$

usando la transformación de Laplace :

$$\lambda\left(\overline{p}_{fD} - \overline{p}_{mD}\right) = (1-\omega)s\overline{p}_{mD} \qquad (10\text{-}43)$$

y con esto :

$$\overline{p}_{mD} = \frac{\lambda}{(1-\omega)s+\lambda}\,\overline{p}_{fD} \qquad (10\text{-}44)$$

Así:

$$q^{*\prime} = \frac{2\pi k_f h}{q\mu}\,q^* \qquad (10\text{-}45)$$

Suponiendo flujo radial dentro del medio poroso de fisuras hacia el pozo, la ecuación (10-21) puede escribirse:

$$\frac{\partial}{\partial r_D}\left(\frac{1}{r_D}\frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D}\right) = \omega\frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D} + (1-\omega)\frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \qquad (10\text{-}46)$$

$$\frac{\partial^2 p_{fD}}{\partial r_w^2} + \frac{1}{r_D}\frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D} = \omega\frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D} + (1-\omega)\frac{\partial p_{mD}}{\partial t_D} \qquad (10\text{-}47)$$

$$\frac{d^2 p_{fD}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{d\overline{p}_{fD}}{dr_D} = \omega s\overline{p}_{fD} + (1-\omega)s\overline{p}_{mD} \qquad (10\text{-}48)$$

$$\overline{p}_{mD} = \frac{\lambda}{(1-\omega)s+\lambda}\,\overline{p}_{fD} \qquad (10\text{-}49)$$

$$\frac{d^2 p_{fD}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{d\overline{p}_{fD}}{dr_D} = \omega s\overline{p}_{fD} + (1-\omega)s\frac{\lambda}{(1-\omega)s+\lambda}\,\overline{p}_{fD} \qquad (10\text{-}50)$$

$$\omega + \frac{(1-\omega\lambda)}{(1-\omega)s+\lambda} = \frac{\omega(1-\omega)s + \omega\lambda + (1-\omega)\lambda}{(1-\omega)s+\lambda}$$

$$= \frac{\omega(1-\omega)s+\lambda}{(1-\omega)s+\lambda} \quad (10\text{-}51)$$

$$\frac{d^2\overline{p}_{fD}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{d\overline{p}_{fD}}{dr_D} = \omega s\overline{p}_{fD} - \frac{\mu r_w^2}{k_f}\overline{q}^{*\prime} \quad (10\text{-}52)$$

$\overline{q}^{*\prime}$ se obtiene a partir de las ecuaciones (10-24) y (10-44)

$$\overline{q}^{*\prime} = -\alpha\left(\frac{k_m}{\mu}\right)\frac{(1-\omega)s}{(1-\omega)s+\lambda}\overline{p}_{fD} \quad (10\text{-}53)$$

Sustituyendo en la ecuación (10-52) el valor de $\overline{q}^{*\prime}$:

$$\frac{d^2\overline{p}_{fD}}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D}\frac{d\overline{p}_{fD}}{dr_D} - s\,f(s)\overline{p}_{fD} = 0 \quad (10\text{-}54)$$

Donde:

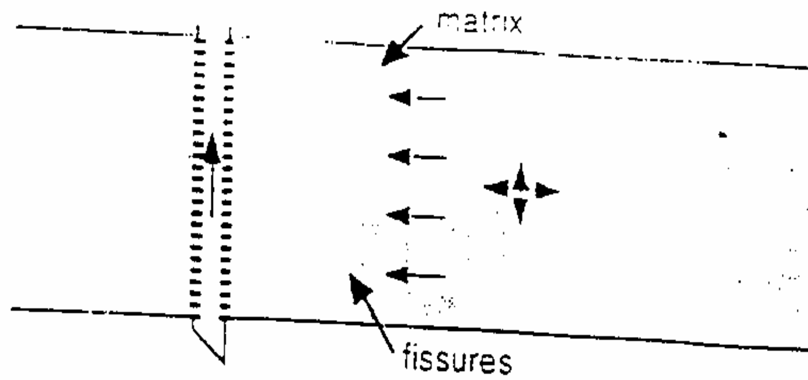
$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s+\lambda}{(1-\omega)s+\lambda} \quad (10\text{-}55)$$

Las ecuaciones (10-54) y (10-55) conjuntamente con la transformada de Laplace de las condiciones iniciales y de contorno se utilizan para formular el problema.

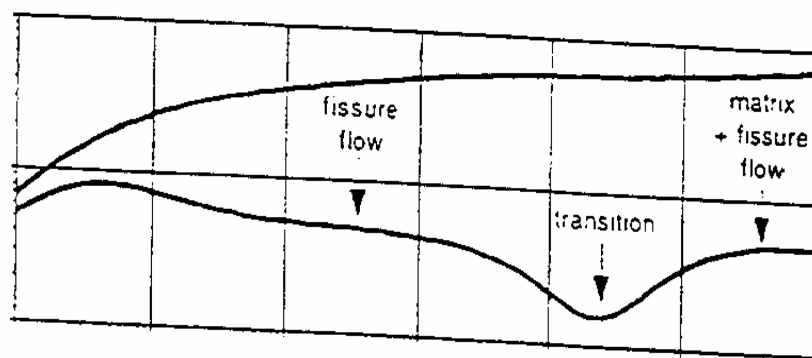
Por ejemplo para flujo radial, y yacimiento infinito:

Condición inicial:

$p_{mD} = p_{fD}(r_D,0) = 0$ (10-56)



Schematic of a 2-porosity reservoir



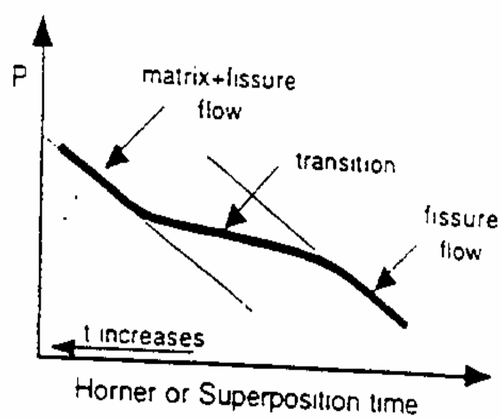


Figura 10.6. Modelos de Yacimientos con esquema de Doble Porosidad y Respuesta Típica Log – Log de Horner.

Contorno en el pozo:

$$p_{fwD} = p_{fD} - s\left[\frac{\partial p_{fD}}{\partial r_D}\right]_{r_D=1} \qquad (10\text{-}57)$$

$$C_D \frac{\partial p_{fwD}}{\partial t_D} - \left[\frac{\partial p_{fD}}{\partial p_D}\right]_{r_D=1} = 1 \qquad (10\text{-}58)$$

Donde:

$$C_D = \frac{C}{2\pi h(\phi V c_t)_{f+m} r_w^2} \qquad (10\text{-}59)$$

La solución de este problema en el espacio de Laplace es: (solución Mayor y Cinco[6]).

$$\bar{p}_D(s') = \frac{K_0\left[\sqrt{s'f(s')}\right] + S\sqrt{(s')}\,K_1\left[\sqrt{s'f(s')}\right]}{s'\sqrt{s'f(s')}\,K_1\left[\sqrt{s'f(s')}\right] + s'C_D\left\{K_0\left[\sqrt{s'f(s')}\right] + S\sqrt{s'f(s')}\,K_1\left[\sqrt{s'f(s')}\right]\right\}} \qquad (10\text{-}60)$$

La ecuación (10-60) puede escribirse:

$$\bar{p}_D(s') = \frac{1}{s'\left[s'C_D + \dfrac{1}{S + \dfrac{K_0\left(\sqrt{s'f(s')}\right)}{\sqrt{s'f(s')}\,K_1\left(\sqrt{s'f(s')}\right)}}\right]} \qquad (10\text{-}61)$$

Bourdet y Gringarten[5] demostraron que:

La ecuación (10-60) puede escribirse:

$$S+\frac{K_0\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\;K_1\left(\sqrt{x}\right)}$$

puede ser aproximado por la línea recta semi log:

$$\ln\frac{2}{\gamma\sqrt{xe^{-2S}}}$$

con esto :

$$\bar{p}_D(s') \approx \frac{1}{s'\left[s'C_D+\dfrac{1}{\ln\dfrac{2}{\gamma\sqrt{s'f(s')e^{-2S}}}}\right]} \qquad (10\text{-}62)$$

y haciendo s = s' C_D

Donde S basado en t_D/C_D, queda:

$$p_D(s)=\frac{1}{S\left[s+\left[\ln\dfrac{2}{\gamma\sqrt{s\,f(s)/C_{Df+m}e^{2S}}}\right]^{-1}\right]} \qquad (10\text{-}63)$$

f(s) vendrá dada ahora por :

$$f(s)=\frac{\omega(1-\omega)s+\lambda(C_D)_{f+m}}{(1-\omega)s+\lambda(C_D)_{f+m}} \qquad (10\text{-}64)$$

$\gamma = 1781$ $\qquad\qquad$ $e^{0.5772}=181$

Veamos el comportamiento a:

Tiempos cortos: $s \to \infty$

y $f(s) = \omega$ y la ecuación (10-63), se convierte en :

$$p_D(s) = \frac{1}{s\left\{s + \left[\ln \frac{2}{\gamma\sqrt{s\omega / C_{Df+m}e^{2S}}}\right]^{-1}\right\}} \tag{10-65}$$

ó

$$p_D(s) = \frac{1}{s\left\{s + \left[\ln \frac{2}{\gamma\sqrt{s / C_{Df}e^{2S}}}\right]^{-1}\right\}} \tag{10-66}$$

Tiempos grandes: $s \to 0$

f(s) = 1 y la ecuación (10-62) se reduce a :

$$\bar{p}_D(s) = \frac{1}{s\left\{s + \left[\ln \frac{2}{\gamma\sqrt{s / C_{Df+m}e^{2S}}}\right]^{-1}\right\}} \tag{10-67}$$

Las ecuaciones (10-66) y (10-67) son idénticas excepto por el valor de la constante de llene adimensional. Las dos ecuaciones representan el comportamiento del yacimiento homogéneo a bajos valores de tiempo y a altos valores de tiempo, para dos diferentes curvas de parámetro C_De^{2S} (curvas de Gringarten et al[7]).

Tiempos Intermedios:

La función f (s) se reduce a λC_{Df+m} y la ecuación (10-67) puede escribirse:

$$\bar{p}_D(s) = \frac{1}{s\left[s + \left[\ln \frac{2}{\gamma\sqrt{\lambda e^{-2S}}}\right]^{-1}\right]} \qquad (10\text{-}68)$$

la transformación inversa de la ecuación (10-68) es :

$$p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) = \ln\left(\frac{2}{\gamma\sqrt{\lambda e^{-2S}}}\right)\left\{1 - \exp\left[-\frac{t_D / C_D}{\ln\left(\frac{2}{\gamma\sqrt{\lambda e^{-2S}}}\right)}\right]\right\} \qquad (10\text{-}69)$$

que sólo depende del parámetro λe^{-2S} y se vuelve, a tiempos grandes, igual a:

$$\ln \frac{2}{\gamma\sqrt{\lambda e^{-2S}}}$$

El problema de un pozo con efecto de llene y "Skin", en un yacimiento de doble porosidad, puede descomponerse:

1. El problema de un pozo con efecto de llene y Skin en un yacimiento homogéneo, cuya solución está representada por las curvas tipos de Gringarten et al[7].

2. El efecto de yacimiento de doble porosidad, representado por las curvas de parámetro λe^{-2S}, en la curva de Bourdet y Gringarten[5].

MODELO DE BOURDET Y GRINGARTEN[5].

Para yacimiento naturalmente fracturados, y flujo "Transient" interporoso.

Basándose en el modelo De Swaan[4], la solución es la misma presentada por Mavor y Cinco[6].

Solución:

$$\bar{p}_D(s') = \frac{K_0\left[\sqrt{s'f(s')}\right] + S\sqrt{(s')}\ K_1\left[\sqrt{s'f(s')}\right]}{s'\sqrt{s'f(s')}\ K_1\left[\sqrt{s'f(s')}\right] + s'C_D\left\{K_0\left[\sqrt{s'f(s')}\right] + S\sqrt{s'f(s')}\ K_1\left[\sqrt{s'f(s')}\right]\right\}} \qquad (10\text{-}70)$$

con :

$$f(s') = \omega + \sqrt{\frac{\lambda(1-\omega)}{3s'}}\tanh\sqrt{\frac{3(1-\omega)s'}{\lambda}} \qquad (10\text{-}71)$$

para bloques de láminas horizontales y para bloques esféricos :

$$f(s') = \omega + \frac{1}{5}\frac{\lambda}{s'}\left[\sqrt{\frac{15(1-\omega)}{\lambda}}\coth\sqrt{\frac{15(1-\omega)s'}{\lambda}} - 1\right] \qquad (10\text{-}72)$$

A tiempos intermedios durante la transición para láminas:

$$f(s') = \sqrt{\lambda / 3s'} \qquad (10\text{-}73)$$

y para esferas:

$$f(s') = \sqrt{3\lambda / 5s'} \qquad (10\text{-}74)$$

transformado s' basado en $(t_D)_{f+m}$ en s basado en t_D/C_D

Sustituyendo en la ecuación (10-62) de la transformada de Laplace aproximada por Gringarten y Bourdet[5]:

$$2\bar{p}_D\left(\frac{s}{2}\right) = \frac{1}{\left(\frac{s}{2}\right)\left[\left(\frac{s}{2}\right) + \left(\ln\frac{2}{\gamma\sqrt{\frac{(s/2)}{\beta}}}\right)\right]} \qquad (10\text{-}75)$$

con :

$$\beta = \left(\frac{6}{\gamma^2}\right)\frac{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}{\lambda e^{-2S}} \qquad (10\text{-}76)$$

para láminas :

$$\beta = \frac{10}{3\gamma^2} \frac{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}{\lambda e^{-2S}} \tag{10-77}$$

y para esferas :

$$\frac{6}{\gamma^2} = 18914 \qquad ; \qquad \frac{10}{3\gamma^2} = 10508 \tag{10-78}$$

La ecuación deducida anteriormente representa la transición. En el campo real son curvas de “Drawdown” caracterizadas por el parámetro beta y desplazadas por un factor 2.

En este tipo de modelo es difícil determinar $(C_D e^{2S})_f$, porque la transición comienza muy temprano.

Si la prueba tiene una transición prolongada, puede obtenerse una línea de pendiente m/2.

MODELO “TRANSIENT” EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS (TRATAMIENTO DE LA DERIVADA)

Tratamiento matemático de Bourdet et al[8]:

$$\overline{p}_D(s) \cong \frac{1}{s}\left(s + \left[\ln \frac{2}{\gamma\sqrt{sf(s)/\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}}\right]^{-1}\right) \tag{10-79}$$

S basado en t_D/C_D:

para esferas:

$$f(s) = \omega + \left(\frac{1}{5}\right)\left(\frac{\lambda C_D}{s}\right)\left\{\sqrt{15(1-\omega)\frac{s}{\lambda C_D}}\coth\left[\sqrt{\frac{15(1-\omega)}{\lambda C_D}}\right] - 1\right\} \tag{10-80}$$

para láminas:

$$f(s) = \omega + \sqrt{\frac{\lambda C_D(1-\omega)}{3s}}\left[\tanh\sqrt{\frac{3(1-\omega)s}{\lambda C_D}}\right] \qquad (10\text{-}81)$$

a tiempos grandes para láminas :

$$f(s) \cong \omega + \sqrt{\frac{\lambda C_D(1-\omega)}{3s}}\left\{\sqrt{\frac{3(1-\omega)s}{\lambda C_D}} - \left(\frac{1}{3}\right)\left[\sqrt{\frac{3(1-\omega)s}{\lambda C_D}}\right]^{-3}\right\} \qquad (10\text{-}82)$$

$$f(s) \cong 1 - \left[\frac{(1-\omega)^2 s}{\lambda C_D}\right] \qquad (10\text{-}83)$$

Después de desaparecer los efectos de llene:

$$\bar{p}_D(s) \cong \frac{1}{s}\ln\left[\frac{2}{\gamma\sqrt{\frac{sf(s)}{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}}}\right] \qquad (10\text{-}84)$$

$$\bar{p}_D(s) \approx \frac{1}{s}\left\{\ln\left[\frac{2}{\gamma\sqrt{\frac{s}{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}}}\right] + \frac{1}{2}\ln\left[1 + \frac{(1-\omega)^2 s}{\lambda C_D}\right]\right\} \qquad (10\text{-}85)$$

Esta ecuación puede invertirse para obtener:

$$p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)\left\{\ln\left(\frac{t_D}{C_D}\right) + E_i\left[\frac{\lambda C_D}{(1-\omega)^2}\right]\left(\frac{t_D}{C_D}\right) + \text{cte.}\right\} \qquad (10\text{-}86)$$

Finalmente:

$$\left(\frac{t_D}{C_D}\right)p'_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) = \frac{1}{2}\left\{1 - \exp-\left[\frac{\lambda C_D}{(1-\omega)^2}\right]\left(\frac{t_D}{C_D}\right)\right\} \qquad (10\text{-}87)$$

WELL WITH WELLBORE STORAGE AND SKIN
INFINITE ACTING RESERVOIR WITH HOMOGENEOUS BEHAVIOR

Figura 10.7. Pozo con efecto llene y de daño en yacimientos infinitos con comportamiento homogéneo

Figura 10.8. Pozo con efecto llene y de daño en yacimientos infinitos con comportamiento de doble porosidad y estado de flujo "trasient" interporoso.

WELL WITH WELLBORE STORAGE AND SKIN
INFINITE ACTING RESERVOIR WITH DOUBLE POROSITY BEHAVIOR - pseudo steady state interporosity flow



Figura 10.8. Pozo con efecto llene y de daño en yacimientos infinitos con comportamiento de doble porosidad y estado semicontinuo interporoso.

Derivada del Modelo de Bourdet y Gringarten[5], Modelo para flujo semicontinuo interporoso.

1. La derivada de p_D para yacimiento homogéneo fue la considerada anteriormente, luego se anexa la derivada igual que las curvas de Bourdet et al[5]. Que tienen p_D' y $p_D' \dfrac{t_D}{C_D}$.

2. Para la parte de transición partamos de la ecuación:

$$\bar{p}_D(s) = \frac{1}{s}\left(s + \left[\ln\left(\frac{2}{\lambda\sqrt{\dfrac{sf(s)}{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+m}}}}\right)\right]^{-1}\right) \qquad (10\text{-}79)$$

$$f(s) = \frac{\left[\omega(1-\omega)s + \lambda\left(C_D\right)_{f+m}\right]}{\left[(1-\omega)s + \lambda\left(C_D\right)_{f+m}\right]} \qquad (10\text{-}64)$$

Esta ecuación puede ser aproximada prácticamente después del efecto de llene, así:

$$\bar{p}_D(s) = \frac{1}{s}\ln\left[\frac{2}{\gamma\sqrt{\dfrac{sf(s)}{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+s}}}}\right] \qquad (10\text{-}84)$$

Luego:

$$\bar{p}_D(s) = \frac{1}{s}\ln\left[\frac{2}{\gamma\sqrt{\dfrac{sf(s)}{\left(C_D e^{2S}\right)_{f+s}}}}\right] - \frac{1}{2}\ln(s) + \frac{\dfrac{1}{2}\ln\left(s + \left[\dfrac{\lambda C_D}{(1-\omega)}\right]\right)}{\left(s + \dfrac{\lambda C_D}{\omega(1-\omega)}\right)} \qquad (10\text{-}88)$$

$$p_D\left(\frac{t_D}{C_D}\right) = cte. + \frac{1}{2}\ln\left(\frac{t_D}{C_D}\right) + \frac{1}{2}\int_0^{t_D/C_D} \frac{1}{\left(\frac{t_D}{C_D}\right)}$$

$$\left\{\exp\left(-\left[\frac{\lambda C_D}{\omega(1-\omega)}\right]\left(\frac{t_D}{C_D}\right)\right) - \exp\left(-\left[\frac{\lambda C_D}{\omega(1-\omega)}\right]\left(\frac{t_D}{C_D}\right)\right)\right\} d\left(\frac{t_D}{C_D}\right) \qquad (10\text{-}89)$$

Después de realizar algunos arreglos algebraicos se puede demostrar que:

$$p_D'\left(\frac{t_D}{C_D}\right)\frac{t_D}{C_D} = \frac{1}{2}\left[1 + \exp\left(-\left[\frac{\lambda C_D}{\omega(1-\omega)}\right]\frac{t_D}{C_D}\right) - \exp\left(-\left[\frac{\lambda C_D}{\omega(1-\omega)}\right]\frac{t_D}{C_D}\right)\right] \qquad (10\text{-}90)$$

Evaluemos para:

1. Tiempos pequeños de transición:

$$p_D'\left(\frac{t_D}{C_D}\right)\frac{t_D}{C_D} = \frac{1}{2}\exp\left(-\left[\frac{\lambda C_D}{\omega(1-\omega)}\right]\frac{t_D}{C_D}\right) \qquad (10\text{-}91)$$

2. Tiempos grandes de transición:

$$p_D'\left(\frac{t_D}{C_D}\right)\frac{t_D}{C_D} = \frac{1}{2}\exp\left[1 - \exp - \left[\frac{\lambda C_D}{(1-\omega)}\right]\frac{t_D}{C_D}\right] \qquad (10\text{-}92)$$

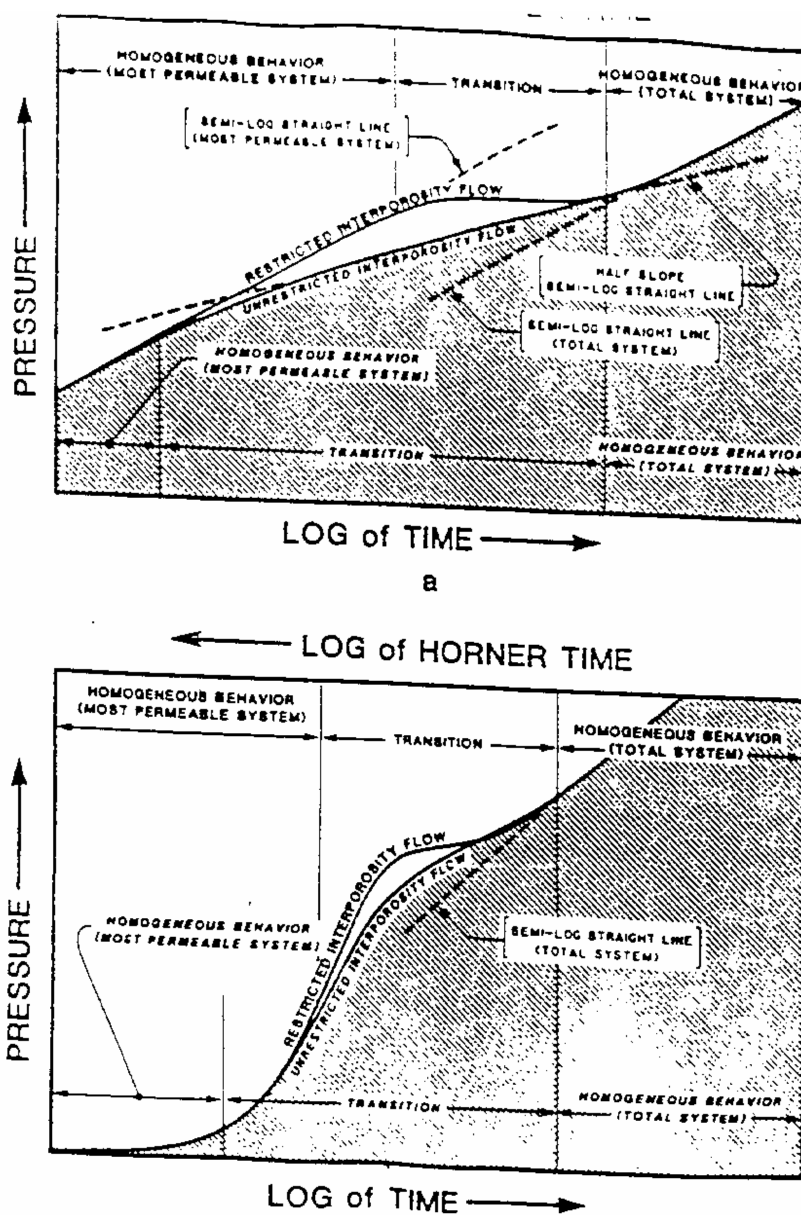


Figura 10.10. Gráfico semilog de presión en yacimiento de comportamiento homogéneo y doble porosidad.

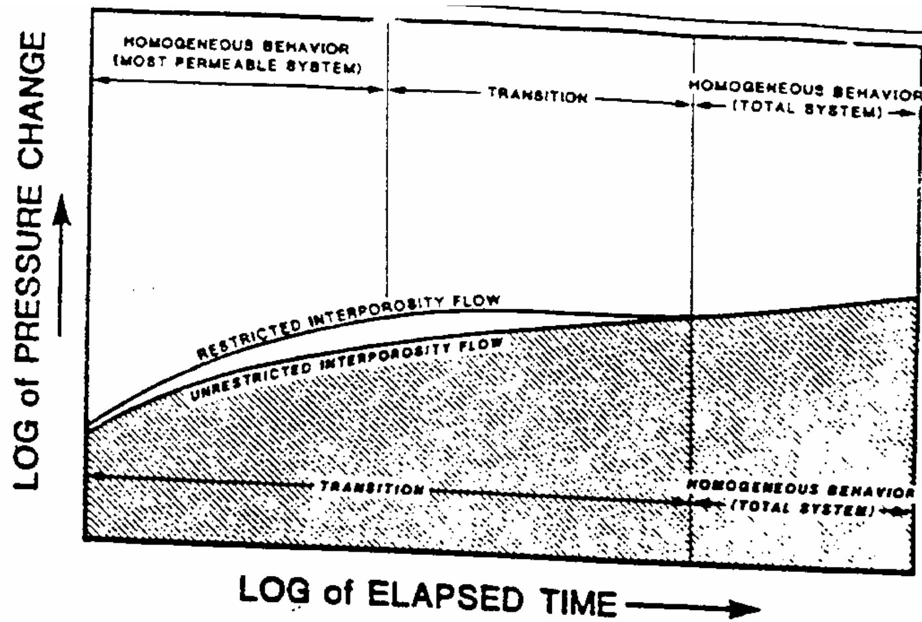


Figura 10.11. Gráfico Log – Log de presión en yacimiento de comportamiento Homogéneo y Doble porosidad.

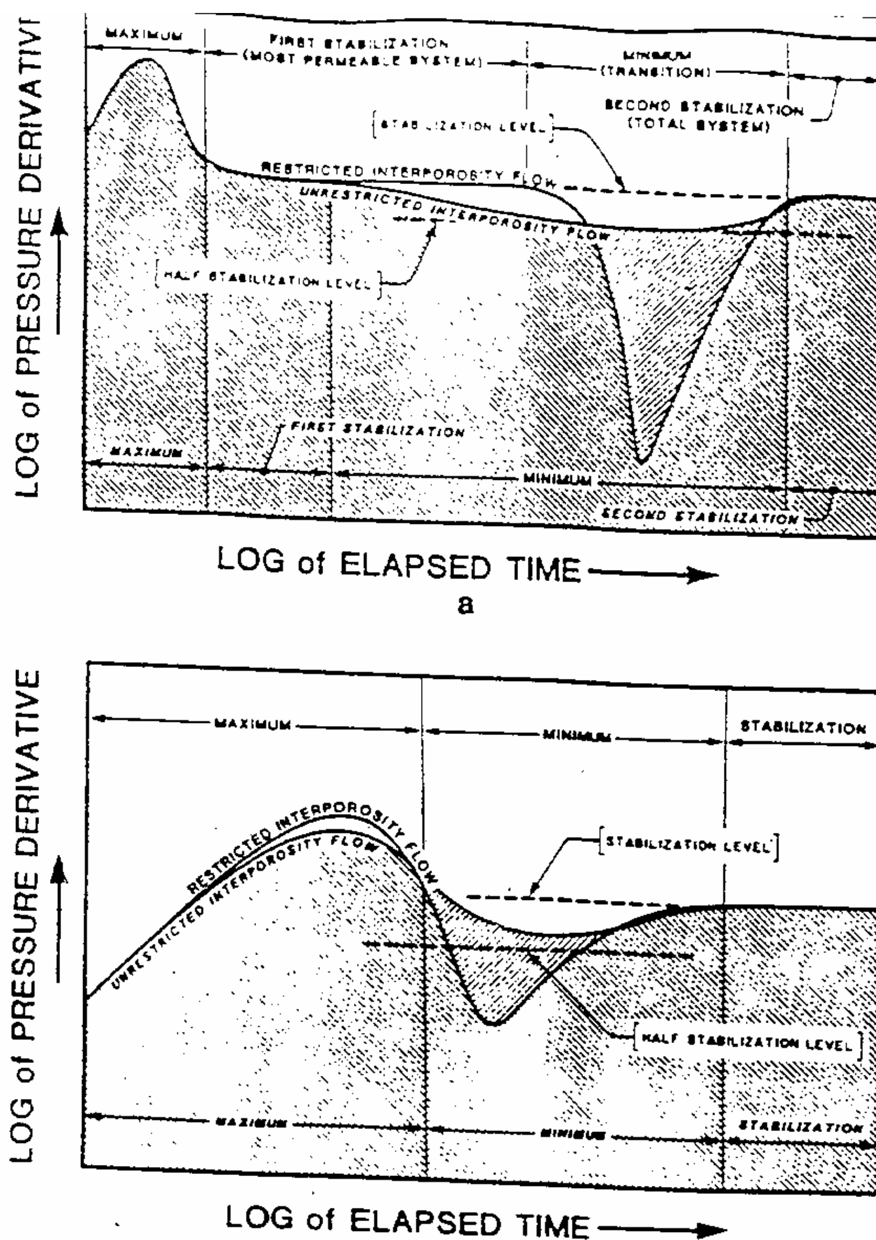


Figura 10.12. Gráfico Log – Log de presión y derivada en yacimiento de comportamiento homogéneo.

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO 10

Figura 10.1. Ilustración esquemático de un yacimiento naturalmente fracturado y su idealización, según Modelo de Warren y Root[2]

Figura 10.2. Repuesta Típica de un Modelo de Flujo Doble - Porosidad "Transient" en un Yacimiento comparando capas laminadas y esféricas.

Figura 10.3. Efecto de Llene y Daño en Yacimiento con comportamiento Homogéneo.

Figura 10.4. Efecto de Llene y Daño en Yacimiento con comportamiento de Doble Porosidad y Condiciones de Flujo Semicontinuo – Inteporoso

Figura 10.5. Efecto de Llene y Daño en Yacimiento con comportamiento de Doble Porosidad y Flujo Inteporoso "Trasient".

Figura 10.6. Modelos de Yacimientos con esquema de Doble Porosidad y Respuesta Típica Log – Log de Horner.

Figura 10.7. Pozo con efecto de llene y de daño en yacimientos infinitos con comportamiento homogéneo.

Figura 10.8. Pozo con efecto de llene y de daño en yacimientos infinitos con Doble Porosidad y Estado de Flujo Interporoso Trasient.

Figura 10.9. Pozo con efecto de llene y de daño en yacimientos infinitos con Doble Porosidad y Estado de Flujo Semicontinuo Interporoso.

Figura 10.10. Gráfico semilog de presión en yacimiento de comportamiento homogéneo y doble porosidad.

Figura 10.11. Gráfico Log – Log de presión en yacimiento de comportamiento Homogéneo y Doble porosidad.

Figura 10.12. Gráfico Log – Log de presión y derivada en yacimiento de comportamiento homogéneo

REFERENCIAS

CAPÍTULO 10

1. Barenblatt, G.I., Zheltov, Y.P., and Kochina, I.N.: “Basic concepts in the theory of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks”, J. Apply. Math, Mech. 24, 5 (1.960) 1283-1303.

2. Warren, J.E. and Root, P.J.: “The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs”, SPEJ (Sept - 1963) 245-255.

3. Van Golf-Racht

4. De Swaan, O.A.: “Analytic Solution for Determining Naturally Fractured Reservoir Properties by Well Testing” SPEJ (June 1976) 117-122, Trans., AIME, 261.

5. Bourdet, D. and Gringarten, A.C.: “Determination of Fissured Volume and Block Size in Fractured Reservoir by Type Curve Analysis”, paper SPE 9293 presented at the SPE Ann. Tech. Conf. And Exp., Dallas, TX, (Sep. 1980) 21-24.

6. Cinco-Ley, H., “Evaluation of Hydraulic Fracturing by Transient Pressure Analysis Methods”, paper SPE 10043, presented at Intern. Petrol. Exh. And Tech. Symp, Beijing, China, March 18-26, 1982.

7. Gringarten, A.C.: “Interpretation of Test in Fissured and Multilayered Reservoir with Double-Porosity Behavior, Theory and Practice”. JPT (April. 1984) 549-564.

8. Bourdet, D.: “Pressure Behavior of Layered Reservoirs with Cross flow”, paper SPE 13628 presented al the SPE, California Regional Meeting, Bakersfield, (March. 1985)27-29.

CAPÍTULO 11

PRINCIPIO DE SUPERPOSICION EN TIEMPO TASA DE FLUJO MEDIDA EN LA SUPERFICIE. ANALISIS DE TASA MULTIPLE

$$p_{wfD}(t_D) = \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{q_{i+1} - q_i}{q}\right) p_D(t - t_i)_D + \frac{q_n}{q} S \tag{11-1}$$

Si la variación de tasa de flujo es continua, la ecuación (11-1). Puede escribirse para una prueba de flujo y p_D (0) = 0

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} q'_D(\tau) p_{sD}(t_D - \tau) d\tau \tag{11-2}$$

$$= S q_D t_D + \int_0^{t_D} q_D(t) p'_{sD}(t_D - t) dt \tag{11-3}$$

Además la ecuación (11-2) puede escribirse:

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} q'_D(t_D - \tau) p_{sD}(\tau) d\tau \tag{11-4}$$

aplicando la transformación de Laplace a la ecuación (11-2) y resolviendo para $\overline{p}_{sD}(\ S\ )$,

Si C_D es constante:

$$q_D\ (t_D) = 1 - C_D \left[\frac{dp_{wD}(t_D)}{dt_D}\right] \tag{11-5}$$

donde:

$$q_D(t_D) = \frac{q_{sf}(t)}{q_{ref}} \tag{11-6}$$

y

$$\overline{p}_{wD}(S) = \frac{\overline{p}_{sD}(S)}{1 + C_D s^2 \overline{p}_{sD}(S)} \tag{11-7}$$

La tasa de flujo también puede tener otra forma:

$$q_{sf}(t_D) = q\ \left(\ 1 - e^{-\beta t_D}\ \right) \tag{11-8}$$

donde :

$$\beta = \frac{\alpha\phi\mu c_t r_w^2}{0.000264k} \tag{11-9}$$

α se obtiene de datos de campo.

Combinando las ecuaciones. (11-6) y (11-7); se obtiene:

$$\overline{q}_D(S) = \frac{1}{S\left[1 + C_D s^2 \overline{p}_{sD}(S)\right]} \tag{11-10}$$

si se utiliza la ecuación (11-10) Para q_{sf}

$$\overline{p}_{wD}(S) = \frac{\beta \overline{p}_{sD}(S)}{\beta + S} \tag{11-11}$$

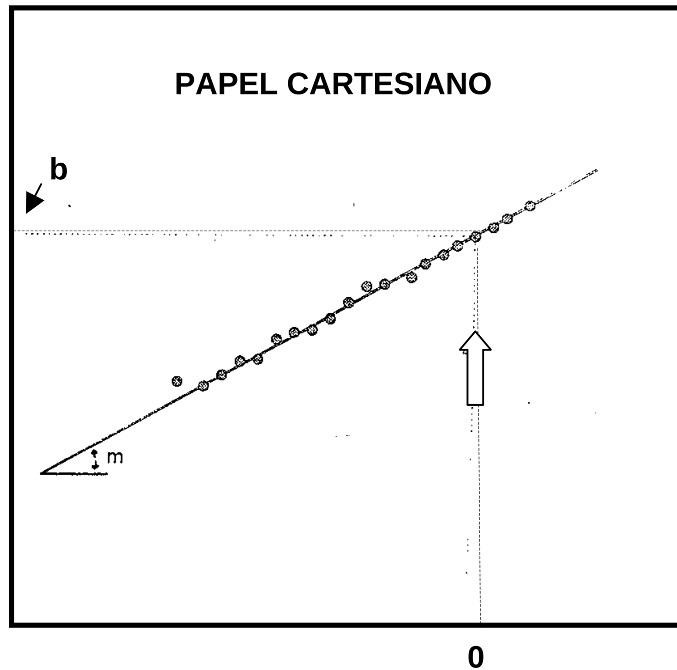


Figura 11.1. Gráfico semilog de Δp vs. Δt representando el efecto de llene y daño en el pozo.

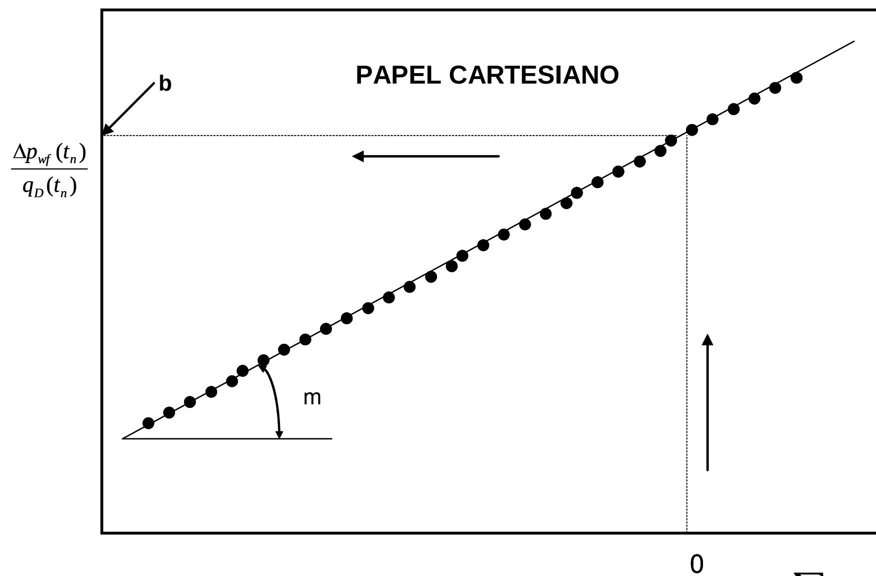


Figura 11.2. Gráfico Cartesiano de $\frac{\Delta p_{wf}(t_n)}{q_D(t_n)}$ versus $\frac{\sum \Delta t}{q_D(t_n)}$ para obtener pendiente m.

La mayoría de las curvas tipos han sido obtenidas, definiendo en las ecuaciones (11-7) y (11-11) la función p_{sD} (t_D), solución al problema, pero sin efecto de llene. p_{sD} si incluye explícitamente el efecto superficial S. Utilizando la aproximación Log a la solución de la línea fuente:

$$p_{sD}(t_D) = \frac{1}{2}(\ln t_D + 0.81 + 2S) \qquad (11\text{-}12)$$

$$p_{sD} = \frac{2.3}{2}\left(\log t + \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} - 3.23 + 0.87S\right) \qquad (11\text{-}13)$$

$$p_{sD} = \frac{2.3}{2}(\ \log t + \overline{S}\ )$$

(11-14)

Donde:

$$\overline{S} = 0.87S + \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) - 3.2275 \qquad (11\text{-}15)$$

$$p_{wD}(t_D) = \frac{kh}{141.2qB\mu}\left[p_i - p_{wf}(t)\right] \qquad (11\text{-}16)$$

Donde:

$$m = \frac{162.6qB\mu}{kh} \qquad (11\text{-}17)$$

Sustituyendo p_{sD} dada por la ecuación (11-14) en la ecuación (11-2) se obtiene:

$$\Delta p_{wf}(t) = m\int_0^t q'_D(\tau)\left[\log(t-\tau) + \overline{S}\right]d\tau \qquad (11\text{-}18)$$

Operando en la ecuación (11-18), dividiendo por q_D (t) y aproximando la integral por la suma de Riemann:

$$\frac{\Delta p_{wf}(t_n)}{q_D(t_n)} = m\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\left[q_D(t_{i+1}) - q_D(t_i)\right]\log\,(t_n - t_i)}{q_D(t_n)} + b \qquad (11\text{-}19)$$

Esta ecuación ha sido presentada para análisis de tasa múltiple.

$$b = m\ \overline{S} \qquad (11\text{-}20)$$

Para “Buildup” debe reemplazarse:

$q_D(t_D)$ por $1 - q_D(\Delta t_D)$

y $\Delta p_{wf}(t)$ por $\Delta p_{ws}(\Delta t_D) = p_{ws}(\Delta t) - p_{wf}(\Delta t = 0)$

DECONVOLUCION

En la ecuación (11-2):

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} q'_{\ D}(\tau)\ p_{sD}(t_D - \tau)d\tau \qquad (11\text{-}21)$$

Identificar o determinar p_{sD} conociendo (datos de la prueba) p_{wD} (t_D) y q_D .

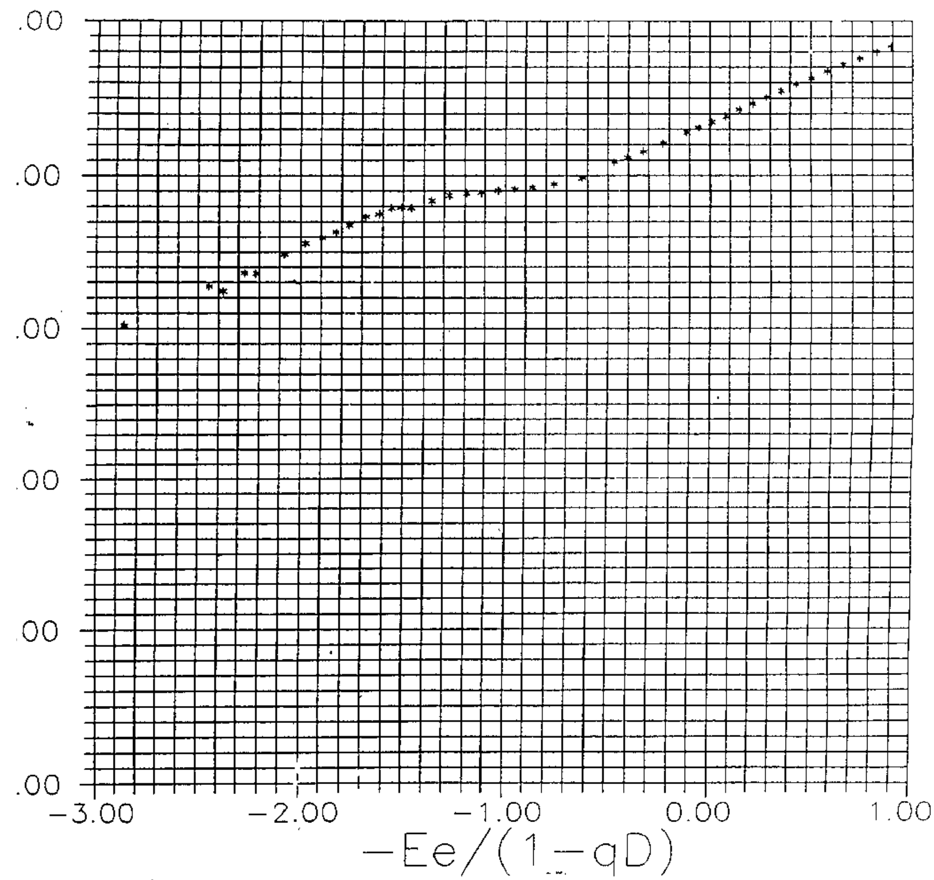


Figura 11.3. Gráfico de "sandfuce Rate Conduction" (SRFC) en papel cartesiano.

MÉTODOS APLICADOS:

1. Deconvolución por Transformación de Laplace.

$$\bar{p}_{sD}(s) = \frac{\bar{p}_{wD}(s)}{S\bar{q}_D(s)} \qquad (11\text{-}22)$$

Convolución de ecuación (11-21) es:

$$\bar{p}_{sD}(t_D) = \int_0^{t_D} K(\tau)p_{wD}(t_D - \tau)d\tau \qquad (11\text{-}23)$$

donde:

$$K(t_D) = \left[\frac{1}{S\bar{q}_D(s)}\right] \qquad (11\text{-}24)$$

q_D (t_D) puede ser aproximada por :

- Series de Potencia.
- Funciones Racionales.
- Funciones Exponenciales.

Si usamos Funciones exponenciales:

$$q_D(t_D) = c_1e^{\beta_1 t_D} + c_2e^{\beta_2 t_2} + \ldots\ldots c_ne^{\beta_n t_D} \qquad (11\text{-}25)$$

Determinando los c_i y β_i

i =1, 2, 3, 4, ...,n de los datos de q_D (t_D)

PhD. Douglas Alvarado

$$\overline{K}(s) = \frac{1}{s\sum_{i=1}^{n} C_i\left(\frac{1}{\beta_i + s}\right)} \qquad (11\text{-}26)$$

El caso más simple; tasa de flujo de van Everdingen y Hurst[1]:

$$q_D(t_D) = 1 - e^{-\beta t_D} \qquad (11\text{-}27)$$

$$p_{sD}(t_D) = \frac{1}{\beta}\left[\frac{dp_{wD}(t_D)}{dt_D}\right] + p_{wD}(t_D) \qquad (11\text{-}28)$$

2. Otros métodos: ver Kuchuk y Ayestaran[2.]

Linearización de la integral convolución**.**

La ecuación (11-2) puede discretizarse:

$$p_{wD}\left(t_{D_{n+1}}\right) = \sum_{i=0}^{n} \int_{t_{D_i}}^{t_{D_{i+1}}} q'_D\left(t_{Dn+1} - \tau\right)\; p_{sD}(\tau)d\tau \qquad (11\text{-}29)$$

Usando un esquema de integración estable propuesto por Hamming[3]. La integral de la ecuación (11-28) puede escribirse:

$$p_{sD}\left(t_{D_{i+1/2}}\right) \int_{t_{D_i}}^{t_{D_{i+1}}} q'_D\left(t_{D_{n+1}} - \tau\right)\; d\tau \qquad (11\text{-}30)$$

Aproximación de p_{sD} por ajuste de curvas

$$p_{sD}(t_D) = \sum_{i=0}^{m} c_i(\ln t_D)^{i-1} \qquad (11\text{-}31)$$

Sustituyendo esta ecuación en ecuación (11-29), se obtienen ecuaciones con m parámetros desconocidos.

$C = (c_1, c_2, ..., c_m)^T$

Resolviendo este problema de optimización sin restricciones, se obtiene p_{sD} (t_D).

TEORIA DE CONVOLUCION

Según Meunier, D., Wittmann, M. J. y Stewart, G[4]. Y van Everdingen y Hurst[1]:

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} q_D(\tau) p'_D(t_D - \tau) d\tau \qquad (11\text{-}32)$$

el efecto Skin puede ser incluido :

$$p_{wD}(t_D) = \int_0^{t_D} q_D(\tau) p'_D(t_D - \tau) d\tau + s q_D(t_D) \qquad (11\text{-}33)$$

$$q_{ref} = Bq \qquad (11\text{-}34)$$

$$p_{wD}(t_D) = \frac{2\pi kh}{\mu q_{ref}} \left[(p_i - p_{wf}(t)) \right] \qquad (11\text{-}35)$$

$$q_D(t_D) = \frac{q_{sf}}{q_{ref}} \qquad (11\text{-}36)$$

Para "Buildup":

$$p_{wD}(t_D+\Delta t_D)=p_D(t+\Delta t_D)-p_D(\Delta t_D)+\int_0^{\Delta t_D} q_D(\tau)p'_D(\Delta t_D-\tau)d\tau+sq_D(\Delta t_D) \quad (11\text{-}36)$$

Puede descomponerse en:

$p_D(t_D+\Delta t_D)-p_D(\ \Delta t_D\ )$ "Función Clásica de Buildup" (11-37)

$\int_0^{\Delta t_D} q_D(\tau)p'_D(\Delta t_D-\tau)d\tau$ "Rate-Convolved Time Funtion" (11-38)

y $sq_D(\Delta t_D)$ La caída de presión por "Skin ". (11-39)

Sabiendo que:

$p_D(0)=0$ y $q_D(0)=0$

La integración por partes de la ecuación (11-39), es:

$$\int_0^{\Delta t_D} p_D(\tau)p'_D(\Delta t_D-\tau)d\tau=p_D(\Delta t_D)\ +\int_0^{\Delta t_D} q'_D(\tau)p_D(\Delta t_D-\tau)d\tau \quad (11\text{-}40)$$

y con esto :

$$p_{wD}(t_D+\Delta t_D)=p_D(t_D+\Delta t_D)$$

$$+\sum\nolimits_D\ (\Delta t_D)+sq_D(\Delta t_D) \quad (11\text{-}41)$$

Donde:

$\sum_D \left(\Delta t_D \right)$ es la "Sandface Rate-Convolved Time Funtion"

La versión en unidades de campo de la ecuación (11-41) es:

$$p_i - p_{ws} = m\left[\log(t + \Delta t) + \sum(\Delta t) + \overline{S} q_D(\Delta t_D)\ \right] \quad (11\text{-}42)$$

donde :

$$m = \frac{162.6 q \mu B}{kh} \quad (11\text{-}17)$$

y

$$\overline{S} = \log\left(\frac{k}{\phi \mu c_t r_w^2}\right) - 3.23 + 0.87S \quad (11\text{-}15)$$

Con:

$$\sum_D = \frac{q_1 - q_0}{t_1 - t_0}\left[(t_n - t_0)\log\ (t_n - t_0) - (t_n - t_1)\log(t_n - t_1)\right] + \ldots\ldots..$$

$$\ldots + \frac{(q_i - q_{i-1})}{t_i - t_{i-1}}\left[(t_n - t_{i-1})\log\ (t_n - t_{i-1}) - (t_n - t_i)\log(t_n - t_i)\right] + \ldots. \quad (11\text{-}43)$$

$$(q_n - q_{n-1})\log\ (t_n - t_{i-1}) + 0.434(q_0 - q_n)$$

la ecuación (11-42) puede ser escrita :

$$p_i - p_{ws} = m\left[M + \overline{S} q_D\ \right] \quad (11\text{-}44)$$

Donde : "Rate-Convolved Build-up Time Function".

$$M = \log(t + \Delta t) + \sum(\Delta t) \quad (11\text{-}45)$$

Aplicación práctica:

p_i , M y $\overline{S}$ obtenidos por regresión .

p_{ws} , M y q_D son medidos .

Una forma de considerar el problema es cuando el efecto de llene ("after flow") es pequeño; en este caso la ecuación (11-44) se reduce a:

$$p_i - p_{ws} = mM \tag{11-46}$$

Tomemos de nuevo la ecuación (11-42) si utilizamos para:

$$p_D = \frac{1}{2}\left(\ln t_D + 0.81 + 2S \right) \text{ en el momento de cerrar el pozo} \tag{11-12}$$

$$p_i - p_{wf} = m\left(\log\ t + \overline{S}\right) \tag{11-47}$$

restando la ecuación (11-42) de la ecuación (11-50):

$$\Delta p = p_{ws} - p_{wf} = m\left[\log\left(\frac{t}{t+\Delta t}\right) - \sum(\Delta t) + \overline{S}(1-q_D)\right] \tag{11-48}$$

Donde:

$$\overline{S} = \log\left(\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) \tag{11-49}$$

Para Δt pequeño la ecuación (11-51) se reduce a:

$$\Delta p = m\left[\ -\sum(\Delta t) + \overline{S}(1-q_D)\ \right] \tag{11-50}$$

Luego:

$$\frac{\Delta p}{1-q_D} = m\left[-\frac{\sum(\Delta t)}{1-q_D}\right] + m\overline{S} \qquad (11\text{-}51)$$

Graficar:

$$\frac{\Delta p}{1-q_D} \quad vs \quad \left[-\frac{\sum(\Delta t)}{1-q_D}\right] \qquad \text{(Figura 1.3)}$$

Del gráfico en papel cartesiano: se obtiene de la pendiente m, k y del interceptó se, obtiene $\overline{S}$.

Luego:

$$\left[-\frac{\sum(\Delta t)}{1-q_D}\right] = 0 \qquad (11\text{-}52)$$

Entonces:

$$\left[\frac{\Delta p}{1-q_D}\right]_{\left[-\frac{\sum(\Delta t)}{1-q_D}\right]=0} = m\overline{S} \qquad (11\text{-}53)$$

y de aquí se obtiene S.

ANTECEDENTE A LA TEORIA MLT (MULTILAYER TRANSIENT TEST)

Modificación de la prueba DST para aislar la arena productora. “Selective in Flow Performance” (SIP) es una prueba o técnica que puede registrar la presión y la tasa de flujo de capas individuales para estimar la productividad de las capas. Registra flujo semicontinuo. Una IPR se construye para cada capa. No puede determinar permeabilidades, ni efecto superficial, debido a que no se registra flujo transient.

En 1981, Stewart et al[5]. Añadieron una prueba transient durante el período de cierre y ajustaron los datos a un modelo numérico. No obtuvieron unicidad en los valores de permeabilidad y efecto superficial para cada capa.

En 1983, Kuchuk et al[6]. Incrementaron el número de mediciones durante el transient y pudieron obtener las variables desconocidas para cada capa.

CARACTERISTICAS DE LA PRUEBA MLT

1. Mide la tasa de flujo y la presión en el pozo, encima de cada estrato productor para diferentes tasa de flujo en la superficie, durante el período de flujo radial infinito.
2. En el diseño de una prueba MLT se integra toda la información que es posible recopilar.
3. Registro a hueco abierto revelan los intervalos que deben probarse.
4. “Repeat Formation Testing” (RFT) ayuda a determinar los intervalos separados por barreras impermeables.
5. Las pruebas de pozos convencionales producen estimado de permeabilidad que dan la indicación sobre cambio de presión y tasas de flujo, que pueden esperarse de una prueba, requeridos para seleccionar la presión apropiada y las tasas de los sensores.

6. Las capas de interés productivo en un pozo con revestidor y perforado tienen que ser identificados usando un perfil de flujo, una medida continua de tasa de flujo como función de profundidad sobre todo el pozo.
7. Si el pozo ha sido cerrado, las capas tienen que ser definidas de los perfiles de flujo efectuados la primera vez que el pozo se estabilizó durante la prueba MLT.
8. La técnica de registro de datos consiste en cambiar la posición de las herramientas de medición, encima de las capas productoras, cambio de tasa de flujo para producir transient, mediciones de perfiles de flujo y finalmente una prueba de restauración de presión (o un falloff) para mejorar el análisis MLT.
9. Las tasas de flujo no pueden ser muy bajas, ni muy altas (crossflow) y las presiones sobre el punto de burbujeo (una fase), aseguran la efectividad de la inyección de agua.

ASPECTOS IMPORTANTES

Al igual que el análisis de presión, “Transient” MLT investiga el comportamiento del yacimiento cuando la tasa de flujo se cambia abruptamente.
“Crossflow “(flujo cruzado), y “Conmingled” (flujo concurrente), inhiben la aplicación del análisis transient a yacimientos multiestratos.

Por ejemplo ; Buildup en un pozo con flujo concurrente, donde los fluidos se desplazan de una capa a otra a través del pozo, esto no es detectado , o no se evidencia en la prueba de una línea recta en el método de Horner y puede ser interpretada erróneamente .

Casos especiales que pueden ser analizados por teoría transient, han sido tratados por Lefkovits et al[7].

METODOS DE ANALISIS

1. Convolución logarítmica.
2. Análisis secuencial.
3. Estimación simultánea.

PRUEBAS DE POZOS PARA YACIMIENTOS MULTIESTRATOS.

"Multilayer Transient Test" (MLT) introducido en 1983, por Kuchuk, Karacas y Ayestaran[8], se encuentra limitado actualmente a una sola fase.

Estima:

- Permeabilidad para cada capa o estrato,
- Presión y
- Factor superficial.

Aplicación:

Bastante extensa, ya que la mayoría de los yacimientos productores de hidrocarburos están formados por varias capas productoras.

Una prueba MLT puede identificar:

- Estratos de producción pobres que requieren estimulación.
- Evita trabajos costosos de reparación cuando se detecta agua (invasión), por distribución desigual de presión.

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO 11

Figura 11.1. Gráfico semilog de Δp vs. Δt representando el efecto de llene y daño en el pozo.

Figura 11.2. Gráfico Cartesiano de $\frac{\Delta p_{wf}(t_n)}{q_D(t_n)}$ versus $\frac{\sum \Delta t}{q_D(t_n)}$ para obtener pendiente m.

Figura 11.3. Gráfico de “Sandfuce Rate Conduction (SERC) en papel cartesiano

REFERENCIAS

CAPITULO 11

1. Van Everdigen, A.F., and Hurst, W.: “Application of the Laplace Transformation to flow Problems in Reservoirs” Trans, AIME 186 (1949) 305-324.

2. Kuchuk, F.J., and Ayestaran, L.: “Analysis of Simultanesly Measured Pressure and Sand face Flow Rate in transient Well Testing". JPT (Feb. 1.985) 323-334.

3. Hamming, R.W.: Numerical methods for Scientists and Engineers, McGraw-Hill Book Co. Inc. New York City (1973) 375-77.

4. Meunier, D.M., Wittann, J and Stewart, G.: “Interpretation of Pressure Build-up Test Using In-Situ Measurement of After flow”. JPT (Juni-1.985) 143-152.

5. Stewart, G., Wittman, M., and Lefevre, D.: “Well Performance Analysis”. A Synergetic Approach to Dynamic Reservoir Description, paper SPE 10209 presented at the 1.981 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Oct. 5-7.

6. Kuckuk, F. Et al.: “Application of Multilayer Testing and Analysis: A Field laser”, paper SPE 15419 presented at the 1.986 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Oct. 5-8.

7. Lefkovits, H.C., et al.: “A Study of the Behavior of Bounded Reservoirs Composed of Stratified Layers”. JPT. (March. 1.961) 43-58., Trans, AIME 222.

8. Kuchuk, F., Karacas, M., and Ayestaran, L.: “Well testing and Analysis techniques for Layered Reservoirs”, SPEFE (Aug. 1986) 342-54.

CAPÍTULO 12
POZOS HORIZONTALES
MODELOS MATEMATICOS

Modelo de Clonts y Ramey[1].

Descripción física del Modelo (Ver Figura 12.1)

$$\frac{\partial p}{\partial z} l_n = 0$$

(12-1)

$$\frac{\partial p}{\partial z} l_o = 0$$

Un hoyo de drenaje (“Drainhole”) está representado por una línea fuente de longitud $2x_f$ en un yacimiento de espesor h con límites superior e inferior impermeables.

El yacimiento es infinito en las direcciones X e Y, con permeabilidades direccionales k_x , k_y, y k_z.

El hoyo de drenaje está colocado a una altura z_w encima del fondo del yacimiento.

$$n_x \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial x^2} + n_y \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial y^2} + \nu^2 \ \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad (12\text{-}2)$$

donde, $n_j = \frac{k_j}{\phi \mu c} \quad j = x, y, z$ ó r

La función instantánea fuente puede ser obtenida para la configuración del hoyo de producción mostrado en la Figura 12.1, aplicando el método de Newman[2] del producto.

El sistema mostrado en la Figura 12.1 puede ser obtenido mediante la intersección de tres sistemas unidimensionales como se muestra en la Figura 12.2.

Definición de variables adimensionales

$$x_D = \left(1 + \frac{x - x_w}{x_f}\right)\sqrt{\frac{k_y}{k_x}} - 1 \qquad (12\text{-}3)$$

$$y_D = \frac{y - y_w}{x_f} \qquad (12\text{-}4)$$

$$z_D = \frac{z - z_w}{x_f}\sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \qquad (12\text{-}5)$$

$$z_{wD} = \frac{z_w}{h} \qquad (12\text{-}6)$$

$$L_D = \frac{x_f}{h}\sqrt{\frac{k_z}{k_y}} \qquad (12\text{-}7)$$

$$t_D = \frac{\kappa_\psi \tau}{\mu \phi c x_f^2} \qquad (12\text{-}8)$$

La expresión general para la caída de presión es:

$$\Delta p(M, t) = \int_0^t q(\tau) S(M, t - \tau) d\tau \qquad (12\text{-}9)$$

La función instantánea fuente para una banda fuente infinito (ïnfinite slab source”), en las direcciones **y** y **z** de espesor, $2x_f$ está dado por:

$$S(x,t) = \frac{1}{2}\left[\operatorname{erf}\left(\frac{\frac{xf}{2} + (x - x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\frac{xf}{2} - (x - x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}\right)\right] \qquad (12\text{-}10)$$

La segunda fuente instantánea es un plano fuente infinito en el plano x-z:

$$S(y,t)=\frac{\exp\left[-\frac{(y-y_w)^2}{4\eta_y t}\right]}{2\sqrt{\pi\eta_y t}} \tag{12-11}$$

La tercera fuente instantánea es para un plano infinito en un yacimiento limitado en los topes superior e inferior: (“slab reservoir”)

$$S(z,t)=\frac{1}{h}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-\frac{n^2\pi^2 n_2 t}{h^2}\right]\cos n\pi\frac{z_w}{h}\cos n\pi\frac{z}{h}\right] \tag{12-12}$$

La función instantánea fuente para el sistema del hoyo de drenaje es:

$$S(x,y,z,t)=\frac{1}{h}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta_z t}{h^2}\right)\cos\ n\pi\frac{z}{n}\right]\cdot$$

$$\frac{1}{2}\left[\operatorname{erf}\frac{\frac{xf}{2}+(x-x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}+\operatorname{erf}\frac{\frac{xf}{2}-(x-x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}\right]\cdot\exp\ \frac{\left[-\frac{(y-y_w)^2}{4\eta_y t}\right]}{2\sqrt{\pi\eta_y t}} \tag{12-13}$$

y la presión en cualquier punto M, debido a la fuente del hoyo de drenaje es de acuerdo a la ecuación (12-9).

$$\Delta p(x,y,z,t)=\frac{1}{\phi c}\int_o^t q(\tau)\frac{1}{h}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta_z\tau}{h^2}\right)\cos\ n\pi\frac{z_w}{h}\cos\ n\pi\frac{z}{h}\right]\cdot$$

$$\frac{1}{2}\left[\operatorname{erf}\left(\frac{\frac{xf}{2}+(x-x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}\right)+\operatorname{erf}\left(\frac{\frac{xf}{2}-(x-x_w)}{2\sqrt{\eta_x t}}\right)\right]\cdot\frac{\exp\left[-\frac{(y-y_w)^2}{4\eta_y\tau}\right]}{2\sqrt{\pi\eta_y\tau}}d\tau \tag{12-14}$$

donde $$q_w = 2x_f q \qquad (12\text{-}15)$$

q_w es constante y $q(\tau)$, la tasa de flujo por unidad de longitud puede ser removido de la integral.

$$p_D = \frac{2\pi k_y h\, \Delta p}{q_w \mu} \qquad (12\text{-}16)$$

finalmente,

$$p_D(x_D, y_D, z_D, z_{WD}, L_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\int_0^{t_D}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-n^2\pi^2 L_D{}^2 t'_D\right)\cdot\cos\ n\pi z_{wD}(z_D L_D + z_{wD})\right]$$

$$\left[\operatorname{erf}\left(\frac{1+x_D}{2\sqrt{t'_D}}\right)+\operatorname{erf}\left(\frac{1-x_D}{2\sqrt{t'_D}}\right)\right]\cdot\frac{\exp\left[-\frac{y_D^2}{4t'_D}\right]}{\sqrt{t'_D}}\,dt'_D \qquad (12\text{-}17)$$

La caída de presión puede ser obtenida evaluando la integral (12-17) usando la Regla de Simpson de Integración numérica.

Las Tablas 1 a 4 del trabajo de Clonts y Ramey[1] presentan los valores de presión adimensional como función de tiempo adimensional para varios valores de longitudes del hoyo de drenaje y de radios.

La solución fue verificada mediante:

(1) Fracturas parciales;

cuando $\frac{hf}{x_f} \rightarrow 0$

(2) La solución general de flujo uniforme para pozos fracturados verticalmente;

cuando : $L_D \rightarrow > 10$

(3) Pozos desviados (modelo de Cinco-Ley[3])

Cuando: $\theta_w \rightarrow 90$

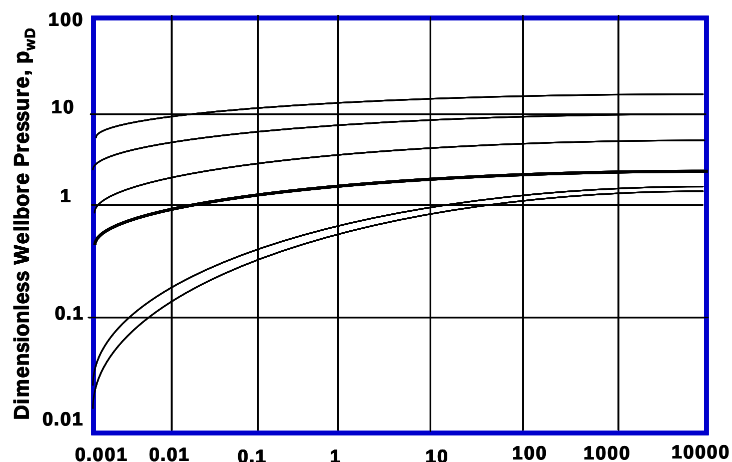
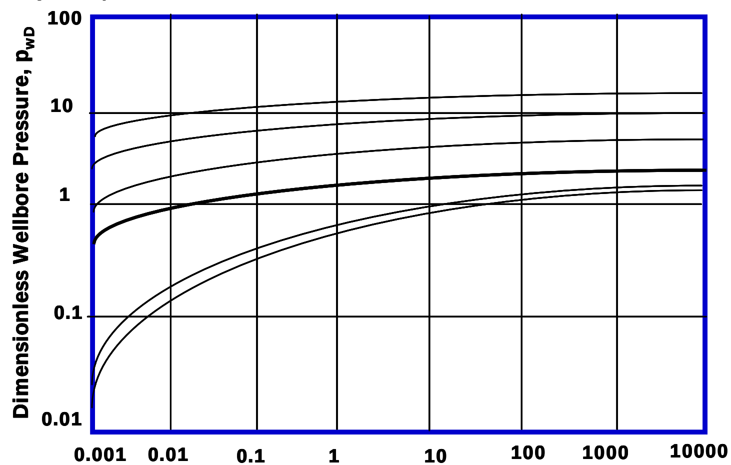


Fig.7 Compason of drainhole solution and Cinco solution for a 75º standed wellbore



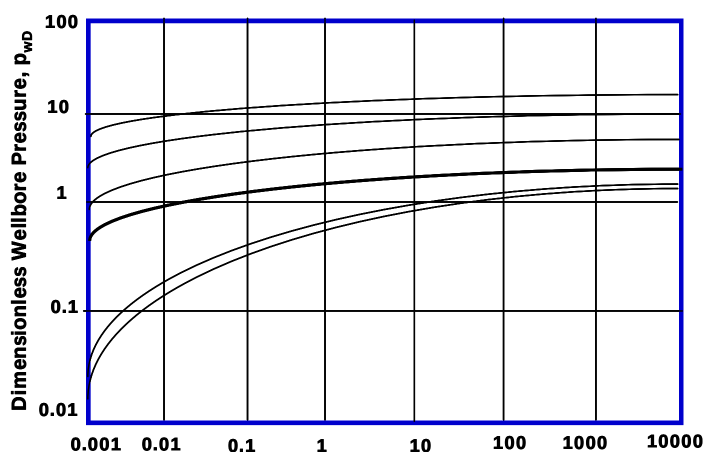


Fig.7 Compason of drainhole solution and Cinco solution for a 75º standed wellbore

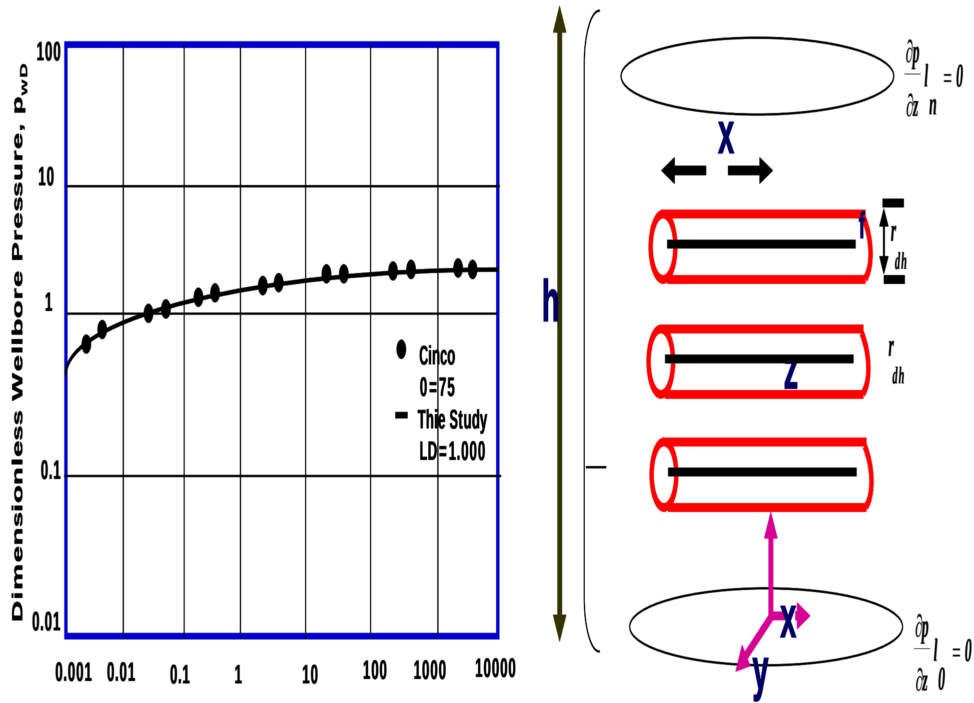


Fig.7 Compason of drainhole solution and Cinco solution for a 75º standed wellbore

Fig.8 Physical representation al múltiple drainhle system

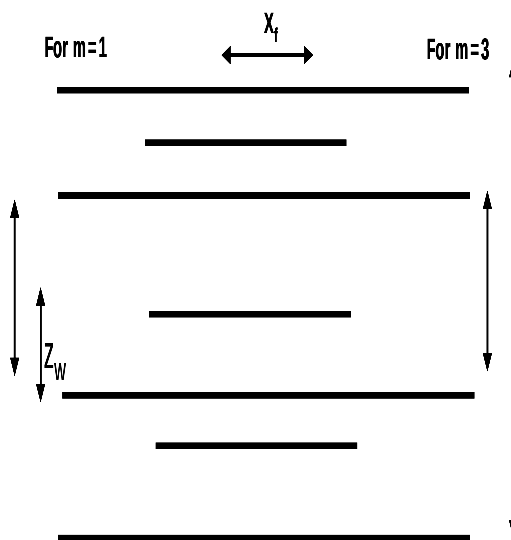


Fig. 9 Newman product representation al múltiple dralnhole system.

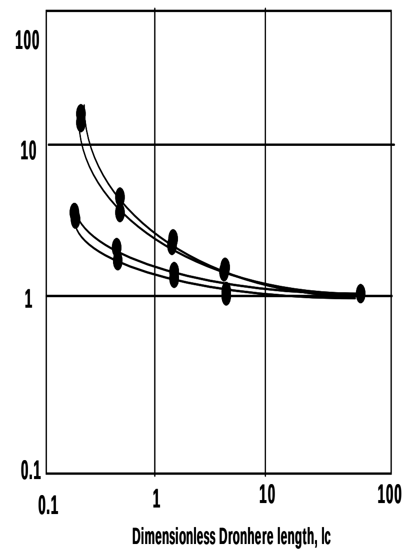


Fig. 10Uniform deplohole pseudo skin factor vs. Dimensionless drsunhole hall length for var us

PhD. Douglas Alvarado

S(z,t)

S(x,t)

$\frac{\partial p}{\partial z}\Big|_{n} = 0$

X

h

x

f

h

Z

X

S(y,t)

S(x, y, z,t)

z

x

y

$\frac{\partial p}{\partial z}\Big|_{0} = 0$

= h

x

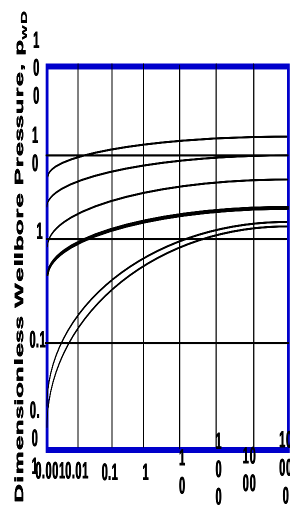
Z

z

x

y

f



Aproximación a tiempos cortos

La aproximación a tiempos cortos puede ser obtenida aproximando las funciones instantáneas fuente para cada una de los tres componentes; la ecuación resultante es:

$$p_D = \frac{1}{4L_D} E_i \left[-\frac{z_D^2 + y_D^2}{4t_D} \right] \qquad (12\text{-}18)$$

$$\text{Si} \quad z_D^2 + y_D^2 = r_D^2 \qquad \Rightarrow \quad \text{flujo radial} \qquad (12\text{-}19)$$

El final del flujo radial está dado por:

$$t_{SD} \leq \min \begin{cases} \dfrac{(1-x_D)^2}{20} \\ \dfrac{\left[z_D + \dfrac{2}{L_D}(z_{wD} - 1)\right]^2}{20} \\ \dfrac{\left[z_D + 2\dfrac{z_{wD}}{L_D}\right]^2}{20} \end{cases} \qquad (12\text{-}20)$$

Una línea recta semi - log empezará y terminará de acuerdo a:

$$100\left(z_D^2 + y_D^2\right) < \min \begin{cases} \dfrac{(1-x_D)^2}{20} \\ \dfrac{\left[z_D + 2\dfrac{z_{wD}}{L_D}\right]^2}{20} \\ \dfrac{\left[z_D + \dfrac{2}{L_D}(z_{wD} - 1)\right]^2}{20} \end{cases} \qquad (12\text{-}21)$$

La aproximación a tiempos cortos tiene una pendiente de 0.5756 L_D^{-1} cuando se gráfica en papel semi log.

PhD. Douglas Alvarado

Puede determinarse (si el efecto de llene y el Skin se vuelven despreciables antes de terminar la línea recta):

(i) La mitad de la longitud del hoyo de drenaje.

(ii) ó $\sqrt{\dfrac{k_z}{k_y}}$

Si L_D es grande el periodo inicial de flujo radial termina rápidamente. La Figura 12.3 muestra que para tales casos el gráfico log - log produce una línea recta de pendiente 1/2. Esto indica comportamiento de flujo lineal para valores grandes de L_D.

Para valores pequeños de t_D

$$erf\left[\frac{x}{2\sqrt{t_D}}\right] \rightarrow \pm 1 \qquad (12\text{-}22)$$

La aproximación a tiempos cortos para la función instantánea fuente, para puntos entre los extremos del hoyo de drenaje, está dada por:

$$S(x,t) = 1 \qquad (12\text{-}23)$$

Para puntos entre los extremos del hoyo de drenaje

$$\begin{cases} t_{SD} \le \dfrac{(1-x_D)^2}{20} & x_D \ne 1 \\ t_{SD} \le \dfrac{1}{20} & x_D = 1 \end{cases} \qquad (12\text{-}24)$$

La aproximación a tiempos pequeños para un plano infinito en un yacimiento limitado (“slab reservoir”) está dada por:

$$S(z_D, t_D) = \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \frac{1}{2x_f\sqrt{\pi t_D}} \exp\left[-\frac{z_D^2}{4t_D}\right] \tag{12-25}$$

Cuando:

$$z_D \leq \min\begin{cases} \dfrac{\left[z_D + \dfrac{2}{L_D}(z_{wD} - 1)\right]}{20} \\ \dfrac{\left[z_D + 2\dfrac{z_{wD}}{L_D}\right]^2}{20} \end{cases} \tag{12-26}$$

La función instantánea de flujo para el sistema de drenaje es el producto de las tres aproximaciones a tiempos cortos:

$$S(x_D, y_D, z_D, t_D) = \sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \frac{1}{2x_f\sqrt{\pi t_D}} \exp\left[-\frac{z_D^2}{4t_D}\right] \cdot 1$$
$$\frac{1}{2x_f\sqrt{\pi t_D}} \exp\left[-\frac{y_D^2}{4t_D}\right] \tag{12-27}$$

y la presión adimensional será, sustituyendo (12-27) en la ecuación. (12-17).

$$p_D(y_D, z_D, t_D) = \frac{h}{4x_f}\sqrt{\frac{k_y}{k_z}} \int_0^{t_D} \frac{\exp\left[\dfrac{z_D^2 + y_D^2}{4t_D}\right]}{t'_D} dt'_D \tag{12-28}$$

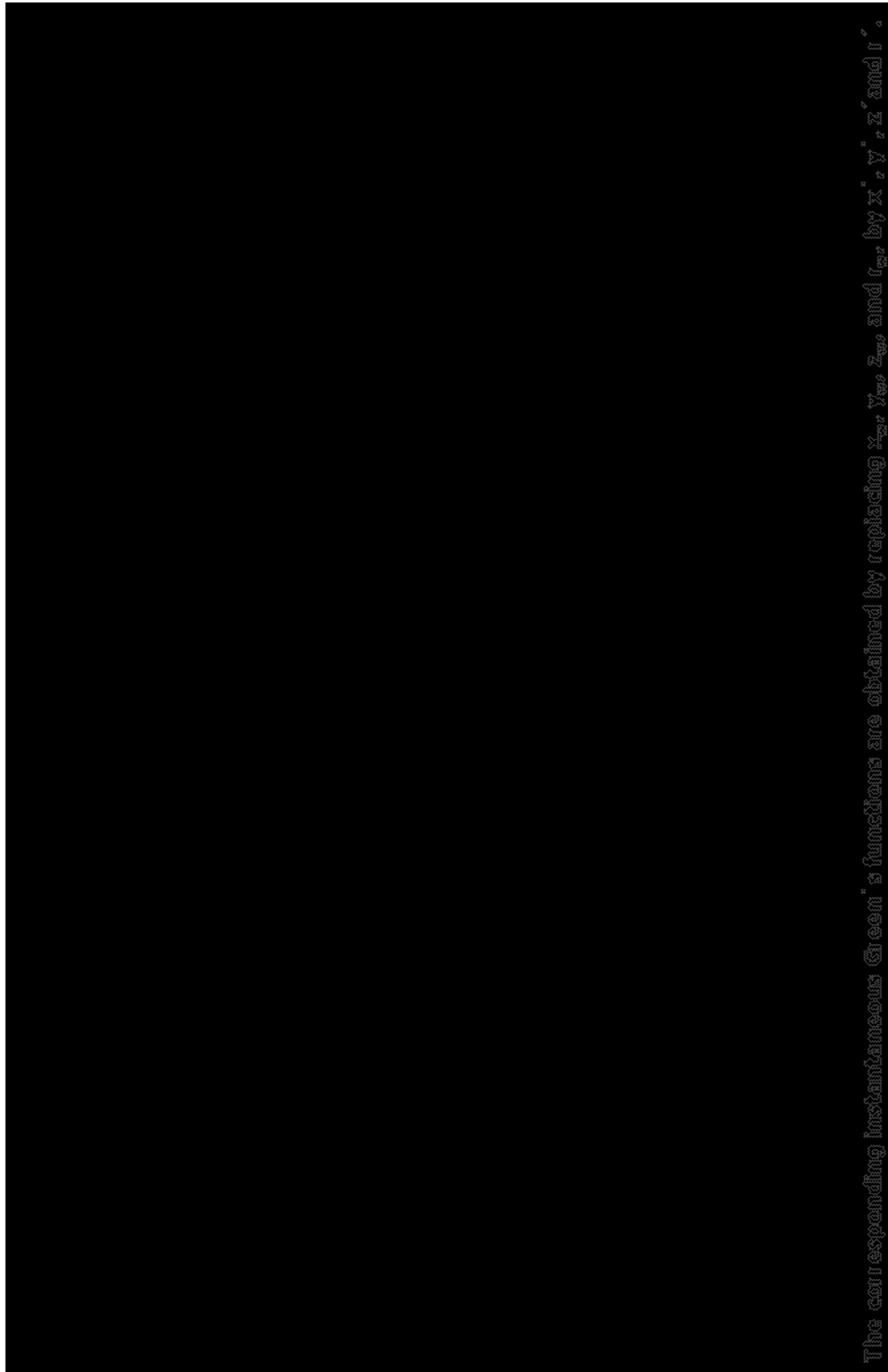

The corresponding instantaneous Green's functions are obtained by replacing x_w, y_w, z_w and t_w by x'', y'', z'' and t''.

TABLE 2-BASIC INSTANTANEOUS SPURCE FUNCTION IN INFINITE SLAB RESERVOIRS (a) BASIC INSTANTANEOUS SOURCE FUNCTIONS FOR AH INFINITE PLANE SOURCE IN AN INFINITE SLAB RESERVOIR*

$X^2 0$ X_W X^2 X_e	BONDARY CONDITIONS	FUCTION NUMBER	SOURCE FUNCTION
	PRESCRIBED FLUX	VII (x)	$\frac{1}{x}\left[1+2\sum_{n-1}^{\infty}\exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta^2}{x_0^2}\right)\sin n\pi x_0 \cos n\pi x/x_0\right]$
	PRESCRIBED PRESSURE	VIII (x)	$\frac{2}{x}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{n^2 n^2 n\, t_x}{x_0^2}\right)\sin n_w x_w/x_e \sin nwx/x_e$
	MIXED BOUNDARIES	IX (x)	$\frac{2}{x}\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{(2n+1)^2 n^2 n\, t_x}{4x_0^2}\right)\cos (2n+1)n_w x_w/x_e \cos (2n+1)nx/x_e$

(a) BASIC INSTANTANEOUS SOURCE FUNCTIONS FOR AH INFINITE SLAB SOURCE IN AN INFINITE SLAB RESERVOIR

X= 0 X_W X $X^2 x_e$	BONDARY CONDITIONS	FUCTION NUMBER	SOURCE FUNCTION
	PRESCRIBED FLUX	X (x)	$\frac{x_f}{x_e}\left[1+2\sum_{n-1}^{\infty}\exp\left(-\frac{n^2\pi^2\eta^2}{x_0^2}\right)\sin n\pi x_0 \cos n\pi x/x_0\right]$
	PRESCRIBED PRESSURE	XI (x)	$\frac{2}{x}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\exp\left(-\frac{n^2 n^2 n\, t_x}{x_0^2}\right)\sin n_w x_w/x_e \sin nwx/x_e$
	MIXED BOUNDARIES	XII (x)	$\frac{\infty}{W}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n+1}\exp\left(-\frac{(2n+1)^2 n^2 n\, t_x}{4x_0^2}\right)\sin (2n+1)\frac{nx_f}{4x_e}\cos (2n+1)nx_w/x_e \cos (2n+1)nx/x_e$

Aproximación a tiempos grandes.

La función instantánea fuente para un plano en un yacimiento limitado (slab reservoir) puede ser aproximada por:

$$S(z,t) \cong \frac{1}{h} \tag{12-29}$$

Cuando:

$$t_D \geq \frac{5}{\pi^2 L_D^2} \tag{12-30}$$

La función instantánea fuente para un plano fuente infinito puede ser aproximada expandiendo el término exponencial:

$$S(y,t) = \frac{\exp\left(-\frac{(y-y_w)^2}{4n_y t}\right)}{2\sqrt{\pi n_y t}} = \frac{1}{2xf\sqrt{\pi t_D}}\left[1 - \frac{y_D^2}{4t_D} + \frac{y_D^2}{32t_D^2} + 0\left(\frac{1}{t_D^3}\right)\right] \tag{12-31}$$

S(y,t) puede ser aproximado por el primer término de la expansión cuando:

$$t_D \geq 25\ y^2{}_D \tag{12-32}$$

La tercera función instantánea fuente, la función instantánea fuente para una banda infinita (infinite slab source) puede ser aproximada mediante la expansión de la función error:

$$\operatorname{erf}\left[\frac{\frac{1}{2}+x_D}{2\sqrt{t_D}}\right] = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)\left[\frac{\frac{1}{2}+x_D}{2\sqrt{t_D}}\right]^{2n+1}}{n!(2n+1))} = \frac{\frac{1}{2}+x_D}{\sqrt{\pi t_D}} - \frac{\left(\frac{1}{2}+x_D\right)}{12\sqrt{\pi t_D^3}} + 0\left[\frac{1}{t_D^{5/2}}\right] \tag{12-33}$$

tomando solo el primer término del desarrollo con error de 1%, cuando:

$$t_D \geq \frac{25}{3}\left(\frac{1}{2}+x_D\right)^2 \tag{12-34}$$

Similarmente,

$$\operatorname{erf}\left[\frac{\frac{1}{2}-x_D}{2\sqrt{t_D}}\right] \cong \frac{\frac{1}{2}-x_D}{\sqrt{\pi t_D}} \qquad (12\text{-}35)$$

cuando $$t_D \geq \frac{25}{3}\left(\frac{1}{2}-x_D\right)^2 \qquad (12\text{-}36)$$

$$S(x_D, y_D, z_D, z_{wD}, L_D, t_D) = \frac{1}{h}\cdot\frac{1}{2x_f\sqrt{\pi t_D}}\cdot\frac{1}{2}\left[\frac{\frac{1}{2}+x_D}{\sqrt{\pi t_D}}+\frac{\frac{1}{2}-x_D}{\sqrt{\pi t_D}}\right] \qquad (12\text{-}37)$$

y finalmente:

$$p_D(x_D, y_D, z_D, z_{wD}, L_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\int_0^{tl_D}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-n^2\pi^2L_D^2t'_D\right]\right]\cos n\pi z_{wD}$$

$$\cdot\cos n\pi(z_DL_D + z_{wD})\left[\operatorname{erf}\frac{(1+x_D)}{2\sqrt{t'_D}}\right]\left[\frac{\exp-\frac{y_D^2}{4t'_D}}{\sqrt{t'_D}}\right]dt'_D + \int_{tl_D}^{t_D}\frac{1}{2t_D}\,dt_D \qquad (12\text{-}38)$$

la ecuación (12-38) se aplica para t_D mayor que el comienzo de flujo pseudoradial definido como:

$$t_{lD} = max\begin{cases}\dfrac{5}{\pi^2L_D^2}\\ \dfrac{25}{3}\left(\dfrac{1}{2}+x_D\right)^2\\ \dfrac{25}{3}\left(\dfrac{1}{2}-x_D\right)^2\end{cases} \qquad (12\text{-}39)$$

si p_{lD} es el primer término de la ecuación (12-38), entonces la aproximación a tiempos grandes puede ser simplificada:

$$p_D = p_{lD} + \frac{1}{2}\ln\frac{t_D}{t_{lD}} \qquad (12\text{-}40)$$

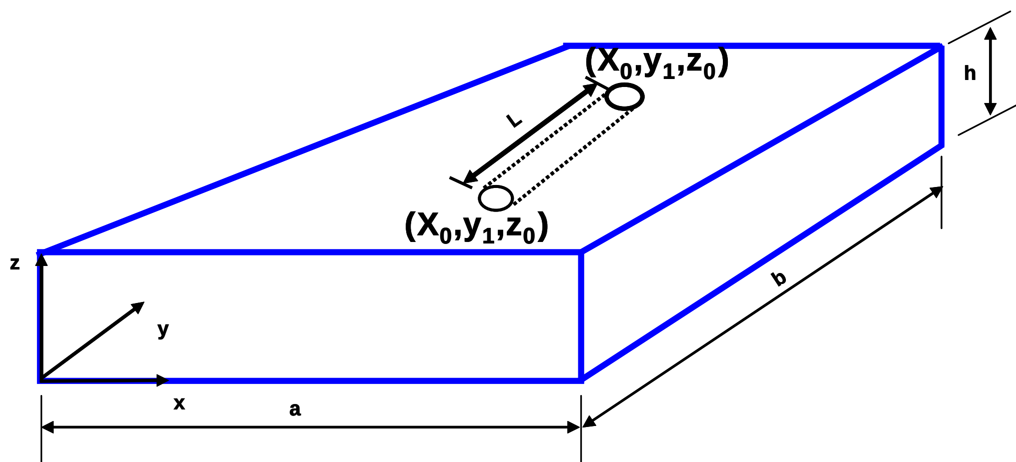


Fig. 1 Geometría del Modelo

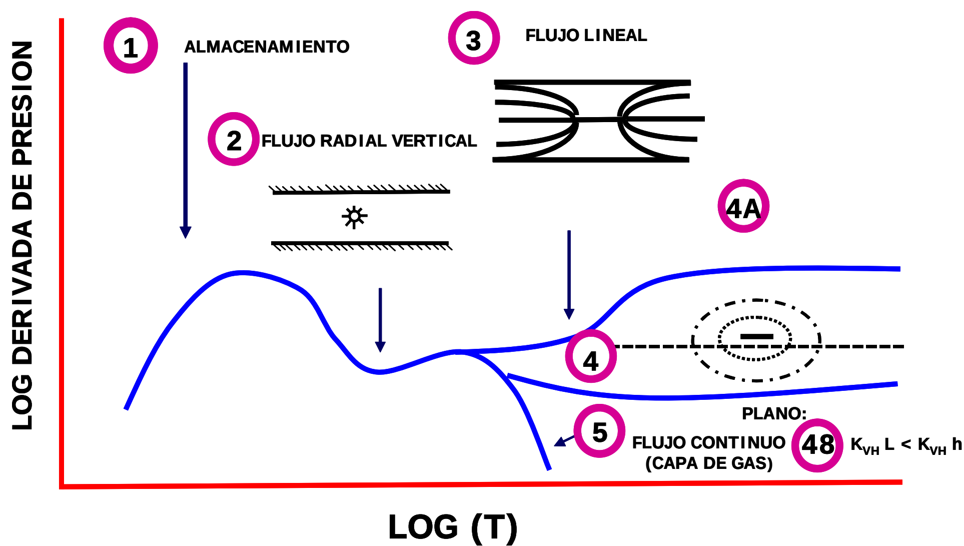


FIG. 2 RESPUESTA TIPICA DE PRESION DE UN POZO HORIZONTAL

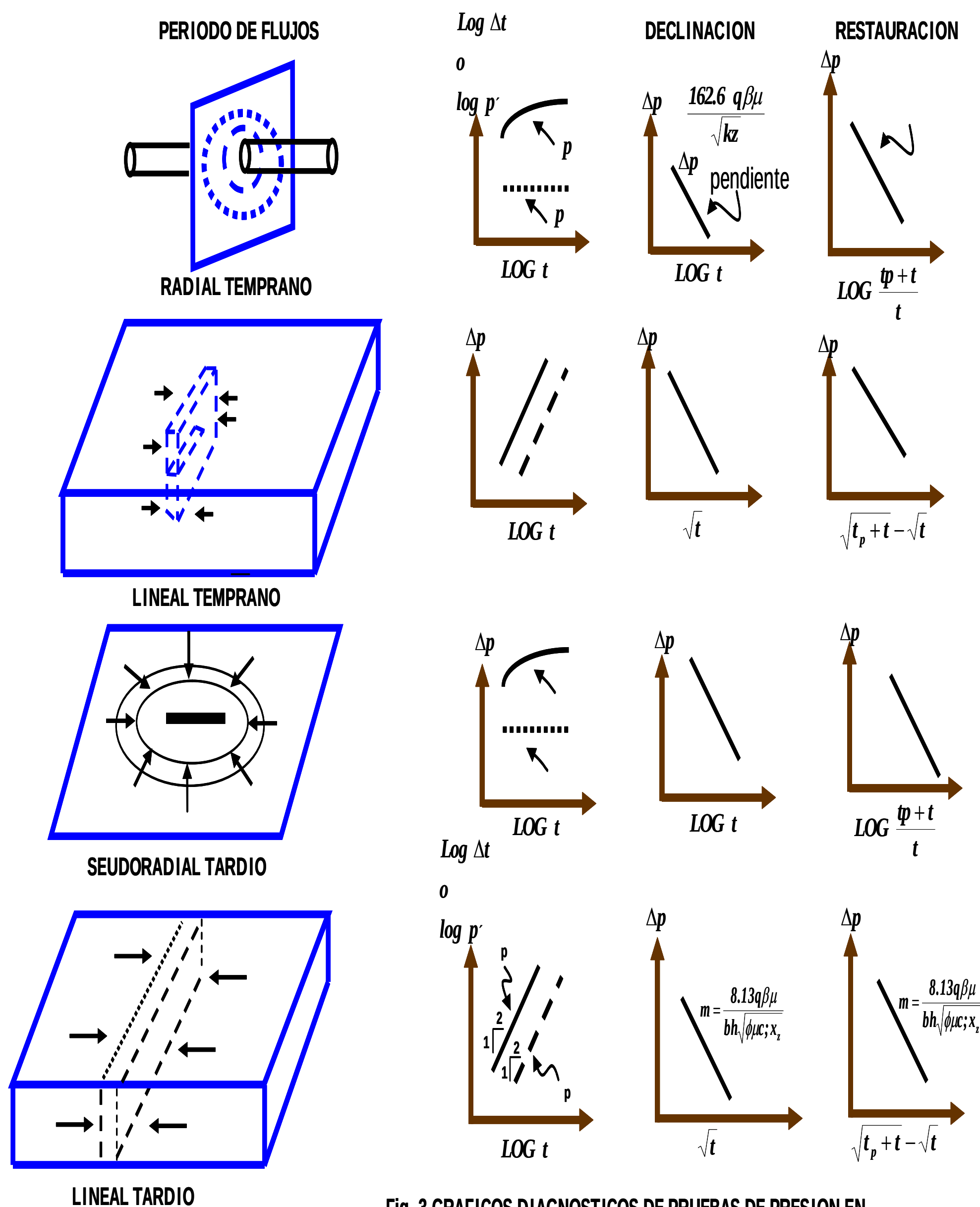


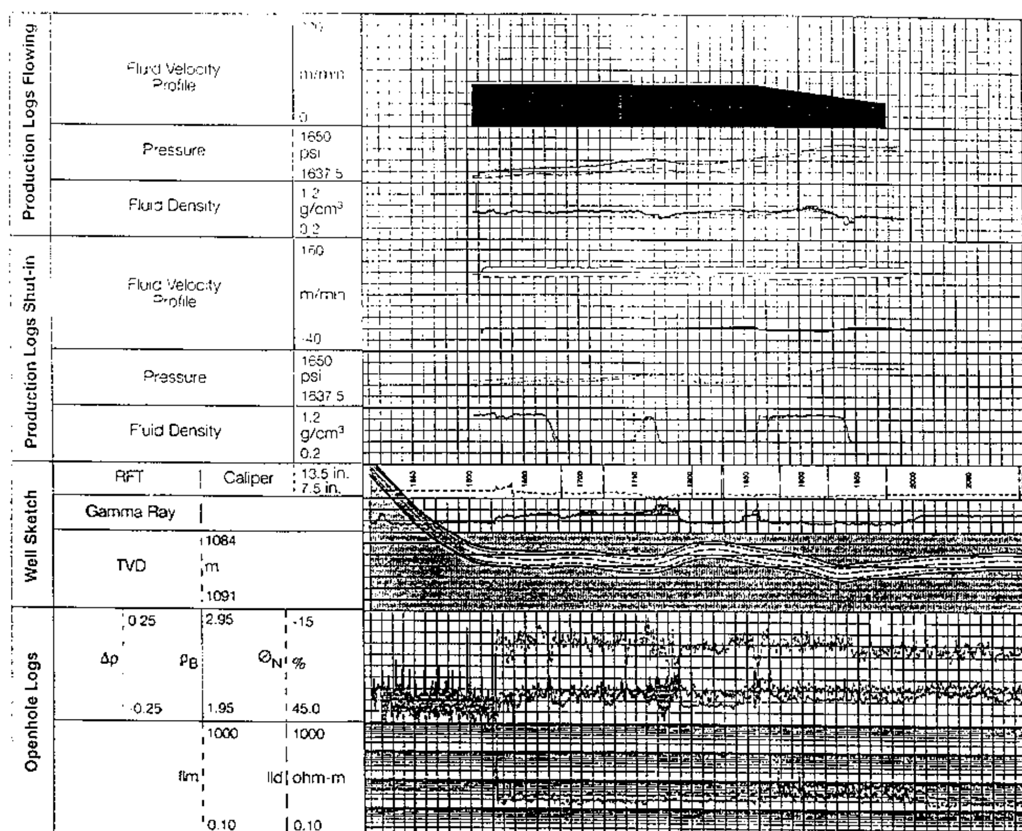
Fig. 3 GRAFICOS DIAGNOSTICOS DE PRUEBAS DE PRESION EN POZOS HORIZONTALES

PhD. Douglas Alvarado

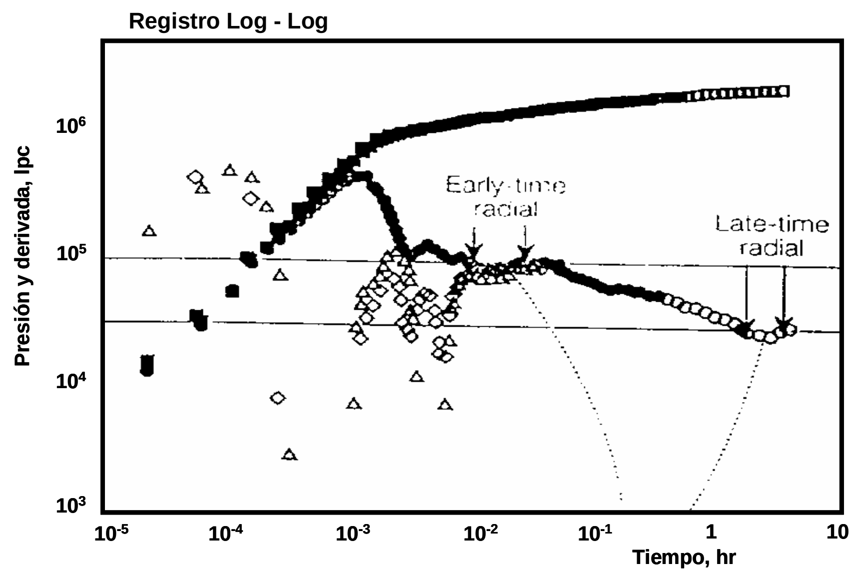
Horizontal Well Testing in the Gulf of Guinea

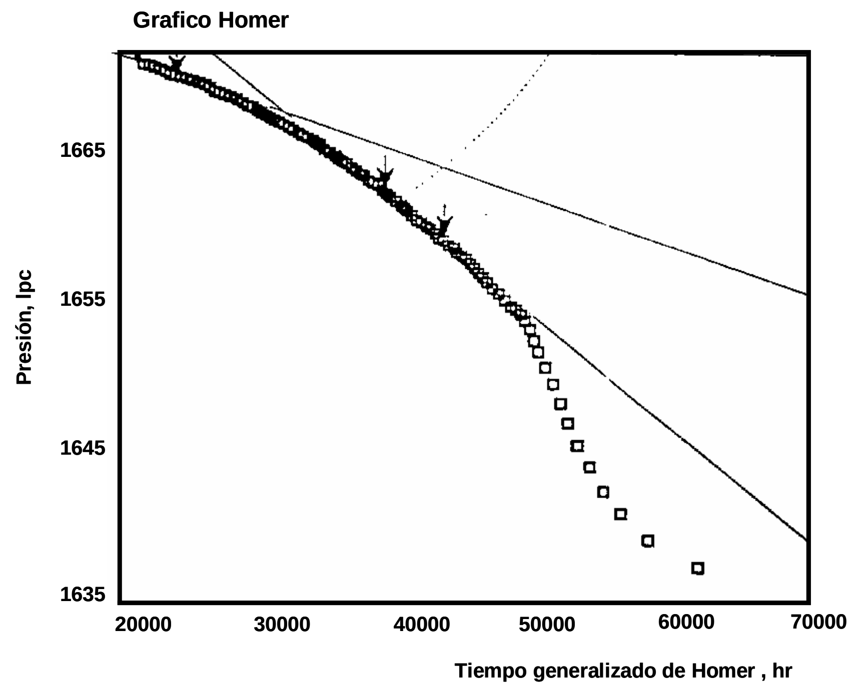
Simon Doruzaski
Port-Gentil, Gabon

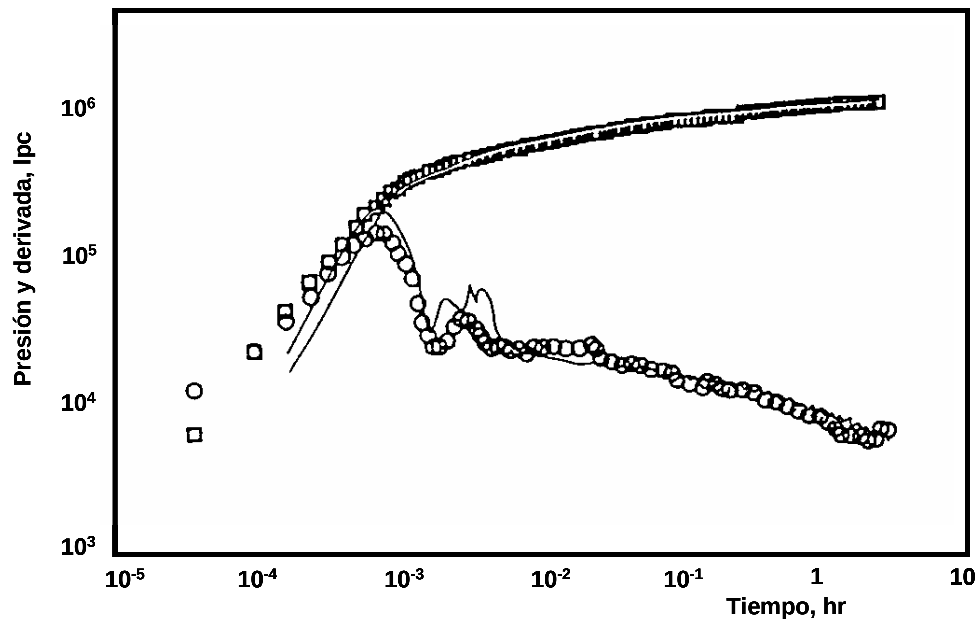
Jean-Pierre Yver
Montrouge, France



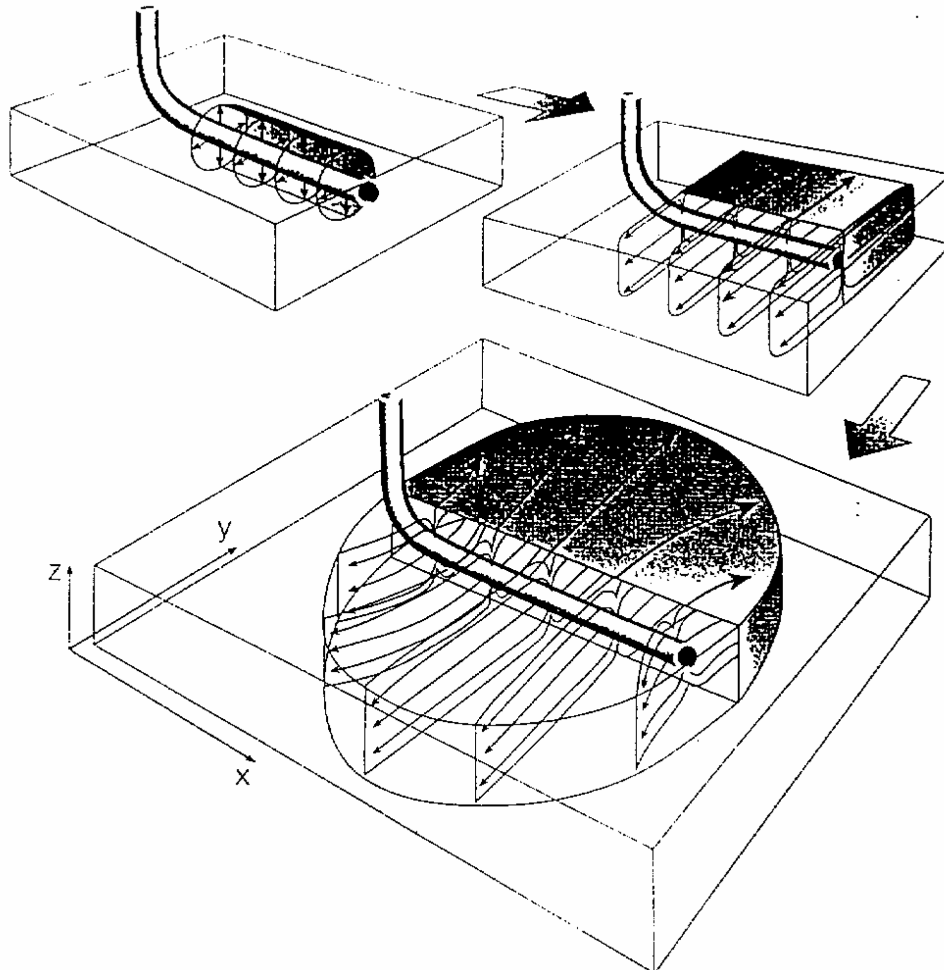
Composite of production logging passes along a horizontal producing well in the Gulf of Guinea, West Africa with well trajectory. Passes during shut-in reveal possible crossflow and settling of water and oil in troughs and peaks of the well geometry. Passes while producing indicate no flow coming from the initial section of the horizontal trajectory and a fluid density equivalent to a 20% water holdup. In all passes, pressure correlates with true vertical depth.


Registro Log - Log
Presión y derivada, lpc
10^6
10^5
10^4
10^3
Early-time radial
Late-time radial
10^-5
10^-4
10^-3
10^-2
10^-1
1
10
Tiempo, hr


Grafico Homer
Presión, lpc
1665
1655
1645
1635
20000
30000
40000
50000
60000
70000
Tiempo generalizado de Homer , hr



Presión y derivada, lpc
10^6
10^5
10^4
10^3
10^-5
10^-4
10^-3
10^-2
10^-1
1
10
Tiempo, hr



ANÁLISIS DE CURVA TIPO

Curvas tipos basadas en la ecuación (12-17).

(i) del ajuste de L_D, obtenemos $\frac{k_z}{k_y}$

(ii) p_D ajuste, obtenemos k_y

(iii) del ajuste de x_D se obtiene $\frac{k_y}{k_x}$

(iv) del ajuste de tiempo, se obtiene $\phi\mu c_t$.

Extensión para pozos con múltiples hoyos de drenajes.

$$p_D(x_D, y_D, z_D, z_{wD}, L_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\int_0^{t_D}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[-n^2\pi^2L_D^2t'_D\right]\cos n\pi z_{wD}\right]$$

$$\cos n\pi(z_DL_D + z_{wD})\ \left]\left[\operatorname{erf}\frac{(1+x_D)}{2\sqrt{t'_D}} + \operatorname{erf}\frac{(1-x_D)}{2\sqrt{t'_D}}\right]\left[\frac{\exp\left[-\frac{y_D^2}{4t'_D}\right]}{\sqrt{t'_D}}\right]dt'_D \qquad (12\text{-}41)$$

$$L_D = \frac{mxf}{h}\sqrt{\frac{k_z}{k_y}} \qquad (12\text{-}42)$$

$$z_{wD} = \frac{z_w m}{h} \qquad (12\text{-}43)$$

donde m es el número de hoyos de drenaje.

Similitud con fracturas verticales

(i) A medida que el número de hoyos de drenaje, en un arreglo vertical se incrementa la solución debe aproximarse a la solución de una fractura vertical de flujo uniforme.

(ii) La solución para una fractura vertical de flujo uniforme es idéntica a la de un hoyo de drenaje horizontal cuando $L_D > 10$.

$$p_D\left(x_D, y_D, z_D, z_{wD}, L_D, t_D\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\int_0^{t_D}\left[\operatorname{erf}\frac{\left(1+x_D\right)}{2\sqrt{t'_D}} + \operatorname{erf}\frac{\left(1-x_D\right)}{2\sqrt{t'_D}}\right]\left[\frac{\exp\left[-\frac{y_D^2}{4t_D}\right]}{\sqrt{t'_D}}\right]dt'_D \qquad (12\text{-}44)$$

Si:

$$L_D > 10$$

o $\dfrac{mx_f}{h}\sqrt{\dfrac{k_z}{k_y}} > 10$

USO DE LAS FUNCIONES FUENTE Y DE LAS FUNCIONES DE GREEN[5] PARA RESOLVER PROBLEMAS DE FLUJO NO-CONTINUO EN YACIMIENTOS

Ecuación de difusividad

$$\eta_x\frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial x^2} + \eta_y\frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial y^2} + \eta_z\frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial t} = 0 \qquad (12\text{-}45)$$

Flujo transient en yacimiento homogéneo y ansitrópico, medio poroso D, limitado por una Superficie S_e.

x, y, z ; ejes principales de permeabilidad.

η_j , j = x, y, z ; ejes principales de difusividad

Si $\eta_j = \eta_y = \eta_z$ (sistemas cilíndricos)

la ecuación de difusividad puede ser escrita:

$$\eta_r \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial_r}\left(r\frac{\partial p(M,t)}{\partial_r}\right) + \eta_z \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial_z^{\,2}} - \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial t} = 0 \qquad (12\text{-}46)$$

$$\eta_j = \frac{k_j}{\phi\mu c}, \quad j = x,\ y,\ z,\ o\ r$$

Solución del punto fuente de Lord Kelvin[6] propuesta por Nisle[7]

$$\Delta p(M,t) = \frac{q}{8\phi c(\pi\eta t)^{3/2}} = \exp\left(-\frac{\overline{PM}^2}{4\eta t}\right) \qquad (12\text{-}47)$$

La caída de presión creada en el punto M en un yacimiento infinito por un punto fuente instantáneo P de intensidad q a una distancia PM del punto M.

Si existe una producción continua de fluidos a una tasa q(t), desde o a t, la caída de presión creada por el punto fuente continuo será:

$$\Delta p(M,t) = \int_o^t \frac{q(\tau)}{8\phi c[\pi\eta(t-z)]^{3/2}} \exp\left(-\frac{\overline{PM}^2}{4(t-\tau)}\right) d\tau \qquad (12\text{-}48)$$

La presión creada en M por N puntos fuentes instantáneos, cada uno de fuerza o intensidad $q_i = q_i(p)$, donde y = 1, 2, ..., N, es la suma de las presiones creadas en M por cada una de las fuentes instantáneas.

$$\Delta p(M,t) = \frac{1}{8\phi c(\pi\eta t)^{3/2}} \sum_{i=1}^{N} q(P_i)\exp\left[-\frac{\overline{P_i M}}{4\eta t}\right] \qquad (12\text{-}49)$$

Cuando los “puntos fuente instantáneos” están distribuidos sobre el volumen V del yacimiento:

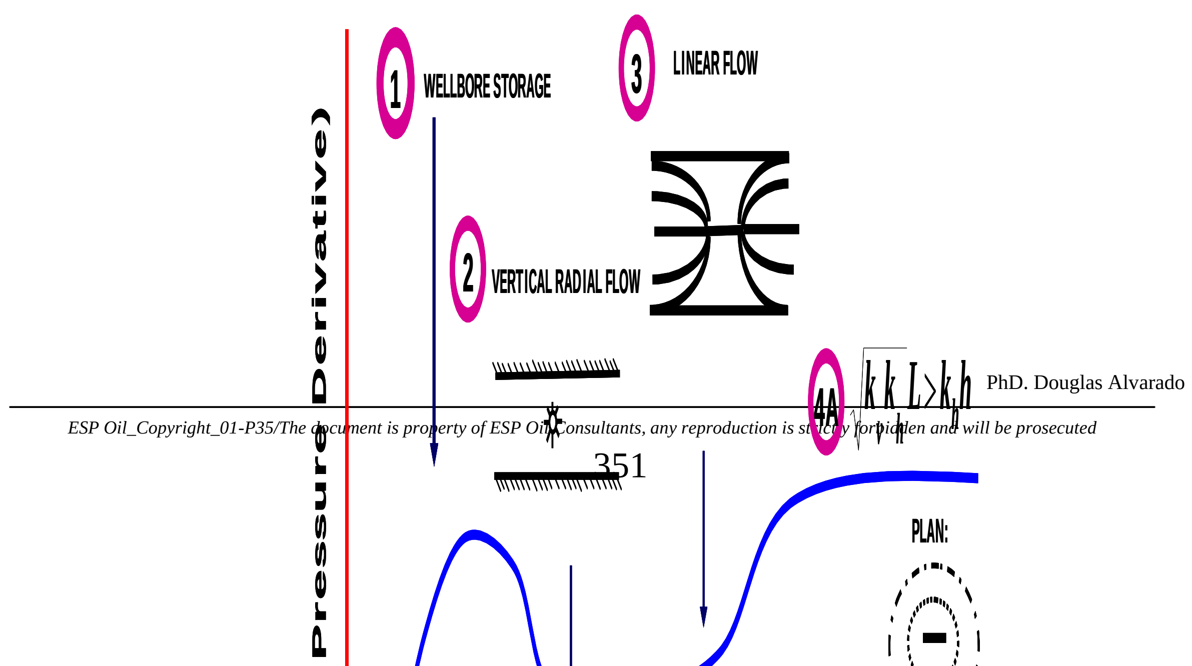
$$\Delta p(M,t) = \frac{1}{8\phi c(\pi\eta t)^{3/2}} \int_V q(P)\exp\left[-\frac{\overline{PM}^2}{4\eta t}\right] dV(p) \qquad (12\text{-}50)$$

q(P) es la cantidad instantánea producida por una unidad de longitud, área o volumen de la fuente, dependiendo de la forma de la fuente.

Cuando el yacimiento no es de extensión infinita en todas las direcciones, y tiene límites de planos mantenidos a presión constante o a flujo cero, el yacimiento finito puede ser reemplazado por uno que es infinito en todas las direcciones tomando imágenes con respecto a los planos límites.

La distancia desde el punto de presión hasta el punto en la fuente instantánea, puede ser expresada como una suma, cada término de la cual contiene una o dos coordenadas solamente. El término exponencial en la ecuación (12-50) puede ser transformado en un producto de funciones exponenciales para cada grupo de coordenadas, y el término integral puede ser reducido a un producto de integrales cada una referida a una sola coordenada.

La caída de presión, creada por una fuente volumétrica instantánea con producción de fluido uniforme, puede ser expresada como el producto de un número limitado de funciones de x, y, r ó z.



FUNCIONES INSTANTANEAS DE GREEN[5] Y DE FUENTE

Simplificación del problema definido por ecuaciones (12-45) y (12-46), si multiplicamos cada coordenada “j” por $(k/kj)^{1/2}$, las ecuaciones (12-45) y (12-46) se pueden escribir:

$$\eta \ \nabla^2 p(M,t) - \frac{\partial p(M,t)}{\partial t} = 0 \qquad (12\text{-}51)$$

que es la ecuación de difusividad para el dominio isotrópico.

Cuando el dominio es infinito o cuando el dominio esté limitado por planos perpendiculares a los ejes de permeabilidad, los problemas en dominio anisotrópico pueden ser reducidos al problema correspondiente en el dominio isotrópico.

Por la solución p(M,t) de la ecuación de difusividad es únicamente determinada:
(1) La distribución inicial de presión en D.

(2) Cualquiera de: - El valor del flujo a través del límite S_e (problema de Neumann)[2]

- El valor de la presión en el límite S_e (problema de Dirichlet)[8] para todo tiempo.

Definición:

La función instantánea de Green[5] para el dominio D con respecto a la ec. de difusividad (ecuación 8) es la presión que sería creada en el punto M' (x', y', z') al tiempo t por una fuente instantánea ficticia de fuerza o intensidad unitaria generada en el punto M(x,y,z) al tiempo τ, con $\tau < t$, estando el dominio inicialmente a presión cero, y la superficie S_e impermeable al flujo o mantenida a presión cero.

La función instantánea de Green[5] representada por G(M, M', t - τ) es una función de doble punto.

Propiedades:

1) Es la solución del adjunto de la ecuación de difusividad.

2) Es simétrica en los dos puntos M y M'.

3) Es una función delta.

La función de Green[5] se hace cero en todos los puntos dentro del límite S_e cuando $t \rightarrow \tau$, excepto en el punto M, donde se vuelve infinito de modo que para cualquier función continua f(M), está indicada por:

$$f(M) \quad \int_D f(M')G(M,M',t-\tau)dM' = \lim\ t \rightarrow \tau \qquad (12\text{-}17)$$

4) De la definición de la fuente instantánea de fuerza unitaria:

$$\int_D G(M,M',t)dM' = 1$$

para todo tiempo $t \geq 0$

Si se da la presión en el límite exterior S_e del dominio D, entonces la función de Green[5] se hace cero, cuando M esta en el límite S_e (función de Green de primera clase).

Si el flujo se da en S_e , la derivada normal de la función de Green[5] se hace cero, cuando M está en el límite S_e (función de Green de segunda clase).

Si el dominio D es de extensión infinita, la función de Green[5] es cero cuando M está en el infinito.

Consideremos solo yacimiento que son producidos a un flujo determinado. Se cumple:

D_w dominio fuente.

M_w un punto “dummy” en la fuente.

La presión en M al tiempo t, p(M,t), en el yacimiento con una distribución inicial de presión p(M), y un flujo o presión en el límite S_e , es dada por:

$$\Delta p(M,t) = \frac{1}{\phi c}\int_0^t \int_{D_w} q(M_w,\tau)G(M,M_w,t-\tau)dM_w d\tau$$

$$-\eta\int_o^t \left\{\int_{Se}\left[G(M,M',t-\tau)\frac{\partial p(M',\tau)}{\partial\eta(M')} - p(M',\tau)\frac{\partial G(M,M',(t-\tau)}{\partial\eta(M')}\right]dS_e(M')\right\}d\tau \qquad (12\text{-}52)$$

$M' \in S_e$

donde ; $$\Delta p(M,t) = \int_D p_i(M')G(M,M',t)dM' - p(M,t) \qquad (12\text{-}53)$$

es la presión en el yacimiento.

$q(M_w,t)$ es la tasa de producción o inyección por unidad de volumen en cada punto de la fuente.

$\partial/\partial\eta$ denota diferenciación normal al elemento.

dS_e (M') de límite S_e en la dirección hacia afuera.
El segundo término del miembro derecho de la ecuación (12-45) se vuelve despreciable cuando:
(i) El Dominio D del yacimiento es infinito.

(ii) El Dominio D de yacimiento es finito, y las condiciones de límite es de flujo cero o de presión cero:

$$\frac{\partial p(M',t)}{d\eta} = 0 \quad \text{o} \quad p(M',t) = 0$$

para todo t'y M' $\in S_e$.

FUENTE DE FLUJO UNIFORME

Supongamos que la tasa de producción de fluidos sea uniforme sobre el volumen fuente, supongamos además que el yacimiento sea infinito; entonces la presión en el punto M estará dada por:

$$\Delta p(M,t) = \frac{1}{\phi c}\int_{0} q(\tau)\ \ S(M, t - \tau)d\tau \qquad (12\text{-}54)$$

donde

$$S(M,t) = \int_{D_w} G(M, M_W, t)dM_W \qquad (12\text{-}55)$$

es la función instantánea de flujo uniforme para el sistema fuente-yacimiento.
Una función fuente continua se obtiene integrando el miembro derecho de la ecuación (12-55) con respecto al tiempo de cero.

Las funciones fuente definidas por la ecuación (12-55) dependen de una variable de espacio solamente y no satisfacen en general todas las propiedades de las funciones de Green[5].

METODO DE NEUMANN[2]

Neumann demostró que para ciertos tipos de problemas con condición inicial y de contorno, la solución a un problema de tres dimensiones de conducción de calor es igual al producto de las soluciones de tres problemas de una solución.
La función instantánea de Green[5] para un yacimiento puede ser visualizada como la intersección de un yacimiento de una dimensión (o de una y dos dimensiones), es igual al producto de las funciones instantáneas de Green para cada una de las dimensiones del yacimiento (o de dos dimensiones).
De la misma manera, la función instantánea de fuente de flujo uniforme que puede ser visualizada como la intersección de fuentes de una dimensión (o de una o dos dimensiones), es igual al producto de las funciones instantáneas fuente para cada una de las fuentes de una dimensión (o de dos dimensiones).

Solamente necesitamos considerar solo un número limitado de fuentes básicas de una dimensión, tales como lineal, radial o fuente esférica, para las cuales las funciones instantáneas fuentes han sido obtenidas por producto o integración.

Estas se presentan en la Tabla 1 y se derivan a continuación:

La función fuente instantánea básica

La función básica puede ser obtenida de la función instantánea de Green[5] para un yacimiento lineal infinito de una sola dirección, que es la solución fundamental de Laplace de la Ecuación de Difusividad para sistemas lineales.

$$\eta_j \frac{\partial^2 p(j,t)}{\partial j^2} - \frac{\partial p(j,t)}{\partial t} = 0 \qquad (12\text{-}56)$$

Siendo:

j = x,y,o,z.

El resultado es:

$$G(j,j',t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi \eta_j t}} \exp\left[-\frac{(j-j')^2}{4\eta_j t}\right] \qquad (12\text{-}57)$$

j = x,y,o,z.

La función instantánea fuente para un plano fuente infinito localizado en j_w en un yacimiento infinito es:

$$S(j,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi \eta_j t}} \exp\left[-\frac{(j-j_w)^2}{4\eta_j t}\right], \qquad (12\text{-}58)$$

j = x,y,o,z.

La otra posibilidad de fuente en un sistema lineal es "fuente plancha" ("slab source").

La función instantánea fuente de flujo uniforme para una fuente plancha infinita de espesor j_f , cuyo plano de simetría está en j_w , se obtiene por integración del

miembro derecho de la ecuación (12-57) con respecto a j' desde (j_w - j_f /2) hasta (j_w + j_f / 2):

$$S(j,t) = \frac{1}{2}\left[\operatorname{erf}\frac{j-\left(j_w-\frac{j_f}{2}\right)}{2\sqrt{\eta_j t}} - \operatorname{erf}\frac{j-\left(j_w+\frac{j_f}{2}\right)}{2\sqrt{\eta_j t}}\right] \qquad (12\text{-}59)$$

La generación de límites planos en el yacimiento puede ser obtenida por el método de las imágenes. La función fuente para una fuente en un yacimiento finito con límites planos es igual entonces a la suma algebraica de las funciones fuente para la fuente y sus imágenes en el correspondiente yacimiento infinito.

De esta manera es posible obtener las funciones instantáneas fuente para un plano infinito o para una fuente plancha en un yacimiento limitado por planos, de espesor j_e.

Las funciones fuentes se presentan en la Tabla 2. Las formas aproximantes a tiempos pequeños y grandes se presentan en la Tabla 3.

Una línea fuente infinita puede ser visualizada como la intersección de dos planos fuentes infinitos perpendiculares o normales a dos de los tres principales ejes de permeabilidad.

La función instantánea fuente para una línea fuente infinita en un yacimiento infinito es igual al producto de las funciones instantáneas correspondientes a fuente planos.

$$S(x,y,t) = S(x,t).\,S(y,t) \qquad (12\text{-}60)$$

ó

$$S(x,y,t) = \frac{1}{4\pi\sqrt{\eta_x\eta_y}\,t}\exp\left\{-\frac{1}{4t}\left[\frac{(x-x_w)^2}{\eta_x}+\frac{(y-y_w)^2}{\eta_y}\right]\right\} \qquad (12\text{-}61)$$

La función instantánea fuente para una línea fuente infinita en un yacimiento radial isotrópico, es:

Para:

$\eta_x = \eta_y = \eta_z$

$$S(r,t) = \frac{1}{4\pi\eta_r t}\exp\left(-d^2 \Big/ 4\eta_r t\right) \qquad (12\text{-}62)$$

donde d es la distancia del punto de presión a la línea fuente, tal como se presenta en la Figura 12.2.

Así:

$$d^2 = r_w^2 + r^2 - 2r\ r_w \cos(\theta-\theta_w) \qquad (12\text{-}63)$$

Integrando el miembro derecho de la ecuación (12-62) con respecto a θ_w desde 0 a 2π se obtiene la función instantánea fuente para un cilindro infinito de superficie circular como fuente.

Algunas formas aproximantes para valores límites de los parámetros fueron derivadas por Gringarten y Ramey[4] y se presentan en la Tabla 4.

Un punto fuente puede ser visualizado como la intersección de tres planos infinitos fuente normal a los tres ejes principales de permeabilidad, o como la intersección de una línea fuente infinita paralela al eje principal de permeabilidad con un plano fuente infinito perpendicular a esa fuente.

La función instantánea fuente puntual, o para un punto fuente, se obtiene mediante el Método del producto de Newmann[2], esto es:

$$S(x,y,z,t) = S(x,t).S(y,t).S(z,t) \qquad (12\text{-}64)$$

Se obtienne:

$$S(x,y,z,t) = \frac{1}{8(\pi^3\eta_x\eta_y\eta_z t^3)^{1/2}}\exp\left\{-\frac{1}{4t}\left[\frac{(x-x_w)^2}{\eta_x}+\frac{(y-y_w)^2}{\eta_y}+\frac{(z-z_w)^2}{\eta_z}\right]\right\} \qquad (12\text{-}65)$$

ó $$S(r,z,t) = S(r,t).\ S(z,t) \qquad (12\text{-}66)$$

que resulta:

$$S(r,z,t)=\frac{1}{8\left(\pi^3\eta_r^2\eta_y t^3\right)^{1/2}}\exp\left\{\frac{1}{4t}\left[\frac{(x-x_w)^2+(y-y_w)^2}{\eta_r}+\frac{(z-z_w)}{\eta_z}\right]\right\} \qquad (12\text{-}67)$$

Para un medio poroso isotrópico de difusividad η , las ecuaciones (12-65) y (12-67) se reducen a:

$$S(x,y,z,t)=\frac{1}{8\left(\pi\eta t^3\right)^{3/2}}\exp\left[\frac{(x-x_w)^2+(y-y_w)^2+(z-z_w)^2}{4\eta t}\right] \qquad (12\text{-}68)$$

que es la solución fuente instantánea de Lord Kelvin[6] para un punto.

Ejemplo de aplicación:

Un pozo en un yacimiento rectangular.

El pozo puede ser visualizado como la intersección de dos bandas (“strip”) de yacimientos con límites, con flujo determinado.

La función instantánea fuente para el pozo en el rectángulo se obtiene así como el producto de dos funciones VII, de la Tabla 2.

$$S(x,y,t)=\frac{1}{x_e}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{\eta^2\pi^2\eta_x t}{x_e^2}\right)\cos\eta\pi\frac{x_w}{x_e}\cos\eta\pi\frac{x}{x_e}\right]\cdot$$

$$\frac{1}{y_e}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\frac{\eta^2\pi^2\eta_y t}{y_e^2}\right)\cos\eta\pi\frac{y_w}{y_e}\cos\eta\pi\frac{y}{y_e}\right] \qquad (12\text{-}69)$$

Aplicando la ecuación (14) para obtener la caída de presión, y considerando el flujo por unidad de longitud constante.

El flujo total será:

$$q_w = qh \tag{12-70}$$

Definiendo las siguientes variables adimensionales:

$$x_D = \frac{x}{x_e} \quad y \quad y_D \frac{y}{y_e} \tag{12-71}$$

$$t_{DA} = \frac{kt}{\phi\mu c(x_e, y_e)} \tag{12-72}$$

$$p_D(x_D, y_D, t_{DA}) = \frac{2\pi kh}{q_w\mu}\Delta p(x, y, z, t) \tag{12-73}$$

$$p_D(x_D, y_D, t_{DA}) = \int_0^{t_{DA}} 2\pi\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\eta^2\pi^2\frac{y_e}{x_e}\tau\right)\cdot\cos(\eta\pi x_{wD})\cos(\eta\pi x_D)\right]\cdot$$

$$\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\eta^2\pi^2\frac{x_e}{y_e}\tau\right)\cdot\cos(\eta\pi y_{wD})\cos(\eta\pi y_D)\right]d\tau \tag{12-74}$$

Ventajas:

(i) Se pueden obtener formas limitantes asintóticas de la caída de presión usando la ecuación (12-74) y la Tabla 3.

(ii) Evaluación numérica más fácil y eficiente.

Esta función es para un yacimiento anisotrópico y se usa para obtener la solución en el pozo. Supondremos más tarde que el yacimiento es isotrópico.

Esta solución puede ser escrita usando los siguientes parámetros:

$$p_D = a_1 \frac{kh\,\Delta p}{qB\mu} \tag{12-118}$$

$$t_D = a_2 \frac{k\,\Delta t}{\phi\mu c_t l^2} \tag{12-119}$$

Donde, **a_1** y **a_2** son constantes de conversión.

Luego:

$$e_{D3} = \frac{zw}{h};\ l_{D3} = \frac{l}{h};\ y_D = \frac{y}{l};\ x_{WD} = \frac{r_w}{l} \tag{12-120}$$

Entonces, la solución **p_D** es una función de los siguientes parámetros:

$p_D = p_D\,(t_D, y_D, e_{D3}, l_{D3}, x_{WD})$

por simetría de flujo

$e_{D3} \geq 0.5$ y **$y_D \geq 0$**

y puede ser expresada por:

$$p_D(t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\int_0^{t_D} \exp\left(\frac{-x_{WD}^2/4\tau_D}{\sqrt{\tau_D}}\right).\left(\operatorname{erf}\frac{1+y_D}{2\sqrt{\tau_D}} + \operatorname{erf}\frac{1-y_D}{2\sqrt{\tau_D}}\right)$$

$$.\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-n^2\pi^2 l_{D3}\tau_D\right).\cos^2\left(n\pi e_{D3}\right)\right]d\tau \tag{12-121}$$

TIPOS DE FLUJO

Todas las curvas en papel semilog presentan una característica común: dos líneas rectas separadas por una parte de transición.

A tiempos pequeños la presión es dada por:

$$p_D = \frac{1}{2l_{D3}} \cdot \left\{ -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{x_{WD}^2}{4t_D} \right) \right\} \qquad (12\text{-}122)$$

y puede ser aproximada por:

$$p_D = \frac{1}{4l_{D3}} \left[\ln\left(\frac{t_D}{x_{WD}^2} \right) + 0.809 \right] \quad \text{para} \quad \frac{x_{WD}^2}{4t_D} \langle \ 10^{-2} \qquad (12\text{-}123)$$

Un gráfico de $\mathbf{p_D}$ vs **log** $\mathbf{t_D}$ produce una línea recta de pendiente m= 1.15/2$\mathbf{l_{D3}}$.
Flujo radial vertical perpendicular al eje del pozo (Figuras 12.15 -12.15A)

Para $\mathbf{y_D = 1}$**,** el flujo nunca es radial circular.

$$p_D = \frac{1}{2l_{D3}} \left[-\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{x_{WD}^2}{4t_D} \right) \right] \qquad (12\text{-}124)$$

$$p_D \cong \frac{1}{8l_{D3}} \left[\ln\left(\frac{t_D}{x_{WD}^2} \right) + 0.809 \right] \quad \text{para} \quad \frac{x_{WD}^2}{4t_D} \leq 10^{-2} \qquad (12\text{-}125)$$

por lo tanto para $\mathbf{y_D=1}$**,** se obtiene una pendiente que es la mitad de la pendiente observada para otros valores de $\mathbf{y_D}$.

El flujo radial vertical desaparece cuando:

- El efecto del límite más cercano del yacimiento afecta la prueba. En este caso el flujo vertical cesa cuando:

$$t_D \cong 0.32 \left[\left(l - ll_{D3} \right) / l_{D3} \right]^2 \qquad (12\text{-}126)$$

- O cuando los extremos del pozo se hacen notables. Estos efectos se producen cuando:

$$t_D \cong (1 - y_D)^2/6 \qquad \text{para} \qquad (y_D \neq 1) \qquad (12\text{-}127)$$

Durante la transición; cuando **t_D** se incrementa, la curva real se desvía de la primera línea recta:

- para efecto de limite de yacimiento se desvía hacia arriba
- para efecto de extremo del pozo se desvía hacia abajo.

Luego del periodo de transición, las superficies equipotenciales de presión se vuelven mas complejas, mientras mas distantes del pozo, mas se asemejan a superficies cilíndricas; para un cierto tiempo y a partir de una cierta distancia todas las superficies equipotenciales de presión son cilindros y se obtiene flujo radial circular en el plano horizontal. Este periodo se denomina flujo pseudoradial y la presión adimensional que describe el flujo viene dada por:

$$p_D(t_D) = 0.5 (\ln t_D + \alpha) \qquad (12\text{-}128)$$

donde α es un efecto skin geométrico.

El flujo pseudo-radial comienza en el rango **$0.8 < t_D < 3$** (Figura 15.15)

Efecto de Y_D = Y/L

Cuando y_D se incrementa:

* Los efectos de extremo ("end effect") aparecen mas temprano y la caída de presión es mas baja o menor.

* El tiempo para el cual los efectos de límite aparecen, permanece constante.

* El flujo pseudo-radial comienza ligeramente mas tarde (desde **t_D=0.8** hasta **t_D=3**)

La solución de "flujo uniforme" con $\mathbf{y_D = 0.7}$ permite en la mayoría de los casos simular apropiadamente la conductividad infinita del pozo.

Efecto de $\mathbf{e_D^3 = z_w/h}$

* A medida que la posición del pozo horizontal esta mas afuera del centro la duración del periodo inicial de flujo radial se reduce.

* El comienzo del flujo pseudo radial es poco sensitivo al valor de $\mathbf{e_D3}$, casi permanece constante aproximadamente $\mathbf{t_D = 1.9}$

* Para $\mathbf{e_D^3 = 0.995}$ la curva es idéntica para los otros valores de $\mathbf{e_D^3}$**,** para $\mathbf{t_D < 2x10^{-6}}$**.**

* Para $\mathbf{e_D^3 = 0.995}$ se obtiene en papel semilog, para $\mathbf{t_D > 2x10^{-6}}$, una línea recta de pendiente $\mathbf{1.15/l_D^3}$**,** doble de la pendiente para flujo radial; este caso es análogo a un pozo vertical cerca de una falla.

Aplicando el método de imágenes

$$p_D = \left\{ -\frac{1}{4l_{D3}} E_i\left(-\frac{x_{WD}^2}{4t_D} \right) + E_i\left[-\frac{(1-e_{D3})^2}{l_{D3}^2 t_D} \right] \right\} \qquad (12\text{-}129)$$

que puede ser aproximada por:

$$p_D = \frac{1}{2l_{D3}} \left\{ \ln \frac{t_D}{x_{WD}^2} + 0.809 + \ln \frac{l_{D3} x_{WD}}{2(1-e_{D3})} \right\} \qquad (12\text{-}130)$$

Esta ecuación representa la ecuación de una recta semilog de pendiente $\mathbf{1.15/l_D3}$

Efecto de $\mathbf{l_D^3}$

La longitud relativa del pozo al espesor del yacimiento ($\mathbf{2l_D3}$) tiene una influencia durante el flujo radial vertical, la pendiente es $\mathbf{1.15/2l_D3}$

Este parámetro no tiene influencia sobre el flujo pseudo radial la pendiente es 1.15, y el tiempo para comenzar el flujo pseudo radial no es muy influenciado por $\mathbf{l_D3}$.

POZO CON SKIN, SIN WELLBORE STORAGE, YACIMIENTO INFINITO.

$$\Delta p_{skin} = \frac{qB\mu}{2k.2l} S \qquad (12\text{-}131)$$

$$p_D = p_{D\,(S=0)} + \frac{1}{2l_{D3}} S \qquad (12\text{-}132)$$

La otra forma de incluir el skin es mediante el concepto de radio equivalente, que consiste en reemplazar el radio real del pozo $\mathbf{r_{ws}}$ y el skin **s** por un radio equivalente $\mathbf{r'_w = r_w e^{-S}}$

POZO CON WELLBORE STORAGE Y SIN SKIN.

Si definimos un efecto de llene equivalente para un pozo horizontal, C_{De}:

$$C_{De} = a_3 \frac{C}{{r_W}^2 2l\,\phi\, c_t} \qquad (12\text{-}133)$$

El efecto de llene se incorpora a la solución analítica, usando un procedimiento numérico desarrollado por Cinco et al[3]. La fig. 18 presenta un gráfico semilog que demuestra que el efecto de llene afecta principalmente el flujo radial vertical, por lo tanto el efecto de llene tiene influencia cuando el pozo horizontal se comporta como un pozo vertical en un yacimiento de espesor 2l.

POZO CON EFECTO DE LLENE Y EFECTO SKIN.

Esta solución general fue obtenida usando la solución analítica e introduciendo el efecto skin mediante el concepto de radio equivalente y el efecto de llene mediante la aplicación del simulador de Cinco et al[3].

Se obtuvieron algunas diferencias para valores de skin bastante negativos (S=-3) y valores de C_D muy pequeños. Para todos los otros casos la solución compara en forma excelente durante el periodo de flujo radial vertical era la solución de Agarwal et al[12]. para pozos verticales con efecto de llene y skin.

ANÁLISIS:

Primera línea recta semilog:

La Figura 12.19 es un gráfico log-log para valores de skin iguales a **S =- 3, 0 y 5.**

La Figura 12.20 muestra que la primera línea recta semilog casi desaparece debido al efecto de llene.

El análisis semilog solo será posible para pozos con altos valores negativos de skin y para valores pequeños de efecto de llene.

Segunda línea recta semi-log:

La Figura 12.19 muestra que el periodo de flujo pseudo radial nunca es afectado por el efecto de llene.

Como conclusión: para todos los casos reales el periodo de flujo pseudo radial puede ser observado para valores de $\mathbf{t_D}$ comprendidos entre 1.5 y 2.0

INTERPRETACIÓN DE PRUEBAS DE POZOS HORIZONTALES.

Aunque Davian et al[11]., dan varios criterios de tiempo para determinar la posición de las dos líneas rectas en papel semi - log, ellos recomiendan un procedimiento general basado en un método de ensayo y error para:

1. Generar una curva tipo con la solución dada en el apéndice 1 (ecuación)

2. Variar los parámetros incógnitas hasta obtener un ajuste con los valores experimentados.

ANÁLISIS SEMILOG, FLUJO RADIAL VERTICAL.

Suponiendo que el efecto de llene deje desarrollar o no sea tan grande que enmascare la primera línea recta semilog, combinando las ecuaciones (12-123) y (12-132) se obtiene:

$$p_i - p_{wf}(t) = \frac{qB\mu}{4k2l}\left(\ln\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2} + 0.809 + 2S'\right) \qquad (12\text{-}134)$$

de donde $k = -\dfrac{b_1 qB\mu}{m2l}$

$$S = 115\left(\frac{p_{1hr} - p_i}{m} - \log\frac{k}{\phi\mu c_t r_w^2} + b^2\right) \qquad (12\text{-}135)$$

b_1 y b_2 son constantes de conversión de unidades.

FLUJO PSEUDO RADIAL

Si la prueba es suficientemente grande y si los efectos de límites no son observables o detectados:

$$p_i - p_{wf(t)} = \frac{qB\mu}{4\pi k 2l}\left(\ln\frac{kt}{\phi\mu c_t r_w^2} + 0.809 + 2S'\right) \qquad (12\text{-}134)$$

Con:

$$S' = \left(\frac{h}{2l}\right)S + Sg \qquad (12\text{-}136)$$

donde **Sg** es el factor de daño geométrico obtenido cuando un pozo horizontal es sustituido por un pozo vertical. **Sg** es negativo y viene dado por:

$$Sg = \ln\left[\frac{2x_{WD}}{\left(2\pi x_{WD} l_{D3}\right)^{1/2\, lD3}}\right] \qquad (12\text{-}137)$$

Esta fórmula es menos precisa cuanto mas excéntrico esté el pozo horizontal.

En este período podemos determinar:

1. el valor de **kh** o **k**, donde **k** es la permeabilidad horizontal gobernando el flujo pseudo-radial.

2. el valor de S' , donde podemos obtener el valor de **S** mediante la aplicación de la ecuación (12-136). El valor de **Sg** se obtiene mediante la aplicación de la ecuación (12-137).

POZO HORIZONTAL EN UN YACIMIENTO HOMOGÉNEO CON LÍMITES IMPERMEABLES.

1. Consideremos efecto de llene igual a cero y skin igual a cero.
2. La posición del pozo horizontal en el yacimiento se supone limitado por límites rectangulares impermeables tal como se muestra en la Figura 12. 21
3. Se definen cuatro parámetros adicionales.

$$l_{D1} = \frac{1}{xe};\ \ l_{D2} = \frac{1}{ye};\ \ e_{D1} = \frac{xw}{xe};\ \ e_{D2} = \frac{yw}{ye}$$

4. La presión para flujo uniforme vendrá dada por

$$p_D = p_D\ (t_D, y_D, l_{D1}, l_{D2}, l_{D3}, e_{D1}, e_{D2}, e_{D3}, x_{WD}) \qquad (12\text{-}138)$$

por razón de simetría **$e_{Di} > 0.5$, $i = 1, 2, 3$**

La solución viene dada por: (Apéndice 2, Daviau et al[11].) (Figura 12.22).

$y_e = 2l$

$h = x_e$

$e_{D1} = e_{D2} = e_{D3} = 0.5$

A tiempos pequeños la solución se comporta como en el caso de un yacimiento infinito debido a que los límites aun no se han detectado, y se observa el flujo vertical infinito, luego de un periodo de transición, se observa el periodo de flujo pseudo radial, este puede no existir, como en el caso de la configuración No. 1 de la tabla 5 de Davian et al[11]. **($y_D = 0$, o $y_D = \pm 0.7$, $e_{D3} = 0.75$, $l_{D3} = 2.5$, $C_D = 0,5 = 0$, $e_{D1} = 0.5$, $e_{D2} = 0.5$, $l_{D1} = l_{D2} = 0.2$, $x_{WD} = 0.0004$)**, posteriormente existe una transición de flujo pseudo radial al flujo semicontinuo y luego se desarrolla el flujo semicontinuo, para el cual se cumple:

$$\frac{dp_D}{dt_D} = 2l_{D1}l_{D2}; \qquad \text{o} \quad \frac{\mathrm{dp}}{\mathrm{dt}} = constante = -\frac{qB}{x_e y_e h\phi c_t} \qquad (12\text{-}139)$$

Daviau et al[11]. Graficaron varios casos de combinación de valores de parámetros en la solución analítica, con el objeto de determinar el final del flujo pseudoradial (variando los valores de $\mathbf{l_{D1}}$, $\mathbf{l_{D2}}$, $\mathbf{e_{D1}}$, $\mathbf{e_{D2}}$ **e** $\mathbf{y_D}$).

Se obtuvo el siguiente resultado:

($\mathbf{t_{D0}}$ esta asociado no a **l**, sino a la distancia del centro del pozo horizontal al límite mas cercano.

$$t_{D0} = \left(\frac{l_{D1}}{1-e_{D1}}\right) t_D \qquad \text{o} \quad t_{D0} = \left(\frac{l_{D2}}{1-e_{D2}}\right)^2 t_D \qquad (12\text{-}140)$$

para $\mathbf{e_{D1} \geq 0.5}$, $\mathbf{e_{D2} \geq 0.5}$

Se encontró que $\mathbf{0.3 \leq t_{D0} \leq 0.5}$ para todos los casos estudiados.

Por ejemplo tomando $\mathbf{t_{D0} = 0.4}$ se obtuvieron para las configuraciones Nos. 1 y 2 de la Tabla 5, los siguientes valores de tiempo adimensional para el final del flujo pseudo radial: $\mathbf{t_{D1} = 2.5}$ **y** $\mathbf{t_{D2} = 14.3}$.

POZO HORIZONTAL EN UN YACIMIENTO HOMOGÉNEO CON LÍMITES A PRESIÓN CONSTANTE:

Mediante un procedimiento análogo al caso de un pozo horizontal limitado por limites impermeables Daviau et al[11]., presentaron la solución en su Apéndice 5. Una representación gráfica aparece en la fig. 23. Los criterios para análisis del final del flujo pseudo radial permanecen válidos. En este caso para valores muy grandes de tiempo de flujo se obtiene flujo continuo.

MÉTODO DE GOODE Y THAMBYNAYAGAM[13] PRESENTARON UNA SOLUCIÓN ANALÍTICA PARA DESCRIBIR LA RESPUESTA DE PRESIÓN DURANTE EL DRAWDOWN Y BUILDUP DE POZOS HORIZONTALES.

La técnica matemática de análisis consistió en resolver la ecuación de difusividad en tres dimensiones, conjuntamente con las condiciones iniciales y de contorno usando la aplicación sucesiva de la transformada de Laplace y la transformada finita de Fourier para determinar la solución analítica.

Presentaron soluciones simplificadas para describir para tiempos pequeños, intermedios y grandes, los cuales presentan una línea recta cuando la presión se gráfica contra tiempo.
Los resultados se validaron comparando los resultados con un simulador numérico en diferencias finitas y con una solución analítica para un caso especial de comportamiento.
Se presentan métodos de análisis tanto para drawdown como para buildup.
Los métodos desarrollados permiten determinar propiedades petrofísicas del yacimiento tales como permeabilidad, efecto skin y distancia a los límites. Se determinaron también los tiempos de comienzo y/o finalización de los diversos períodos de flujo investigados.
Se presenta dos ejemplos de aplicación práctica que ilustran el método de análisis e interpretación. (Ver anexo)

BASES MATEMÁTICAS DEL MÉTODO.

Suposiciones:

1. La presión inicial en el yacimiento es constante.
2. El yacimiento se supone semi-infinito en la dirección **"**y",
3. Como primera aproximación el pozo horizontal es reemplazado por una banda angosta de espesor (**Lzb - Lza**) y longitud (**Lxe - Lxd**). Luego esta condición de

contorno en el pozo será removida y la configuración inicial del pozo horizontal será restituida.

4. El límite superior e inferior del yacimiento se suponen que son impermeables.

5. Igualmente los extremos laterales son límites de no flujo.

SOLUCIÓN AL PROBLEMA.

La ecuación a resolver es:

$$\frac{\phi\mu c_t}{ky}\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k_x}{k_y}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{k_z}{k_y}\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \qquad (12\text{-}141)$$

Sujeto a las condiciones

1. p = p_i para t = 0 $\forall$ x, y y z (2a)

2. p = p_i cuando y $\Rightarrow \infty$ $\forall$ x, z y t (2b)

3. lim (Lzb-Lza) (Lxe-Lxd)

   y $\Rightarrow$ 0

$$\begin{Bmatrix} \\ o \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} o \\ o \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} o \\ o \end{Bmatrix} - \frac{qM}{2k_y} \quad \begin{matrix} 0 \le z < L_{xa} & 0 \le z < L_{xd} & t < to \\ L_{za} \le z \le L_{zb} & L_{xd} \le x \le L_{xl} & \\ L_{zb} < z \le hz & Lxl < x \le hx & t > to \end{matrix}$$

Variables adimensionales:

$$p_D = \frac{7.08x10^{-3} k_y \left(L_{xl} - L_{xd}\right)\Delta p}{q\mu B_o} \qquad (12\text{-}142)$$

$$t_D = \frac{2.64x10^{-4} k_y t}{\phi\mu c_t \left(L_{zb} - L_{za}\right)^2} \qquad (12\text{-}143)$$

$$v_x = \frac{(L_{zb} - L_{za})}{h_x}\sqrt{\frac{k_x}{k_y}} \quad , \quad v_2 = \frac{(L_{zb} - L_{za})}{h_z}\sqrt{\frac{k_Z}{k_y}} \qquad (12\text{-}144)$$

$$x_D = \frac{x}{h_x}; \quad y_D = \frac{y}{(L_{zb} - L_{za})} \quad y \quad z_D = \frac{z}{h_Z} \qquad (12\text{-}145)$$

El procedimiento matemático para obtener la solución a este problema, consiste en la aplicación sucesiva de la transformada finita de Fourier con referencia a la coordenada **x** y a las condiciones de contorno y luego con referencia a la coordenada **z** y finalmente con referencia a la transformación de Laplace.

Para prueba de flujo ("drawdown"): [13]

$$p_i - p_{Wf} = \frac{282.4 q\mu B_o r_w'}{h_x h_z h_y}\left[\sqrt{pt_{DA}} + \frac{hx^2}{\pi^2 n_X}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\bullet \operatorname{erf}\left(v_X \pi n \sqrt{t_D}\right) X_n^2\right.$$
$$\left. + \frac{h_X h_Z}{L_w v_Z \pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\bullet \operatorname{erf}\left(v_Z \pi m \sqrt{t_D}\right) X_m \cos\left(mpz_e\right) + \frac{h_Z h_X \sqrt{k_y / k_z}}{2 r_W L_W} Sm \right] \qquad (12\text{-}146)$$

Para prueba de restauración de presión ("buildup"):

$$P_i - p_{wf} = \frac{282.4 q\mu B_o r_W^{¢}}{h_w h_z h_y}\left\{ \sqrt{p}\left(\sqrt{t_D} - \sqrt{Dt_D}\right) + \frac{h_X^2}{p^2 v_X}\bullet\left[\operatorname{erf}\left(v_X pn\sqrt{t_D}\right) - \operatorname{erf}\left(v_X pn\sqrt{Dt_D}\right)\right]\right.$$

$$X_n^2 + \frac{h_x h_Z}{L_w v_Z \pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}\bullet\left[\operatorname{erf}\left(v_X pn\sqrt{t_D}\right) - \operatorname{erf}\left(v_X \pi n\sqrt{Dt_D}\right)\right] X_n^2 + \frac{h_x h_Z}{L_w v_Z \pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{m}$$

PhD. Douglas Alvarado

$$\left[\operatorname{erf}\left(v_Z\pi m\sqrt{t_D}\right)-\operatorname{erf}\left(v_Z\pi m\sqrt{Dt_D}\right)\right]X_m\cos\left(mpz_e\right)\quad\Big\}\qquad(12-147)$$

.

donde:

$$X_n=\frac{1}{nL_W}\left[\operatorname{sen}\left(\frac{n\pi L_{xl}}{h_X}\right)-\operatorname{sen}\left(\frac{npL_{xd}}{h_X}\right)\right]\qquad(12-148)$$

$$X_m=\frac{1}{4mr_W{}'}\left\{\operatorname{sen}\left[\frac{m\pi}{h_Z}\left(h_S+2r_W{}^1\right)\right]-\operatorname{sen}\left[\frac{m\pi}{h_Z}\left(h_S-2r_W{}'\right)\right]\right\}\qquad(12-149)$$

$$z_e=\frac{1}{h_Z}\left(h_g+147r_W{}^1\right)\quad,\qquad t_D=\frac{0.000264k_yt}{\phi\mu c_tr_W{}'}\qquad(12-150)$$

$$v_X=\frac{r_W{}'}{h_x}\sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\quad,\qquad n_Z=\frac{r_W{}'}{h_Z}\sqrt{\frac{k_z}{k_y}}\qquad(12-151)$$

$$z_e=\frac{1}{h_Z}\left(h_g+147r_W{}^1\right)\quad,\qquad t_D=\frac{0.000264k_yt}{\phi\mu c_tr_W{}'}\qquad(12-150)$$

$$v_X=\frac{r_W{}'}{h_x}\sqrt{\frac{k_x}{k_y}}\quad,\qquad n_Z=\frac{r_W{}'}{h_Z}\sqrt{\frac{k_z}{k_y}}\qquad(12-151)$$

$$L_W=L_{xl}-L_{xd}\quad,\qquad r_W{}'=r_W\left(\frac{k_z}{k_y}\right)^{1/4}\qquad(12-152)$$

$$y\qquad Dt=t-t_o\qquad(12-153)$$

En la deducción de las ecuaciones (12-146) y (12-147) la aproximación de la banda-fuente ha sido removida mediante el uso de un radio efectivo igual a un cuarto del ancho de la banda, tal cual como fue sugerido por Prats.[14]

Esta sustitución puede ser escrita matemáticamente como:

$$\left(L_{Zb} - L_{Za}\right) = \quad 4r_W\left(\frac{k_z}{k_y}\right)^{1/4} \qquad (12\text{-}154)$$

Para determinar una solución al problema, la distribución de flujo sobre la banda se supone uniforme. Esto solamente es valido a tiempos cortos.

La condición de contorno correcta es la de presión uniforme a lo largo del pozo horizontal.

Haciendo analogía con las fracturas verticales y usando los resultados obtenidos por Gringarten et al. que demostraron que para una fractura vertical totalmente penetrada, si la presión es medida a una distancia de 0.866 de la longitud de la fractura desde un extremo, la solución de flujo uniforme provee la presión correcta para la solución de presión uniforme en la condición de contorno de pozo a tiempos grandes. Usando también resultados análogos de Strelsova-Adams para pozos con penetración parcial, que demostró que la presión promedia es una buena aproximación para la solución de presión uniforme, los autores por consiguiente obtienen a partir de la solución para flujo uniforme, una buena aproximación para la solución de flujo uniforme, midiendo la presión en:

$$Z = \frac{1}{h_Z}\left(h_S + 1.47 r_W{}'\right) \qquad (12\text{-}150)$$

integrando sobre **x** desde **x = L_{xd}** hasta **x = L_{xl}** y dividiendo por la longitud de la banda.

Presión de flujo (drawdown) para los periodos de flujo.

Tiempos pequeños: Flujo radial vertical alrededor del pozo.
La ecuación (12-146)) puede ser escrita:

$$p_i - p_{Wf} = \frac{162.6\phi\mu B_O}{\sqrt{k_z k_y L_w}}\left[\log\left(\frac{\sqrt{k_y k_z}\,t}{\phi\mu c_t r_w{}^2}\right) - 3.227 + 0.868Sm\right] \qquad (12\text{-}151)$$

Tiempos intermedios: Flujo lineal.

Como normalmente **Lw >> h**, se desarrolla un periodo de flujo lineal una vez que la presión transient alcance los limites superior e inferior

$$p_i - p_{wf} = \frac{8.128qB_O}{L_w h_z}\sqrt{\frac{\mu t}{k_y f c_t}} + \frac{1412qmB_O}{L_w\sqrt{k_y k_z}}\left(S_z + S_m\right) \qquad (12\text{-}152)$$

donde el pseudoskin S_z puede ser visualizado como un skin resultante de la penetración parcial en la dirección vertical,

$$S_z = \frac{0.0795hz}{r_W'}\left[\psi(h_1) + \psi(h_2) - \psi(h_3) - \psi(h_4)\right] \qquad (12\text{-}153)$$

Donde, $\Psi(\eta)$ es la función de Spence. (Figura 12.3)

$$\psi(h) = \sum_{m=1}^{\infty}\frac{sen(mh)}{m^2} = \int_O^h \ln\left[2sen\left(\frac{u}{z}\right)\right]du \qquad (12\text{-}154)$$

Con:

$$h_1 = \frac{0.52\pi r_w'}{h_z} \qquad h_2 = \frac{\pi}{h_z}\left(2h_s + 3.48r_w'\right)$$

$$h_3 = -\frac{3.48\pi r_w'}{h_z} \qquad h_4 = \frac{\pi}{h_z}\left(2h_S - 0.52r'_w\right) \qquad (12\text{-}155)$$

PhD. Douglas Alvarado

Tiempo tardío intermedio: 2do. Periodo de flujo radial (pseudo-radial) que se desarrolla en el plano x-y.

Para este caso la ec. (312-146) se reduce a:

$$p_i - p_{wf} = \frac{162.6\phi\mu B_o}{\sqrt{k_x k_y h_z}}\left[\log\frac{k_x t}{\phi\mu c_t L_w^{2}} - 2.023\right] + \frac{1412\phi\mu B_O}{L_w\sqrt{k_y k_z}}\left(S_z + S_m\right) \qquad (12\text{-}156)$$

Tiempo tardío***:*** La presión transitoria (transient) ha alcanzado los extremos laterales en la dirección **x**, produciendo un 2do. Flujo lineal ultimo (para el modelo considerado).

En este caso la ecuación. (12-146) se simplifica a:

$$p_i - p_{wf} = \frac{8.128q\mu B_o}{h_x h_z}\sqrt{\frac{\mu t}{k_y \phi c_t}} + \frac{1412\phi\mu B_o}{L_w\sqrt{k_y k_z}}\left(S_x + S_z + S_m\right) \qquad (12\text{-}157)$$

donde el término $\mathbf{S_x}$ es el pseudoskin en la dirección **x**, y viene dado por:

$$S_X = \frac{0.6366 h_X^{2} L_w}{h_z\sqrt{\frac{k_y}{k_x}}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Xi_n^2}{n} \qquad (12\text{-}158)$$

Tiempos aproximados para la definición de los periodos de flujo.

Tiempo para finalizar el 1er. periodo de flujo radial (tiempos pequeños).

$$t_{erf1} = \frac{190.0 h_s^{2.095} r_w^{-0.095}\phi\mu c_t}{k_z} \qquad (12\text{-}159)$$

El tiempo para finalizar el período de flujo lineal intermedio viene dado por

$$t_{elf1} = \frac{20.8\phi\mu c_t L_w^2}{k_x} \qquad (12\text{-}160)$$

si $\mathbf{t_{erf1}} > \mathbf{t_{elf1}}$ $\Rightarrow$ no existe el periodo de flujo lineal intermedio.

$$t_{brf2} = \frac{1230.0 L_w^2 \phi\mu c_t}{k_x} \qquad (12\text{-}161)$$

y para un yacimiento de ancho finito, termina en :

$$t_{erf2} = \frac{297.0\left(L_{xl} + L_{xd}\right)^{2.095} L_{xl}\phi\mu c_t}{k_x} \qquad (12\text{-}162)$$

Si $\mathbf{t_{elf1}} > \mathbf{t_{erf2}}$ $\Rightarrow$ entonces la longitud del pozo comparado a la distancia a los extremos del yacimiento es muy grande y el 2do. periodo de flujo radial (flujo pseudo radial) no se desarrolla.

Pruebas de restauración de presión (Pressure Buildup)

Caso 1: Yacimiento infinito; $\mathbf{h_x} \to \infty$

Caso 2: Yacimiento de ancho finito; $\mathbf{h_x}$ finito

Tiempos pequeños:

Caso 1: La ec. (12-147) para $\mathbf{h_x} \to \infty$ se reduce a

$$p_i - p_{Ws} = \frac{162.6 q\mu Bo}{\sqrt{k_z k_y} L_w}\left[\log\frac{t_o + \Delta t}{\Delta t} + \gamma_1\right] \qquad (12\text{-}163)$$

PhD. Douglas Alvarado

donde:

$$\gamma_1 = \frac{L_w}{h_z}\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\left[\log\left(\frac{k_x t}{\phi\mu c_t L_w^2}\right) - 2.023\right] - \log\ t$$

$$-\log 10\left(\frac{\sqrt{k_z k_y}}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 3.227 + 0.868 S_z \qquad (12\text{-}164)$$

Caso 2 : h_x finito

$$p_i - p_{Ws} = \frac{162.6 q\mu B_o}{\sqrt{k_y k_z} L_w}\left[\log\left(\frac{t_o + \Delta t}{\Delta t}\right) + \gamma_2\right] \qquad (12\text{-}165)$$

donde

$$\gamma_2 = \frac{0.05 L_w}{h_z h_x}\sqrt{\frac{k_z t}{\phi\mu c_t}} - \log\left(\frac{\sqrt{k_y k_z t}}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 3.227 + 0.868(S_x + S_Z)$$

(12-166)

Para este período sabiendo que $t = t_o + \Delta t$ y $\Delta t = t - t_o$

Si suponemos: $t_o >> \Delta t$ entonces $\log(t_o + \Delta t) \cong \log\ t_o = \gamma_1$ y γ_2 pueden ser considerados constantes y un gráfico de Δp vs. log $\left(\frac{t_o + \Delta t}{\Delta t}\right)$ produce una línea recta para las ecuaciones (12-163) y (12-165). La pendiente de la línea recta se define por la longitud del pozo y las permeabilidades efectivas isotrópicas en el plano y, z.

Tiempos Intermedios: 1er. Período de flujo lineal:

Caso 1: Yacimiento infinito, la ecuación (12-147) para $h_x \rightarrow \infty$ se reduce a

$$p_i - p_{ws} = \frac{8.128qBo}{h_z L_w}\sqrt{\frac{\mu \Delta t}{k_y \phi c_t}} + \gamma_3 \tag{12-167}$$

donde

$$\gamma_3 = \frac{162.6q\mu B_o}{h_z\sqrt{k_x k_y}}\left[\log\left(\frac{k_x t}{\phi \mu c_t L_w^2}\right) - 2.023\right] \tag{12-168}$$

Caso 2: Yacimiento de ancho finito

$$p_i - p_{ws} = \frac{8.128qB_o}{h_z L_w}\sqrt{\frac{\mu}{k_y \phi c_t}}\left(\sqrt{\Delta t} - \frac{L_w\sqrt{t}}{h_x}\right) + \frac{141.2q\mu B_o}{L_w\sqrt{k_y k_x}}S_x \tag{12-169}$$

Un gráfico de Δ**p** vs $\sqrt{\Delta t}$ en las ecuaciones (12-167) y (12-169) producirá una línea recta.

Tiempo intermedio tardío: 2do. Periodo de flujo radial.

Caso 1: para $\mathbf{h_x} \rightarrow \infty$ la ecuación (12-147) se reduce a:

$$p_i - p_{ws} = \frac{162.6q\mu B_o}{h_z\sqrt{k_x k_y}}\left[\log\left(\frac{t_o + \Delta t}{\Delta t}\right)\right] \tag{12-170}$$

El gráfico de Horner[19] se extrapola a la presión inicial y es independiente de las dimensiones del pozo.

Caso 2: La ec (12-147) se simplifica a:

$$p_i - p_{ws} = \frac{162.6qBB_o}{h_z\sqrt{k_x k_y}}\left[\log\frac{t_o + \Delta t}{\Delta t} + \gamma_4\right] \qquad (12\text{-}171)$$

donde

$$\gamma_4 = \frac{0.05}{h_x}\sqrt{\frac{k_x t}{\phi\mu c_t}} - \log\left(\frac{k_x t}{\phi\mu c_t}\right) + 2.023 + 0.868S_x \qquad (12\text{-}172)$$

Tiempos grandes: 2do. Periodo de flujo lineal

Caso 1: No existe

Caso 2: Yacimiento de ancho limitado, h_x finito

$$p_i - p_{ws} = \frac{8.128qB_o}{h_z h_x}\sqrt{\frac{\mu}{k_y \phi c_t}}\left(\sqrt{t} - \sqrt{\Delta t}\right) \qquad (12\text{-}173)$$

Un gráfico de **p** vs $\sqrt{t} - \sqrt{\Delta t}$ producirá una línea recta cuya extrapolación a fórmula $\sqrt{t} - \sqrt{\Delta t} = 0$ es $\mathbf{p_i}$, la presión inicial.

Efecto skin: Fórmulas.

Drawdown

Tiempos pequeños: 1er flujo radial vertical

$$S_m = 1.151\left[\frac{p_i - p_{wf}(1hr)}{m_1 r} - \log_{10}\left(\frac{\sqrt{k_y k_z}}{\phi\mu c_t r_w^2}\right) + 3.227\right] \qquad (12\text{-}174)$$

Tiempos intermedios: 1er flujo lineal

$$S_m = \frac{0.058}{h_z}\sqrt{\frac{k_z}{\phi\mu c_t}}\left(\frac{p_i - p_{wf}(o\ hr)}{m1l}\right) - S_z \qquad (12\text{-}175)$$

Tiempo intermedio tardío: el 2do. flujo lineal

$$S_m = \frac{1.151L_w}{h_z}\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\left[\frac{p_i - p_{wf}(1hr)}{m_{2r}} - \log\left(\frac{k_x}{\phi\mu c_t L_w^2}\right) + 2.023\right] - S_z \quad (12\text{-}176)$$

Tiempos grandes: 2do flujo lineal

$$S_m = \frac{0.058L_w}{h_z h_x}\sqrt{\frac{k_z}{\phi\mu c_t}}\left(\frac{p_i - p_{wf}(ohr)}{m_{2l}}\right) - (S_x + S_z) \quad (12\text{-}177)$$

"Buildup" Pruebas de Restauración de presión

Yacimiento infinito, $h_x \to \infty$

Tiempos pequeños:

$$S_m = 1.151\left[\frac{p_{wf}(1hr) - p_{wf}}{m_{1r}} - \log\sqrt{\frac{k_y k_z}{\phi\mu c_t r_w^2}} + 3.23\right] \quad (12\text{-}174)$$

Tiempos intermedios

$$S_m = \frac{0.058}{h_z}\sqrt{\frac{k_z}{\phi\mu c_t}}\left[\frac{p_{ws}(ohr) - p_{wf}}{m_{1l}}\right] - S_z \quad (12\text{-}175)$$

Tiempos tardío intermedio

$$S_m = \frac{1.151L_w}{h_z}\sqrt{\frac{k_z}{k_x}}\left[\frac{p_{ws}(1hr) - p_{wf}}{m_{2r}} - \log\frac{k_x}{\phi\mu c_t L_w^2} + 2.028\right] - S_z \quad (12\text{-}176)$$

Yacimiento de ancho finito, h_x finito

La presión de drawdown ha alcanzado los límites en la dirección x antes de cerrarlos.

Para tiempos pequeños, tiempos intermedios y tiempos tardío intermedios, las fórmulas de skin vienen dada por las ecuaciones (12-174), (12-175) y (12-176) respectivamente.

Tiempo grande: 2do flujo lineal

$$S_m = \frac{0.058L_w}{h_z h_x}\sqrt{\frac{k_z}{\phi\mu c_t}}\left(\frac{p_{ws}(0hr)-p_{wf}}{m_{2l}}\right)-\left(S_z+S_x\right) \qquad (12\text{-}177)$$

Regímenes de flujo de acuerdo a Goode y Thambynayagam[21]

Ejemplo de aplicación: dos ejemplos de aplicación en el trabajo de Goode y Thambynayagam. Ver páginas. 689-692

Método de Ozkan et al[17].

Ozkan et al[17]. Presentaron un modelo similar al desarrollado por Clonts y Ramey[1] y por Daviau et al[11]. O sea usando las funciones fuente y las funciones de Green[5] para genera una expresión matemática para la presión en el pozo horizontal.

El comportamiento de presión de pozos horizontales y de fracturas verticales totalmente penetradas se analiza en detalle.

La presión adimensional en el pozo para las dos condiciones de contorno clásicos de conductividad infinita y de flujo uniforme en el pozo horizontal, se determinan y se calculan.

Los resultados se presentan en forma de factores pseudoskin y de Curvas tipo.

Se presentan Curvas Tipo dobles, de presión y de derivada. La función derivada es nueva en la literatura petrolera y se denomina, gráfico normalizado de presión.

Formulación del problema

El modelo matemático es idéntico al discutido por Daviau et al[11]. y Clonts y Reamey[1], excepto que las variables adimensionales se definen en forma diferente.

La distribución de presión en el yacimiento esta dada por la siguiente ecuación:

$$p_D(x_D, y_D, z_D, z_{WD}, L_D, t_D) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\int_0^{t_D}\left[\operatorname{erf}\frac{(1+x_D)}{2\sqrt{\tau}} + \operatorname{erf}\frac{(1-x_D)}{2\sqrt{\tau}}\right]\left[\exp\left(-\frac{y_D^2}{4\tau}\right)\right]$$

$$\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-\eta^2\pi^2 L_D{}^2\tau\right)\cos\eta\pi z_{WD}\right]\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \qquad (12\text{-}178)$$

Donde $\mathbf{p_D}$ es la presión en cualquier punto en el yacimiento y $\mathbf{t_D}$ es el tiempo adimensional basado en la mitad de la longitud del pozo L/2.

$$p_D = (z_D, y_D, x_D, z_{WD}, L_D, t_D) = \frac{kh}{141.2qB\mu}\left[p_i - p(x, y, z, z_w, L, t)\right] \qquad (12\text{-}179)$$

y

$$t_D = \frac{0.001055kt}{\phi\mu c_t L^2} \qquad (12\text{-}180)$$

Las distancias adimensionales $\mathbf{X_D}$ e $\mathbf{y_D}$ están basadas en la mitad de la longitud del pozo y $\mathbf{Z_D}$ esta basada en el espesor del estrato.

El centro del pozo tiene coordenadas (O, O, Z_W).

$$x_D = \frac{2x}{L} \quad , \quad y_D = \frac{2y}{L} \quad , \quad y \quad z_D = \frac{z}{h} \qquad (12\text{-}181)$$

$\mathbf{L_D}$ = longitud del pozo adimensional

$$L_D = \frac{L}{2h}\sqrt{\frac{k_z}{k}} \qquad (12\text{-}182)$$

$\mathbf{L_D}$ incorpora la anisotropía de la formación. Si la formación es anisotrópica en la dirección **x-y,** entonces $k = \sqrt{k_x k_y}$.

Si la formación es isotrópica y $\mathbf{L_D}$ = 0.5 luego la superficie disponible para la producción de los fluidos es idéntica a la de un pozo vertical totalmente penetrado. Formas asintóticas de la ecuación (12-178).

Aproximación de tiempos pequeños.

$$p_D\left(\left|x_D\right| < 1, y_D, z_D, z_{WD}, L_D, t_D\right) = -\frac{1}{4L_D} E_i\left\{-\frac{\left[\left(z_D - z_{WD}\right)^2 / L_D{}^2\right] + y_D^2}{4t_D}\right\} \quad (12\text{-}184)$$

y

$$p_D\left(\left|x_D\right| = 1, y_D, z_D, z_{WD}, L_D, t_D\right) = -\frac{1}{8L_D} E_i\left\{-\frac{\left[\left(z_D - z_{WD}\right)^2 / L_D{}^2 + y_D^2\right]}{4t_D}\right\} \quad (12\text{-}185)$$

La duración para dichas ecuaciones son válidas en una función de **X_D, Z_D, Z_{WD} y L_D.**

La duración de este periodo de flujo, el flujo radial inicial, esta dado por:

$$t_D \le \min\begin{cases} \delta_D^2 / 20 \\ (z_D + z_{WD})^2 / 20L_D^2 \\ \left[\left(z_D + z_{WD}\right) - 2\right]^2 / \left(20L_D^2\right) \end{cases} \quad (12\text{-}186)$$

$$\text{Aqui} \quad \delta_D = 1 - x_D \quad \text{si} \quad \left|x_D\right| < 1 \quad (12\text{-}187)$$

$$\text{y} \quad \delta_D = 1 \quad \text{si} \quad \left|x_D\right| = 1$$

En forma adimensional, suponiendo $k = \sqrt{k_x k_y}$, la ecuación (12-184) puede ser escrita como:

$$\frac{\sqrt{k_y k_z}\left[p_i - p\left(\left|x\right| < L/2, y, z, z_w, t\right)\right]}{141.2qB\mu} = -\frac{1}{2} E_i\left[-\frac{y^2 k_z + (z - z_w)^2 k_y}{4(0.002637\sqrt{\eta_y \eta_z}\, t}\right] \quad (12\text{-}188)$$

donde

$$\eta_j = \frac{k_j}{\phi \mu c_t} \quad , \quad j = z \text{ o } y \quad (12\text{-}189)$$

PhD. Douglas Alvarado

A tiempos bastantes grandes la distribución de presión es la siguiente:

$$p_D(x_D, y_D, z_D, z_{WD}, L_D, t_D) = \frac{1}{2}(\ln\ t_D + 2.80907) + \sigma(x_D, y_D)$$
$$+F(x_D, y_D, z_D, z_{WD}, L_D) \qquad (12\text{-}190)$$

donde

$$\sigma(x_D, y_D) = 0.25\Big\{(x_D - 1)\ln\left[y_D^2 + (x_D - 1)^2\right] - (x_D + 1)\ln\left[y_D^2 + (x_D + 1)^2\right]$$
$$-2y_D \arctan\left[2y_D / \left(x_D^2 + y_D^2 - 1\right)\right]\Big\} \qquad (12\text{-}191)$$

y

$$F(x_D, y_D, z_D, z_{WD}, L_D) = \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi z_D \cos n\pi z_{WD} \int_{-1}^{+1} K_o\left(\bar{r}_D L_D n\pi\right) d\alpha \qquad (12\text{-}192)$$

Luego $\bar{r}_D = (x_D - \alpha)^2 + y_D{}^2$ (12-193)

K$_o$ (x) es la función de Bessel modificada de orden cero.

Si F = 0 entonces la ecuación (12-190) produce la distribución de presión debido a una fractura totalmente penetrada del flujo uniforme.

La ecuación (12-190) puede ser usada para describir la distribución de presión, cuando

$$t_D \geq \max\begin{cases} 100/(\pi L_D)^2 \\ 25\left[(x_D - 1)^2 + y_b^2\right] \\ 25\left[(x_D + 1)^2 + y_b^2\right] \end{cases} \qquad (12\text{-}194)$$

La ecuación (12-194) produce a tiempos muy grandes una línea recta semilog de pendiente 1.151 (periodo de flujo pseudo radial).

Si se conocen datos de presión en este periodo la permeabilidad de la formación **k** o si se considera anisotropia en el plano x-y, o $\sqrt{k_y k_z}$ puede ser determinada.

Si $\mathbf{K_2}$ pudiera ser conocida, y si del análisis del periodo inicial de flujo radial fuera determinada $\sqrt{k_y k_z}$, entonces podría obtenerse $\mathbf{k_x}$, $\mathbf{k_y}$ **y** $\mathbf{k_z}$.

La ecuación (12-190) permite obtener también una expresión para el pseudo-skin.

Computación de la respuesta del pozo:

La presión en el pozo fue calculada en el punto (x_D, r_{wD}) donde:

$$r_{wD}^2 = \frac{4r_w^2}{L^2} = \left(z - z_w\right)_D^2 \; / L_D^2 + y_D \qquad (12\text{-}195)$$

Para computar la respuesta de presión para el caso de flujo uniforme se supone $x_D = 0$.

De acuerdo a Ozkan et al[17]. La condición de contorno en el pozo de flujo uniforme no parece apropiada para analizar la respuesta de presión de pozos horizontales.

Para simular la condición de contorno en el pozo de conductividad infinita, X_D es evaluado a $X_D = 0.732$.

La justificación para usar este valor esta basado en el trabajo de Gringarten et al[4]. Quienes demostraron que la solución de flujo uniforme pueden ser usados para computar la respuesta de un pozo interceptado por una fractura vertical de conductividad infinita.

Expresiones analíticas para el factor Pseudoskin, S.

$$S = \sigma\left(x_D, y_D\right) - \sigma\left(x_D, o\right) + F\left(x_D, y_D, z_D, z_{wD}, L_D\right) \qquad (12\text{-}196)$$

Donde **F(X_D, Y_D, Z_D, Z_{WD}, L_D)** esta dado por la ecuación (12-192).

Para el rango de variables consideradas en este estudio

$0.1 \leq L_D \leq 100$

$10^{-4} \leq r_{WD} \leq 10^{-2}$ **F** puede determinarse de:

$0.0625 \leq Z_{WD} \leq 0.5$

$$F\left(x_D, y_D, z_D, z_{WD}, L_D\right) =$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{z}\int_o^{tDe}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left(-n^2\pi^2\tau L_D^2\right)\cos n\pi z_D \cos n\pi z_{wD}\right]$$

$$\left[\operatorname{erf}\frac{(1+x_D)}{2\sqrt{\tau}} + \operatorname{erf}\frac{(1-x_D)}{2\sqrt{\tau}}\right]\exp\left(\frac{-y_D{}^2}{4\tau}\right)\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \qquad (12\text{-}197)$$

donde: $t_{De} = \dfrac{100}{\left(\pi L_D\right)^2}$

ANÁLISIS USANDO LA DERIVADA.

Método de Chow[18]

Ejemplo con la Integral Exponencial.:

1. Se grafica $\dfrac{\Delta p}{\dfrac{2\partial(\Delta p)}{\partial \ln t}}$ como función de tiempo

$$p_D = (r_D, t_D) = -\frac{1}{2}\ E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) \qquad (12-198)$$

si $\dfrac{\partial p_D}{\partial \ln t_D} = \dfrac{1}{2}\ \exp\left[-\dfrac{r_D^2}{4t_D}\right]$ (12 - 199)

se obtiene

$$\frac{p_D(r_D, t_D)}{2(\partial p_D / \partial \ln t_D)} = \frac{1}{2}\exp\left(\frac{r_D^2}{4t_D}\right)\quad E_i\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) \qquad (12-200)$$

para tiempos grandes $\mathbf{r_D^2/4t_D < 0.01}$

para

$$r_D^2 / 4t_D < 0.01 \begin{cases} \exp\left[r_D^2 / 4t_D\right] & \rightarrow \; 1 \\ -E_i\left(\dfrac{r_D^2}{4t_D}\right) & \rightarrow \; \ln\dfrac{t_D}{r_D{}^2} + 0.81 \end{cases}$$

entonces $$\frac{p_D(r_D, t_D)}{2(\partial\, p_D / \partial \ln t_D)} \approx p_D(r_D, t_D) = \frac{1}{2}\left(\ln\frac{t_D}{r_D^2} + 0.8091\right) \qquad (12\text{-}201)$$

Si una línea recta semilog existe, un gráfico de $\dfrac{\Delta p}{2\partial \Delta p / \ln t}$ vs. log t debe ser una línea recta de pendiente igual a 1.151.

Se puede preparar una Curva Tipo basada en la ec. (12-200) y usarla para ajustarla a datos en la forma convencional; en este caso se debe graficar $\Delta p/(2\partial\Delta p/\partial \ln t)$ como función de tiempo. Si la línea recta no existe es posible determinar la difusividad hidráulica η, alineando los ejes verticales. Una vez determinada η, los datos de presión pueden ser usados para ajustar la respuesta del pozo para obtener kh y el producto $\phi c_t h$ puede ser determinado de los estimados de kh y η.

Resultados: Soluciones para conductividad infinita. Se supone:

$0.1 \leq L_D \leq 100$

$Z_{wD} = 0.5$

$r_{wD} = 10^{-4}$

Con referencia a la Figura 12. 2:

La curva en la parte inferior es la respuesta de un pozo totalmente penetrado por una fractura vertical.

2. La Figura 2 muestra que las soluciones para $L_D \geq 50$ son prácticamente indistinguibles de la solución para pozos con fractura vertical para $t_D \geq 2.3 \times 10^{-1}$; esto es a tiempos, grandes la distribución de presión de pozos horizontales de gran longitud es casi idéntica a la de un pozo vertical penetrado totalmente por una fractura.

- La línea punteada A-A, denota el final del período inicial de flujo.

El final de este periodo de flujo esta determinado por dos factores:

(i) El movimiento de los fluidos a través de los extremos del pozo horizontal ($|x_D = 1|$) puede distorsionar las líneas isopotenciales que son concéntricas con el eje del pozo. En este caso el final del periodo de flujo inicial es independiente de L_D (h grande y/o k_z pequeño).

(ii) Este periodo puede terminar si los limites superior y/o inferior influencian la respuesta del pozo, esto es en el caso de L_D grande (h pequeño y/o k_z grande).

- La línea marcada BB en la parte derecha de la Figura 12. 2 denota el comienzo del flujo pseudoradial. Los datos obtenidos después de esta línea pueden ser usados para determinar la permeabilidad de la formación y el factor skin mediante técnicas convencionales de análisis. Si $L_D \geq 0.25$ el comienzo de este periodo de flujo es independiente de L_D.

- Las conclusiones inmediatas son:

a. Si L_D es grande no será posible distinguir entre la solución para pozos horizontales y pozos con fracturas verticales. Para $L_D \geq 50$ las dos soluciones son indistinguibles.

b. Si L_D es pequeño la respuesta de presión es similar a la de un pozo vertical no fracturado. Si L_D es bastante pequeño el procedimiento de análisis de Curva Tipo es casi imposible.

3. La Figura 12.3 es un gráfico de $dp_{WD}/dlnt_D$ vs t_D. Note que el gráfico de la derivada tiene un valor igual a $0.25/L_D$ a tiempos pequeños (ecuación 12-184) y de 0.5 a tiempos grandes (ecuación 12-190). La letra X ($t_D = 4.13$) en la Figura 12.3 representa el tiempo de comienzo del flujo pseudoradial para pozos horizontales para $L_D \geq 0.25$. También representa el comienzo del flujo pseudoradial para pozos verticalmente fracturados. Este resultado implica que para $L_D \geq 0.25$, el espesor de la formación h y la razón k_z/k no afectan el comienzo de este periodo de flujo, de modo que L es la única variable que controla el comienzo del flujo pseudoradial. Si L_D es pequeño ($L_D < 0.25$) los límites superior e inferior controlan el tiempo de comienzo del flujo pseudoradial y así L_D (k_z y h) tienen influencia en el comienzo del flujo pseudoradial.

GRÁFICO NORMALIZADO DE PRESIÓN

La Figura 12.4 está compuesta de la respuesta de presión normalizada (línea continua) y la respuesta de presión (línea segmentada). A tiempos cortos las soluciones de presión normalizada por su derivada son idénticas, la influencia de L_D es despreciable. A medida que el tiempo se incrementa, la presión normalizada diverge y finalmente tiende a la curva p_{WD} apropiada. El circulo rodeando la letra X en la Fig. 4 refleja el final de período inicial de flujo radial para $L_D \leq 1$. Note que la presión normalizada es idénticamente igual a la respuesta de presión durante el periodo de flujo pseudoradial. De tal forma que podría utilizase el método de la Curva Tipo con el gráfico normalizado de presión, las líneas rectas semilog apropiado pueden ser identificadas.

El factor pseudoskin.

1. Para un valor fijo de r_{WD}, el factor pseudoskin se incrementa cuando L_D decrece.

2. Para un valor fijo de L_D, los factores pseudoskin decrecen cuando r_{wD} se incrementa.

Ozkan et al[17]. Presentaron correlaciones de la forma:

$$\log S = A' + B' \log L_D + C' (\log L_D)^2 \qquad (12\text{-}202)$$

Para: $0.1 \leq L_D \leq 100$ y para $0.1 \leq L_D \leq 2$

$0.125 \leq Z_{WD} \leq 0.5$ $0.0625 \leq Z_{wD} < 0.125$

Con $10^{-4} \leq r_{wD} \leq 10^{-2}$

Ozkan et al. Presentan el siguiente ejemplo de aplicación. La Tabla 7 presenta los datos del yacimiento y del pozo.

Tabla 7

Porosidad, ϕ, fracción	0.22
Espesor, h, pies	50
Compresibilidad del sistema, c_t, lpc^{-1}	6×10^{-5}
Factor volumétrico de Formación, B, BY/BN	1.01
Tasa de Flujo; q, BN/D	2000
Viscosidad, μ , cp	1
Radio del pozo, $r_{w,\ pies}$	0.33
Tiempo de producción, t, horas	500

ANÁLISIS DE PRUEBA DE PRESIONES PARA POZOS HORIZONTALES.

Según la teoría desarrollada por:

Kuchuk, F.J., Goode, P. A., Brice, B.W., Sherrard, D.W. y Thambynayagam, R.K.M[20].

La interpretación de pruebas de presiones en pozos horizontales es mucho más compleja que para pozos verticales debido a:

1. Considerable efecto de llene
2. La naturaleza de la geometría de flujo 3D y falta de simetría radial
3. Fuerte correlación entre ciertos parámetros
4. Variación zonal de permeabilidad
5. Distribución de lutitas

Lo cual complica el análisis e interpretación.

La mayoría de los pozos horizontales exhiben penetración parcial aún cuando estén perforados en toda su extensión.

Inicialmente las pruebas fueron analizadas con las técnicas desarrolladas para pozos verticales.

Durante la última década:

1. Nuevos regímenes de flujo han sido identificados
2. Ecuaciones simples y criterios de existencia han sido presentado para los períodos de flujo.

El uso de herramientas de presión de registro de producción para medir la tasa de flujo de fondo durante la prueba de presión se ha incrementado durante la última década. Con esta herramienta es posible analizar datos de Drawdown con el mismo nivel de confianza que una prueba de Buildup. Esto es de particular importancia para pozos horizontales, donde los datos a tiempos pequeños son los mas sensitivos a la permeabilidad vertical y al skin, si el efecto de llene es minimizado.

Recientemente, la combinación de registro de producción y cierre de fondo ha sido aplicada para adquirir datos de presión y de tasa de flujo confiables durante Drawdown y Buildup.

Solución:

Definamos el tiempo adimensional y la presión adimensional:

$$t_D = \frac{0.000264 k_h t}{\phi \mu c_t \quad L_w^2} \tag{12-203}$$

$$p_D = \frac{2\sqrt{k_h k_v} \quad L_w}{141.2 q B \mu} \; [\; p_i - p_{wf}(t) \;] \tag{12-204}$$

y los parámetros adimensionales :

$$h_D = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \frac{h}{L_w} \tag{12-205}$$

$$z_{wD} = \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} \frac{z_w}{L_w} \tag{12-206}$$

$$r_{wD} = \frac{r_w}{2L_w}\left(1+\sqrt{\frac{k_h}{k_v}}\right) \tag{12-207}$$

Definamos además:

$$z_{aD} = \frac{z_a}{L_w}\sqrt{\frac{k_z}{k_h}} \quad , \quad y \quad z_{bD} = \frac{z_b}{L_w}\sqrt{\frac{k_z}{k_h}} \tag{12-208}$$

Al escoger estas variables adimensionales el problema anisotrópico ha sido transformado en un problema isotrópico para el cual:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\partial p}{\partial t} \tag{12-209}$$

Las condiciones iniciales y de frontera para el problema son:

i. $p = 0$ a $t = 0$ $\forall$ z, y, z x, y, z

ii. $p = 0$ cuando $y \to \infty \; \forall \; x \; z \; y \; t \quad x, z, t$

iii. $\lim_{y \to 0} \dfrac{(z_b - z_a)}{\pi} \dfrac{\partial p}{\partial y} = \begin{cases} \begin{cases} 0 & 0 \le 2 < 2_a \\ 1 & z_a \le z \le z_b \\ 0 & z_b < z \le h \end{cases} \\ 0 & 1 < z < \infty \end{cases}$

iv. $\dfrac{\partial p}{\partial z} = 0$ a $z = 0$

v. $\dfrac{\partial p}{\partial z} = -\lambda p$ a $z = h$, y

vi. $\dfrac{\partial p}{\partial z} = 0$ a $z = 0$ cuando $z \to \infty$

En el dominio de tiempo la respuesta de presión adimensional para tasa de flujo constante (“Drawdown”) esta dada en forma conveniente como una integral de tiempo sobre la función instantánea de Green.

$$p_D(t_D) = 2\pi \int_0^{t_D} G_x(\tau)\; G_y(\tau)\; G\;(\tau) d\tau \qquad (12\text{-}210)$$

Donde:

$$G_x(\tau) = \operatorname{erf} \frac{1}{\sqrt{\tau}} + \sqrt{\frac{\tau}{\pi}} \left(\exp \frac{-1}{\tau} - 1 \right) \qquad (12\text{-}211)$$

$$G_y(\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} \qquad (12\text{-}212)$$

y

$$Gz(\tau) = \frac{2}{h_D}\left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \cos\frac{n\pi z_D}{h_D}\cos\frac{n\pi z_{wD}}{h_D}\exp\frac{-n^2\pi^2\tau}{h_D^2}\right] \quad (12\text{-}213)$$

para el caso de no-flujo en el borde superior, y

$$G_z(\tau) = \frac{2}{h_D}\sum_{n=1}^{\infty} \cos\frac{\left(n-\frac{1}{2}\right)\pi 2_D}{h_D}\cos\frac{\left(n-\frac{1}{2}\right)\pi z_{wD}}{h_D}\exp\frac{-\left(n-\frac{1}{2}\right)^2\pi^2\tau}{h_D^2} \quad (12\text{-}214)$$

para el caso de límite a presión constante.

En ambos casos para el caso de borde a presión constante, la presión se evalúa a $z_D = z_{wD} + r_{wD}$.

La solución en el dominio de Laplace mediante la aplicación de la transformada finita de Fourier del coseno para eliminar z, la transformada infinita de Fourrer para eliminar x y la transformada de Laplace para eliminar t.

Si definimos la función F (β):

$$F(\beta) = \int_0^{\infty} d\mu \frac{sen^2(u)}{u^2\sqrt{u^2+\beta}} \quad (12\text{-}215)$$

La transformada de Laplace de la solución está dada por:

$$\overline{p}_D(s) = \frac{4}{h_D^2}\left[\frac{1}{2}F(s) + \sum_{j=1}^{\infty} F(\xi_j)\cos\frac{j\pi z_D}{h_D}\cos\frac{j\pi z_{wD}}{h_D}\right] \quad (12\text{-}216)$$

donde

$\xi_j = s + (j\pi / h_D)^2$, para el caso de límite de no-flujo. (12-217)

y

$$\overline{p}_D(s) = \frac{4}{h_D^2}\sum_{j=1}^{\infty}\left[F(\xi_j)\cos\frac{\left(j-\frac{1}{2}\right)\pi z_D}{h_D}\cos\frac{\left(j-\frac{1}{2}\right)\pi z_{wD}}{h_D}\right] \quad (12\text{-}218)$$

donde:

$$\xi_j = s + \left[\left(j-\frac{1}{2}\right)\pi / h_D\right]^2 \text{ para el caso de presión constante en el límite} \quad (12\text{-}219)$$

De nuevo el valor de z_D debe ser evaluado a $z_{wD}+r_{wD}$

$p_D = p_D = (t_D, h_D, z_{wD}, r_{wD})$

Períodos de flujo para pozos horizontales

Referirse a las Figuras 12.1 y 12.2

PRIMER PERÍODO DE FLUJO RADIAL.

El primer patrón de flujo para pozos horizontales es elíptico -cilíndrico, después de un cierto tiempo este régimen de flujo se vuelve pseudoradial, como se encuentra en la Figura 12.2. Este período podría continuar hasta el efecto de límite mas cercano se detecte en el pozo. Este período de flujo puede no desarrollarse si la razón de anisotropía, k_H/k_V, es grande. El comportamiento de este régimen de flujo es análogo al comportamiento, a pequeños tiempos de flujo de pozos parcialmente penetrados.

La Tabla 1 muestra los valores de los parámetros para los ejemplos mostrados en la

Figura 3. Todos los ejemplos muestran el primer período de flujo radial en la curva de la derivada.

La pendiente esta dada por:

$$m_{r1} = \frac{162.6qB\mu}{2\sqrt{k_H k_V}\ L_w} \qquad (12\text{-}220)$$

y el skin es :

$$S = 1151\left[\frac{\Delta p_{1hora}}{m_{r1}} + 3.2275 + 2\ \ \log \tfrac{1}{2}\left(\sqrt[4]{\frac{k_H}{k_V}} + \sqrt[4]{\frac{k_V}{k_H}}\right) - \log\left(\frac{\sqrt{k_H k_V}}{\phi\mu c_t r_w^2}\right)\right] \qquad (12\text{-}221)$$

Al principio, la media geométrica de la permeabilidad, $\sqrt{k_H k_V}$, se requiere para calcular el skin . Sin embargo, como el término esta afectado por el logaritmo, su efecto en el cálculo del skin es pequeño.

La permeabilidad vertical puede ser obtenida del tiempo de desvío de la presión o de la derivada de presión de este régimen de flujo.

$$k_V = \frac{\phi\mu c_t}{0.000264\pi t_{snbe}} \min\ [\ z_w^2, (h-z)^2\ ] \qquad (12\text{-}222)$$

donde t_{snbe} es el tiempo donde se detecta el límite mas cercano , o

$$k_V = \frac{\phi\mu c_t}{0.000264\pi t_{sfbe}} \max\left[z_w^2, (h-z)^2\right] \qquad (12\text{-}223)$$

donde t_{sfbe} es el tiempo donde se detecta el límite mas lejano .

SEGUNDO PERÍODO DE FLUJO RADIAL

Este período es un flujo hemicilíndrico, como se muestra en la Figura 12.2, que sigue al primer período de flujo radial.

Este flujo puede ocurrir cuando el pozo no está en el centro de los topes o límites superior e inferior del pozo.

Algunas veces este es el período de flujo observado y no aparece el primer período de flujo radial.

La pendiente de este período de flujo es dos veces la pendiente del primer período de flujo radial.

$$m_{r2} = 2\ m_{r1} \qquad (12\text{-}224)$$

y

$$S = 2.302\left\{\frac{\Delta p_{1hora}}{m_{r2}} + 3.2275 + \log\left[\left(1+\sqrt{\frac{k_H}{k_V}}\right)\frac{z_w}{r_w}\right] - \log\left(\sqrt{\frac{k_H k_V}{\phi\mu c_t r_w^2}}\right)\right\} \qquad (12\text{-}225)$$

Régimen de flujo lineal a tiempo intermedio

Si el pozo horizontal es mucho mas largo que el espesor de la formación, este período puede desarrollarse después que los límites superior e inferior se hayan detectado en el pozo. Como se muestra en la Fig.3, la derivada para el ejemplo 4 exhibe flujo lineal por casi un ciclo logarítmico, debido a que el espesor de la formación es corto. (Ver Tabla 1, h =40 pies). La pendiente del gráfico lineal de p_{ws} vs $\sqrt{t}$ está dado por:

$$m_{\ell 1} = 8.128 qB / 2\ L_w h\sqrt{\frac{\mu}{k_H \phi c_t}} \qquad (12\text{-}226)$$

y el skin viene dado por :

$$S = \left(2\ L_w \sqrt{k_H k_V} / 1412qB\mu\right)\ \Delta p_{0horas} + 2.303$$

(12-227)

$$.\log\left[\frac{\pi r_w}{h}\left(1+\sqrt{\frac{k_V}{k_H}}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\pi z_w}{h}\right)\right]$$

donde Δp_{0horas} es el intercepto.

Note que si h_D , $\sqrt{k_V / k_H}\left(h / L_w\right)$ no es pequeño, el flujo lineal no se producirá.

TERCER FLUJO RADIAL INTERMEDIO.

Después que los efectos de límite superior e inferior hayan sido detectados en el pozo, un tercer flujo radial se desarrollará en el plano x-y. (Figura 12.2) Este régimen de flujo no existe para pozos con capas de gas o acuífero.

La pendiente de la línea recta semi log es:

$$m_{r3} = \frac{162.6qB\mu}{k_H h} \qquad (12\text{-}228)$$

y el skin es:

$$S = 2.303\sqrt{\frac{k_V}{k_H}}\frac{L_w}{h}\left[\frac{\Delta p_{1hora}}{m_{r3}} - \log\left(\frac{k_H}{\phi\mu c_t L_w^2}\right) + 2.5267\right] - S_z \qquad (12\text{-}229)$$

donde,

$$S_z = -2.303\log\left[\frac{\pi r_w}{h}\left(1+\sqrt{\frac{k_V}{k_H}}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{\pi z_w}{h}\right)\right]$$

$$-\sqrt{\frac{k_H}{k_V}}\frac{h}{L_w}\left(\frac{1}{3}-\frac{z_w}{h}+\frac{z_w^2}{h^2}\right) \qquad (12\text{-}230)$$

La ecuación (12-230) es solamente válida para $h_D<2.5$
Una expresión mas completa dada por Kuchuk[20] debe ser usada cuando $h_D \geq 2.5$.

El comienzo de este régimen de flujo puede ser escrito como

$$t_D \approx 20 \qquad (12\text{-}230)$$

donde:

$$t_D = \frac{0.000264\ k_H\ t}{\phi\mu c_t\ \ L_w^2} \qquad (12\text{-}231)$$

Para grandes valores de la razón de anisotropía, h_D puede volverse grande, y el comienzo de flujo radial puede ser mayor que el estimado con la ecuación (12-230).

Otros regímenes de flujo pueden ocurrir, dependiendo de los límites exteriores en las direcciones x e y y de la geometría del pozo.

Límite a presión constante

Si el tope o el fondo del límite se encuentran a presión constante, se alcanza flujo continuo ("steady-state pressure") en el pozo. El skin total puede ser expresado, como:

$$S = \left(\sqrt{k_H k_V} \;\; L_w \,/\, 374.4 q B \mu \right) \;\; \Delta p_{ss} - 2.303$$

$$.\log \left[\frac{8h}{\pi r_w^2 \left(1 + \sqrt{k_V / k_H} \right)} \cot\left(\frac{\pi z_w}{2h} \right) + \left(\frac{h - z_w}{L_w} \right) \sqrt{\frac{k_H}{k_V}} \right] \quad (12\text{-}232)$$

donde Δp_{ss} es la diferencia de presión entre la presión del pozo y la presión constante en el límite. El espesor de la formación puede ser estimado del tiempo t_{cbp} , para el cual la presión en el pozo se vuelve constante ,

$$h = 0.01 \sqrt{\frac{k_v t_{cbp}}{\phi \mu c_t}} \quad (12\text{-}233)$$

donde t_{cbp} es el tiempo para alcanzar el flujo continuo en el pozo. Alternativamente, si h es conocida, esta ecuación puede ser usada para estimar la permeabilidad vertical.

LISTA FIGURAS

Figura 1: Modelo de Clonsts y Ramey. Descripción Física.

Figura 2: Método de Newman del Producto para obtención de la función Instantánea Fuente.

Figura 3: p_{wD} vs t_D for a uniform flux drainhole in an infinite slab reservoir for.

Figura 4: p_{wD} vs t_D for a uniform flux drainhole in an infinite slab reservoir for x_D = 0 and r_{Ddh} = 0.005.

Figura 5: p_{wD} vs t_D for a uniform flux drainhole in an infinite slab reservoir for x_D = 0 and r_{Ddh} = 0.0005.

Figura 6: p_{wD} vs t_D for a uniform flux drainhole in an infinite slab reservoir for x_D = 0 and r_{Ddh} = 0.005.

Figura 7: Companison of drainhole solution and cinco solution for a 75^0 slanted Wellbore.

Figura 8: Physical representación of multiple drainhole system.

Figura 9: Newman production representation of multiple drainhole system.

Figura 10: Uniform flux drainhole pseudo skin factor vs dimensionless drainhole hall lenght for various r_{Ddh}.

Figura 11: Geometría de Modelo Odeh y Babu[9].

Figura 12: Respuesta Tipica de Presión de un Pozo Horizontal.

Figura 13: Gráficos diagnosticos de Pruebas de Presión en los Pozos Horizontales.

Figura 14: Pozo Horizontal en un yacimiento infinito.

Figura 15: Tipos de Flujo alrededor de un pozo Horizontal.

Figura 16: Efecto de $y_D = y/\ell$.

Figura 17: Efecto de $e_D^3 = zw/h$.

Figura 18: Efecto de llene en pozo vertical aplicado a pozo horizontales.

Figura 19: Periodo de Flujo Pseudo-Radial. Efecto de skin para S = 3,0,5.

Figura 20: Periodo de Flujo Pseudo-Radial. Efecto de llene.

Figura 21: Posición del pozo Horizontal en un yacimiento.

Figura 22: Solución Pozo Horizontales en un yacimineto homogéneo con límites impermiables.

Figura 23: Solución Davian et al[11]. Pozo Horizontal en un yacimiento homogéneo con límite de presión constante.

Figura 24: Función de Spence.

Figura 25: Regimenes de Flujo de acuerdo a Goode y Thambynayagan[13].

Figura 26: Gráfico de la derivada $dp_{wD}/ dlnt_D$ vs t_D

Figura 27: Gráfico de dp_{wD} vs t_D

REFERENCIAS

CAPITULO 12

1. Clonts, M.D. and Ramey, H.J.: "Pressure Transient Analysis for Wells with Horizontal Drainholes", SPE-15116 presented at the 56th California Regional Meeting Ockand, California, April 2-4, 1.986.

2. Newman, A.B.: "Heating and Cooling Rectangular and Cylindrical Solids", Ind and Eng. Chem. (1.936) Vol.28, 545.

3. Cinco-Ley, H.: "Unsteady-State Pressure Distribution Created by a Stanted Well or a Well with a Stanted Fractured', PhD Dissertation, Stanford U., (May-1.974).

4. Gringarten, A.C. and Ramey, H.J.: "The use of Souse and Green's Funtion in Soluing Unsteady-Flow Problems in Reservoir", SPE Jornal (Oct-1.973) 285-296.

5. Green

6. Lord Kelvin (Sir Willian Thomson): "Mat Use matical and physical Papers." Cambridge at the University Press (1.884) Vol. II, 41.

7. Nisle, R.G.: "The effect of Partial penetration on Pressure Buildup in Oil Wells", Trans, AIME (1.958) Vol. 213, 85-90.

8. Dirichlet

9. Odeh, A.S and Babu, D.K.:"Transient Flow Behavior of Horizontal Wells; Pressure Drawdown and Buildup Analysis", SPEFE (March-1.990); Trans, AIME, 289.

10. Carslaw, H.S. and Jaeger, J.C.: "Conduction of Heat in Solids", Oxford at the Clarendon Press (1.959) 361-7.

11. Davian, F., Mouroval, G., Boudarot, G., and Curuchet, P.: "Pressure Analysis for Horizontal Wells", SPE 14251 presented at the 1.985 SPE Annual Technical Conference and Exh., Las Vegas, Sep. 22-25.

12. Agarwall, et al.

13. Goode, P.A. and Thamby Nayagan, R.K.M.: "Pressure Drawdown and Buildup Analysis of Horizontals Wells in Anisotropic Media. Formation Evaluation". SPE (Dec. 1.987).

14. Prats

15. Strelsova Adams

16. Spence

17. Ozkan, E., Raghavan and Joshi, S.D.: "Horizontal Well Pressure Analysis", SPEFE (Dec. 1.989) 567; Trans., AIME, 287.

18. Chow, V.T.: "On the determination of Transmissibility and Storage Coefficients fron Punping Test Data " Trans. Am. Geophys (1.962) 397-404.

19. Horner, D.R.: "Pressure Buildup in Wells" Proc. Third World Pet. Cong., (1.961) II, 503-521.

20. Kuchuck, F.J., Goode, P.A. Brice, B.W., Sherrard, D.W., and THAMBYNAYAGAN, R.K.M.

21. Good, D.A. and THAMBYNAYAGAN, R.K.M.: "Pressure Dranwdown and Buildup Analysis of Horizontal Wells in Anisotropic Media Formation Evaluation" SPE (Dec. 1.987).

CAPÍTULO 13

1. CONSIDERACIONES TEORICAS

La mayoría de los yacimientos de petróleo y gas son estratificados en mayor o menor grado debido a los procesos de sedimentación que ocurre durante la génesis del yacimiento. Los yacimientos estratificados se componen de varias capas que pueden tener diferentes propiedades de la formación y de los fluidos contenidos en ella. Estos yacimientos se dividen usualmente en dos grupos: (1) Yacimientos estratificados sin flujo entre las capas (sistemas "ommingled"), donde los lentes se comunican entre si solo a través del pozo, y (2) Yacimientos estratificados ("crossflow"), donde los lentes se comunican a través de los planos de contacto en el yacimiento [4]. La estimación exacta de la permeabilidad, los factores de daño y la presión para cada lente son de gran importancia puesto que ayudan a entender el comportamiento del yacimiento. Por ejemplo, un agotamiento desbalanceado de las capas origina muchos problemas, tales como alta RGP en las capas de alta permeabilidad.

Las pruebas convencionales de restauración de presión en yacimientos lenticulares usualmente presentan "flujo cruzado "entre las capas, principalmente si éstas se comunican a través del pozo ("wellbore") y/o el contraste de permeabilidad entre las capas es grande. Los problemas de flujo cruzado ("crossflow") se vuelven más severos si la presión y/o el radio de drenaje de cada lente es diferente. Estos pueden continuar durante todo el tiempo de realización de la prueba y en muchos casos una línea recta semilog falsa puede ser observada al momento del análisis. En consecuencia, los datos de presión por si solos pueden enmascarar información acerca de flujo cruzado en el pozo o en la formación. Para diferencial entre los dos sistemas se debe hacer uso de una evaluación geológica y petrofísica más rigurosa, y auxiliarse con herramientas como RFT, etc., para definir el modelo que mejor presente al yacimiento.

Aún si el flujo cruzado no es un factor crítico, el mayor problema en yacimientos estratificados es la estimación de permeabilidades y daño en capas individuales cuando se realizan pruebas convencionales "transient" de presión. Las pruebas convencionales de presión "drawdown" y "buildup", usualmente revelan solo la conducta total del sistema. Además, el comportamiento de un sistema multicapa podría no distinguirse del comportamiento de una formación de una sola capa, aún cuando un sistema de multiestratos (sin efecto de llene) puede tener una conducta distinta al de un yacimiento de una sola capa [5].

Normalmente y en la práctica, las pruebas de yacimientos estratificados también se clasifican en: (1) pruebas sin medidas de tasa de flujo y (2) pruebas con medidas de tasa de flujo.

La aplicación práctica del análisis e interpretación de las pruebas para la mayoría de los sistemas multiestrato estuvo limitada hasta hace aproximadamente diez años, a la estimación de la permeabilidad promedio del sistema y al skin promedio de las capas , partiendo de la premisa de que un sistema multiestratos usualmente se comporta como un sistema homogéneo y los métodos convencionales de análisis pueden ser usados para analizar e interpretar la prueba. El modelo que fue aplicado en el presente trabajo, usando los software comerciales Saphir de Kappa Engineering y el Pan-System de EPS, es una modificación del modelo de Lefkovits et al[6]. En este caso, se utiliza el software comercial de análisis convencional considerando el sistema como homogéneo, y en algunos casos como la capacidad de la prueba lo permite y se tiene bien definido el sistema desde el punto de vista de petrofísica, geología y geofísica, es posible aplicar la opción de modelaje total de la prueba con el modelo "commingled", incluyendo regresión no-lineal disponibles en el paquete comercial Saphir.

Solamente con el propósito de ilustrar el estado actual del análisis de pruebas de pozos para yacimientos multiestratos, se incluye la siguiente descripción de trabajos efectuados recientemente, pero que no pueden ser aplicados a nuestro caso porque las pruebas datan de las décadas del 70 y 80, cuando no se había introducido el análisis riguroso capa a capa, para determinar sus propiedades, lo

cual es posible si se dispone de la tasa de flujo individual de cada capa con mediciones simultáneas de presión y de tasa de flujo [4]. Sólo se presenta la siguiente revisión de trabajo de manera general de información.

El primer trabajo riguroso sobre yacimiento estratificados tipo “commingled”, fue presentado por Lefkovits et al. [6], en 1961. Este estudio, que considera un número arbitrario de lentes con propiedades diferentes para cada uno de ellos (espesor, porosidad, permeabilidad y skin), provee un modelo analítico que ha servido de base para todos los trabajos posteriores. De interés particular fueron la determinación de las presiones y tasa de flujo “transient” para cada lente, lo cual es esencial para la elevación de la propiedades individuales de los lentes.

Para el sistema “commngled” Tariq y Ramey[7] extendieron el trabajo de Lefkovits et al. [6] incluyendo el factor de llene y de daño y haciendo uso por primera vez del Algoritmo de Stehfest[8] para invertir numéricamente la Transformada de Laplace de las soluciones.

El trabajo y las técnicas de análisis desarrollados por Kuhcuk, Karacas y Ayestaran [3] en 1984, para un sistema de dos capas “commingled”, es el precusor de la técnica de análisis moderno para yacimientos “commingled”. Kuhcuk et al. [3] hacen uso de una observación fundamental: en un sistema multiestrato “commingled”, la presión de fondo es sensible solo al comportamiento total del sistema, mientras que la tasa de flujo son sensibles a las propiedades de las capas y en ausencia de efecto de llene y de daño, a la transmisibilidad de cada capa en particular. Kucuk et al[3]. Propusieron un método de prueba en la cual el pozo se hace fluir a una serie de tasas de flujo en la superficie (cabezal del pozo) y la tasa de flujo se mide en el tope de cada arena o lente en cada período. Las respuestas separadas de cada una de las capas se combinan usando Convolución y la respuesta total se ajusta usando regresión no-lineal. Ehlig-Economides y Joseph[9] en 1985, extienden el trabajo de Kuhcuk et al[3]. , y presentan un modelo analítico general para zonas (grupo de lentes) con crossflow entre las arenas de cada zona. Kuhcuk y Wilkinson [10]

Usando las funciones de Green, formulan el problema matemáticamente e incluyen lentes abiertos a producción, a diferentes tiempos.

Larsen[11], desarrolló soluciones considerando presiones iniciales diferentes para cada lente y para zonas con diferentes límites con fallas. Finalmente, Ehlig-Economides[12], describe la de superposición (Deconvolución) de los cambios de tasa de flujo individuales, con el objeto de hacer la respuesta individual de las capas, similar al comportamiento de una sola capa individual.

Bennett et al[13]. y Camacho,V. et al[14] , presentaron soluciones para lentes "commingled" en un pozo verticalmente fracturado . Spath et al[15]. Desarollaron un modelo que incluye lentes fracturados "commingled" en un pozo con regiones barridas elípticamente (para pozos de inyección de agua), lentes homogéneos o heterogéneos y capas completadas con pozos horizontales.

El Apéndice 1, presenta los detalles matemáticos de la teoría de pruebas de presiones para yacimientos "Commingled".

2. PREPARACIÓN DE LA DATA

El procedimiento general del análisis consistió en guardar la información de los registros de presión. Archivando las medidas de presión y tiempo de cada prueba, en hojas de cálculo **EXCEL** [1.] Cada registro particular fue extraído del archivo general de pozos en **EXCEL** [1] y convertido a formato **ASCII,** de manera que pudieran ser leídos por el "Software" de análisis como dato. El registro de tasa de flujo, fue cargado para cada prueba manualmente. En cuanto a la información de producción de petróleo, ésta fue obtenida de los archivos TPA. Con esta información es posible obtener el tiempo de flujo equivalente de Horner [4] al cierre en una prueba de restauración de presión. El tiempo de Horner [4], se requiere como dato en los programas de análisis. Los perfiles eléctricos (SP, GR, curvas de resistividad de la formación, etc.), fueron utilizados a las profundidades de completación de cada pozo, para definir las arenas o los lentes productores y el espesor neto de arena, y en consecuencia, determinar el tipo de modelo a utilizar en el análisis: yacimiento homogéneo y heterogéneo y dentro de los yacimientos heterogéneos diferenciar entre sistemas "Crossflow" o "Commingled". Las características de las roca y las propiedades PVT de los fluidos contenidas en

ella para cada uno de los pozos de interés, se obtuvieron del análisis de las relaciones de Presión - Volumen - Temperatura generadas para el campo Centro Lago.

La información de los registros de presión, tiempo de Horner [4], tasa de producción, perfiles, datos de producción y datos PVT proporcionan la información requerida por el programa comercial (Software) de análisis e interpretación de pruebas de pozos. La metodología general de análisis será discutida en las próximas secciones.

3. ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS

Todas las pruebas fueron tomadas con Amerada (registro mecánico). Como consecuencia, algunas de las pruebas fueron de mala calidad, con muy pocos puntos de presión (menos de 30 puntos en la mayoría de los casos), haciendo el procedimiento de análisis e interpretación bastante complicado, ya que normalmente no se puede discriminar entre "ruido" (alteraciones aleatorias de medición de presión) y respuesta verdadera del sistema, y en otros casos, haciendo imposible la interpretación de la prueba, especialmente cuando se trabaja con los programas comerciales más modernos que utilizan la derivada de la presión, la cual es afectada adversamente, obteniéndose en algunos casos información distorsionada. En general, es recomendable utilizar registros de presión con herramientas de medición electrónica de presión. Un 90% de las pruebas fueron consideradas analizables y el otro 10% no pudo ser analizado.

En la Fig. , se presentan todas las pruebas de restauración de presión que fueron tomadas en los pozos pertenecientes a los yacimientos C-3-X de Centro Lago. En la misma se discriminan también aquellas pruebas que no fue posible analizar.

Un resumen de las variables determinadas: permeabilidad, daño, presión p* , de Horner,[4] en el área de drenaje del pozo, etc., y comentarios pertinentes para cada prueba se presenta la Tabla .

4. METODOLOGIA DE ANALISIS E INTERPRETACION

Fundamentalmente se siguieron los siguientes pasos, los cuales son independientes del programa (Software) utilizado:

4.1. Carga de Datos:

Se carga la información pertinente a la prueba: fecha, tipo de medidor, nombre del pozo, etc. Luego se procede a introducir los datos de presión y tasa de flujo. Los datos de presión son guardados en archivos previamentes preparados, como se explicó en la sección de Preparación de la Data. Los datos de tasa de flujo se cargan en forma manual de manera interactiva. Una vez cargados los datos de presión y tasa de flujo, es una buena práctica observarlos en forma gráfica, para detectar tendencias, errores de medición y calidad de la data.

4.2. Gráfico de Diagnóstico: Regresión Lineal.

Lo primero que se hace, una vez introducida la data de presión y tasa de flujo, es preparar un gráfico log-log de presión y derivada de presión contra tiempo. Esto permite hacer un diagnóstico del problema. El análisis puede determinar: el modelo apropiado que simula el sistema pozo-yacimiento, existencia o no de efecto de llene (C), condición de daño del pozo (S), identificación (particularmente) del período de flujo radial infinito permitiendo además inferir e identificar tipos de límites.

Una vez identificados los períodos de flujo, puede efectuarse Regresión Lineal en un gráfico log-log para determinar C, de la línea recta de 45^0 y permeabilidad efectiva al petróleo (k_0) de la “derivada” (línea horizontal) durante el período de flujo radial. Identificado el período de flujo radial (durante el cual la derivada se presenta como una línea horizontal), se obtiene el gráfico semilog (Método de Horner[4] en “Buildup”) y la verdadera línea semilog quedará identificada automáticamente a partir del gráfico de diagnóstico log-log. Luego se aplica

regresión lineal en el gráfico semilog y se obtienen las variables y parámetros incógnitas: permeabilidad efectiva, efecto de daño y p*. En modelos más pequeños como el de doble porosidad, doble permeabilidad, prueba límite, etc., también se efectúa regresión lineal, para estimar inicialmente las variables incógnitas.

4.3. Análisis de Curva Tipo

Identificado el modelo apropiado mediante el gráfico log-log de diagnosis, se efectúa el análisis de Curva Tipo. Este puede hacerse en los programas comerciales de dos formas: haciendo análisis de Curva Tipo Convencional, para lo cual se requiere una biblioteca de Curva Tipo apropiada, o generando una curva de presión y de derivada de presión, como función de tiempo, para el modelo de diagnóstico, construido de acuerdo a lo descrito en el paso anterior.

Del ajuste de Curva Tipo pueden obtenerse los valores numéricos de las incógnitas k_0 , C y S y otras variables, para otros modelos del Sistema pozo-yacimiento tales como : cambio de efecto de llene, parámetros de yacimientos heterogéneos y variables relacionadas a los límites externos del sistema (distancia a la falla, radio de drenaje, etc.). Este análisis de Curva Tipo es independiente del análisis de Regresión Lineal. Ambos análisis contribuyen a establecer una solución inicial o dominio de convergencia de la solución, en el proceso de obtención de la solución mediante Regresión no-lineal.

4.4. Regresión no-lineal

Este es un proceso de optimización, basado en la mayoría de los casos, en el principio de los mínimos cuadrados: la minimización de una función (Función Objetiva) que generalmente es la sumatoria de los cuadrados de las diferencias entre los valores de presión experimentales (del registro de presión) y los valores calculados, usando el modelo matemático supuesto. La solución del problema utilizando este criterio permite determinar los valores de las variables incógnitas

que minimizan la función objetiva [3]. La salida del proceso, además de determinar la solución al problema, que debe ser compatible con la solución obtenida en el proceso de regresión lineal y en el proceso de análisis por Curva Tipo, produce también un criterio estadístico relacionado a la bondad del ajuste. Este criterio estadístico son los Intervalos de Confianza, los cuales permiten aceptar o rechazar el valor de una variable dada [3].

4.5. Validación de la Prueba

Una vez efectuados los procesos de regresión lineal, análisis de curva tipo y regresión no-lineal, es posible conocer si el modelo seleccionado inicialmente es correcto, preparando los gráficos cartesianos, semilog, log-log y los gráficos especializados (por ejemplo p_{ws} como función de $\left(t+\Delta t/\Delta t\right)$, etc.). El análisis de ajuste de los datos de campo con el modelo obtenido y de los intervalos de confianza determinan la aceptación o el rechazo del modelo supuesto. Como se mencionó anteriormente durante el desarrollo del modelo la parte fundamental para la escogencia del modelo final se basa en un ***análisis sinérgico***. Lo anterior implica un proceso de ensayo y error hasta que el modelo final ajuste a los datos de campo apropiadamente y cumpla y verifique la información auxiliar obtenida de diversas fuentes de ingeniería y geociencias como se mencionó anteriormente.

MODELO DE PRODUCCION A TASA DE FLUJO CONSTANTE EN UN YACIMIENTO CIRCULAR FINITO, PRESION INICIAL IGUAL EN TODAS LA CAPAS, YACIMIENTO MULTICAPA “COMMINGLED”.

Vamos a suponer que el radio del pozo es igual a todas las capas y además la presión inicial es idéntica en todas las capas.

La ecuación diferencial que gobierna la distribución de presión en el sistema está dada por:

$$\frac{\partial^2 \Delta p_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial \Delta p_j}{\partial r}\right) = \frac{\phi_j \mu_j c_{tj}}{k_j}\left(\frac{\partial \Delta p_j}{\partial t}\right) \qquad (13\text{-}1)$$

Con las siguientes condiciones de contorno:

1. $\Delta p_j(r,0) = 0 \qquad j = 1,2,3,\ldots\ldots,n$ (13-2)

2. $\left(\frac{\partial \Delta p_j}{\partial r}\right)_{r=r_{ej}}$ (13-3)

3. $\Delta p_{wf}(t) = \Delta p_j\ (r_w, t) - S_j \left(\frac{\partial \Delta p_j}{\partial r}\right)_{r=r_w}$ (13-4)

4. $q = C\left(\frac{d\Delta p_{wf}}{dt}\right) + \sum_{dt}^{n} q_j(t)$ (13-5)

5. $q = C\left(\frac{d\Delta p_{wf}}{dt}\right) - 2\pi \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{kh}{\mu}\right)_j \left(r \frac{\partial \Delta p_j}{\partial r}\right)_{r=r_w}$ (13-6)

donde:

$$\Delta p_j = p_i - p_j\ (r,t)\ ,\ \text{atm}\ \ r_w < r < re_j \qquad (13\text{-}7)$$

$$\Delta p_{wf} = p_i - p_{wf}(\ r_w, t\ ) \qquad (13\text{-}8)$$

Sj = factor de daño para la caja j

C = constante de llene, cc/atm.

Aplicando la Transformada de Laplace a las ecuaciones (13-1) a (13-6) es posible obtener la solución en el campo de Laplace :

$$\Delta\bar{p}_{wf}(z)=\left(\frac{q}{2\pi z^{3/2}}\right)\cdot\frac{1}{\frac{C}{2}\frac{\sqrt{z}}{\pi}+\sum_{j=1}^{n}\frac{\beta_j\alpha_j\left[\ K_1\left(\alpha_j\sqrt{z}\right)\ I_1\left(\gamma_j\sqrt{z}\right)-I_1\left(\alpha_j\sqrt{z}\right)\ K_1\left(\gamma_j\sqrt{z}\right)\right]}{K_1\left(\gamma_j\sqrt{z}\right)\ \delta_I+I_1\left(\gamma_j\sqrt{z}\right)\ \delta_k}} \quad (13\text{-}9)$$

donde:

$$\alpha_j=\frac{r_{wj}}{\sqrt{n_j}} \quad (13\text{-}10)$$

$$\beta_j=\frac{k_j h_j}{\mu_j} \quad (13\text{-}11)$$

$$\gamma_j=\frac{r_{ej}}{\sqrt{n_j}} \quad (13\text{-}12)$$

$$n_j=\frac{t_j}{\phi_j\mu_j c_{tj}} \quad (13\text{-}13)$$

y

$$\delta_k=K_0\left(\alpha_j\sqrt{2}\right)\ +S_j\alpha_j\sqrt{z}\ K_1(\ \alpha_j\sqrt{2}\ ) \quad (13\text{-}14)$$

$$\delta_I=I_0\left(\alpha_j\sqrt{2}\right)-S_j\alpha_j\sqrt{2}I_1(\ \alpha_j\sqrt{2}\ ) \quad (13\text{-}15)$$

Sustituyendo en la ecuación (13-9), C=0 y Sj=0, se obtiene la solución presentada por Lefkovits et al[6].

NUEVOS AVANCES: (**Raghavan [5]**)

Para una tasa de flujo total constante, Larsen[11] demostró que para n = 2, la presión está dada por:

$$p_{wd}(t_D) = 1/2(\ln t_D + 0.80907) + 1/2\sum_{j=1}^{2} \frac{k_j h_j}{\overline{k}h}\ln\left(\frac{n_j}{n}\right) + \sum_{j=1}^{2} \frac{k_j h_j}{\overline{k}h} S_j$$

$$+\frac{1.023\ E_2}{1/2\left[(\ln t_D + 1.247) + \sum_{j=1}^{2}\left(1-\frac{k_j h_j}{\overline{k}h}\right)\left(\ln\frac{n_j}{\overline{n}} + 2\ S_j\right)\right]} \qquad (13\text{-}16)$$

donde E_2 está dado por :

$$E_2 = -\frac{(k_1h_1)(k_2h_2)}{(\overline{k}h)^2}\ln^2\left[\sqrt{\frac{n_1\ \exp(S_1)}{n_2\ \exp(S_2)}}\right] \qquad (13\text{-}17)$$

Algunas conclusiones:

1. La ecuación (13-16) sugiere que el factor de daño efectivo para un yacimiento commingled, S_t , para todos los propósitos prácticos, vendrá dado por :

$$S_t = \sum_{j=1}^{2} \frac{k_j h_j}{\overline{k}h} S_j \qquad (13\text{-}18)$$

2. si definimos ñ como:

$$ñ = \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right) \frac{\exp(S_1)}{\exp(S_2)}} \tag{13-19}$$

y si ñ ≈ 1. Entonces el comportamiento de un yacimiento “commingled” será indistinguible de un yacimiento de una sola capa, porque $E_2 \cong 0$

3. La derivada de p_{wD} con respecto a log (t_D) es :

$$\frac{dp_{wD}}{d\log t_D} = 1.151\left[1 - \frac{1.023\ E_2}{\left\{\left[1.151\left[\log t_D + 0.5416 + \sum_{j=1}^{2}\left(1 - \frac{k_j h_j}{\overline{kh}}\right)\left(\ln\sqrt{\frac{n_j}{\overline{n}}} + S_j\right)\right]\right]\right\}}\right] \tag{13-20}$$

La ecuación (13-20) indica que:

(i) La pendiente de la línea recta semilog es una función de tiempo, aún si S_1 =S=0.

Este hecho ha sido reconocido en, virtualmente, todos los estudios modernos (12,15)

(ii) Los efectos de daño tienen una función dominante en la pendiente de la curva de respuesta de presión, porque la pendiente es independiente del tiempo, solo si E_2 =0.

4. Como $E_2 \leq 0$, la pendiente de la línea recta semilog, m, será siempre mayor que, o igual a 1.151. En consecuencia, si existe una línea recta semilog aparente,

que normalmente existe, la capacidad de flujo de la formación kh, será menor que la verdadera capacidad de flujo. De modo que, si una línea recta apropiada no es evidente durante el drawdown tampoco será evidente durante el buildup.

5. Si aceptamos que E_2 domina la prueba, podríamos concluir que los efectos de daño, en lugar de la razón de difusividad n', dominan el valor de la función E_2.

La presión adimensional de presión en el pozo, se define como:

$$p_{wD} = \frac{2\pi\overline{k}h}{\alpha_1 qB\mu}\left(p_i - p_w\right) \qquad (13\text{-}21)$$

con

$$\overline{k}h = \sum_{j=1}^{n} k_j h_j \qquad (13\text{-}22)$$

$$t_D = \frac{\alpha_2 \overline{k}t}{\overline{\phi c_t}\mu r_w^2} \qquad (13\text{-}23)$$

$$\overline{\phi c_t}\, h = \sum_{j=1}^{n} \phi_j c_{tj} h_j \qquad (13\text{-}24)$$

Prijambodo [19] sugirió que una línea recta con una pendiente aproximadamente igual a 1.151, existirá si :

(i) $S_1 \le S_2 \left(S_1, S_2 \ge 0 \right)$

(ii) $S_1 \ge 0$, $S_2 \ge 0$ y el contraste entre ellas es pequeño.

(iii) $S_1 = S_2$ (daño o estimulación)

NOTA: El subíndice 1 se refiere a la capa con la capacidad de flujo mayor.

REFERENCIAS
CAPÍTULO 13

1. Nelson, S.L. : “Excel 4 Para Windows A Su Alcance” , McGraw-Hill, traducido de la 1ra. Edición en ingles 1993.

2. Horner, D.R. : “Pressure Build-Up in Wells” , Prac., Third Wold Pet. Cong, E.J. Brill, Leiden (1951) II, 503.

3. Kucuk, F., Karakas, M., y Ayestaraw, L.: “Well Testing and Analysis Techniques for Layered Reservoirs” , SPE Formation Evaluation, (Agosto 1986) 342-354.

4. Horner, R.N.: “Modern Well Test Analysis”, Petroland, Palo Alto, C.A., 2th Edition (1995).

5. Raghavan, R.: “Well Testing Analysis”, Prentice Hall, Petroleum Engineering Series, Englewood Cliffs, New Jersey, (1993).

6. Lefkovits, H.C., Hazebroek, P., Aller, E.E., y Mattews, C.S.: “A Study of the Behavior of Bounded Reservoir Composed of Stratified Layers”, Soc. Pet. Eng. Jour. (Mar 1961) 43-58.

7. Tariq, S.M. y Ramey, H.J. Jr.,: “Drawdown Behavior of a Well with Storage and Slin Effect Communicating with Layers of Different Radii and Other Characteristics” , paper SPE 7453 Presented 53rd. Annual Fall Technical Conference and Exhibitión of SPE of AIME, Houston, Oct. 1-3,1978.

8. Stehfest, H.: “Algorithm 386 - Numerical Inversion of the Laplace Transforms [D 5]”, Communications of the ACM, January 1970, Vol. 13, No. 1, 47-49.

9. Ehlig-Economides, C.A. y Joseph, J.A. : “A New Test for Determination of individual Layer Properties in a Multilayer Reservoir” , SPEFE, Sept. 1987, 261-283.

10. Kuchuk, F.J. y Wilkinson, D.J. : “Transient Pressure Behavior of Commingled Reservoirs” , SPE Formation Evaluation, (March 1991), 111-120.

11. Larsen, L.: “Wells Producing Commingled Zones with Unequal Initial Pressure and Reservoir Properties”, SPE Paper No. 10325, presented in 1981 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Oct. 4-7.

12. Ehlig-Economides, C.A.: “Model Diagnosis for Layered Reservoirs”, SPE Formation Evaluation, (Sept. 1993), 215-224.

13. Bennett, C.O.., Reynolds, A.C. y Raghavan, R.: “Analysis of Finite-Conductivity Fractures Intercepting Multilayer Commingled Reservoir”, SPEFE (Junio 1986), 259-274.

14. Camacho V., R.G., Raghavan, R. y Reynolds, A.C.: “Response of Wells Producing Layered Reservoirs: Unequal Fracture Length”, SPE FE (Marzo 1987), 9-28.

15. Spath, J.B., Ozkan, E. y Raghavan, R.: “An Efficient Algorithm for Computation of Well Responses in Commingled Reservoirs” , presented in the CIM-SPE meeting, Calgary, Canada (June 1990).

16. Hegerman, P.S., Halford, D.L. y Joseph, J.A. : “Well Test Analysis with Changing Wellbore Storage” , SPE 21829, (April 1991).

17. González, M. y Mohtadi, M. : “Revisión de las propiedades PVT, para el Campo Centro Lago”; LAGOVEN, S.A., (Enero 1996).

18. Corzo, N. y Alvarado D. : “Análisis de Pruebas de Restauración de Presión en Pozos Completados en las Arenas C-2-X, Campo Centro Lago”.- LAGOVEN, S.A, (Marzo 1996).